

Sumário

Introdução	3
1. As Estrelas Anãs Brancas	6
1.1 Propriedades das Estrelas Anãs Brancas	7
1.1.1 Balanço de forças ou equilíbrio hidrostático	7
1.1.2 Como se chega na fase de anã branca	9
1.1.3 Composição química do envelope	10
1.1.4 Massa das estrelas progenitoras	11
1.1.5 Composição química do núcleo	11
1.1.6 Tipo espectral das Estrelas Anãs Brancas	13
1.2 A Sequência de Esfriamento das Anãs Brancas	15
1.2.1 Relação Idade–Luminosidade	16
1.2.2 A sequência de esfriamento	19
1.3 Função de Luminosidade das Estrelas Anãs Brancas	24
1.4 As Estrelas Anãs Brancas Pulsantes	27
1.4.1 Sismologia de Anãs Brancas	30
1.5 Afinal, qual é a tese?	36
2. Observações e Reduções	38
2.1 Fotometria Rápida	39
2.1.1 Observações Fotométricas	40
2.1.2 Reduções de Séries Temporais	42
2.2 Espectroscopia Ótica	50

2.2.1	Observações Espectroscópicas	50
2.2.2	Reduções	53
3.	Determinação dos Parâmetros Atmosféricos	60
3.1	Os Modelos de Atmosfera	60
3.2	O Método para Determinar T_{eff} e $\log g$	65
3.3	T_{eff} e $\log g$ Obtidos Fotometricamente	69
3.4	T_{eff} e $\log g$ Obtidos Espectroscopicamente	71
4.	A Distribuição de Massa das Estrelas DA	80
4.1	Métodos para Determinar a Massa das Anãs Brancas	80
4.2	A Distribuição de Massa das Estrelas DA	82
4.3	Estrelas de Cristal	88
5.	A Estatística da Faixa de Instabilidade das ZZ Ceti	93
5.1	Os Limites da Faixa de Instabilidade	94
5.2	A Presença de Estrelas Não-Variáveis	96
5.3	Borda Azul \times Massa da Estrela	99
	Conclusões	103
	Referências	107
	Publicações	117

Introdução

Desde o início da formação estelar em nosso raio galactocêntrico muitas estrelas já atingiram seu estágio final. A grande maioria de todas as estrelas formadas da sequência principal chegam na última fase da evolução estelar como estrelas anãs brancas. Na vizinhança solar $\sim 25\%$ das estrelas são anãs brancas. Assim, a abundância destes objetos já é um bom motivo para estudá-los. Entre os outros motivos podemos citar que as estrelas anãs brancas guardam o resultado das diversas fases da evolução estelar pelos quais seus progenitores passaram até atingir o destino final. Portanto, as estrelas anãs brancas são os objetos mais velhos da Galáxia e possuem toda a história da formação e evolução estelar impressa na sua estrutura.

A evolução das anãs brancas é caracterizada por diferentes etapas. No início, logo após a ejeção do envelope na fase de nebulosa planetária a estrela passa por uma etapa de contração. Em seguida, seu esfriamento é acelerado por uma intensa emissão de neutrinos. E, finalmente, quando só a energia térmica do núcleo mantém a estrela brilhando, seu material interior sofre um processo de liquefação seguido por uma cristalização à medida que a sua temperatura diminui até atingir o equilíbrio termodinâmico com o gélido meio interestelar. Em cada uma destas fases são encontradas anãs brancas pulsantes. As anãs brancas pulsantes mais evoluídas, ou mais frias, pertencem a classe denominada estrelas **ZZ Ceti**.

Este trabalho é dedicado exclusivamente ao estudo das anãs brancas com uma atmosfera pura de hidrogênio, chamadas DA, quando elas já estão na última fase evolutiva. Nosso objetivo é determinar a T_{eff} , $\log g$ e massa para um conjunto de anãs brancas observadas espectroscopicamente e fotometricamente e analisar todos estes parâmetros físicos do ponto de vista evolucionário e também com relação às estrelas ZZ Ceti a fim de conhecer a estrutura

das anãs brancas.

Nós apresentamos no Capítulo 1 uma visão geral das estrelas anãs brancas. Descrevemos sua estrutura, analisamos todas as etapas da sua evolução e mostramos os resultados obtidos através de uma análise sismológica das anãs brancas pulsantes. No encerramento deste Capítulo enumeramos os principais problemas que o estudo das anãs brancas enfrenta atualmente e propomos a resolução de alguns deles. Ou seja, a nossa proposta de tese!

No Capítulo 2 apresentamos os dados obtidos a partir das observações espectroscópicas para 85 estrelas e através da fotometria rápida para 48 estrelas anãs brancas DA. Em seguida descrevemos o processo de redução para cada uma das análises. Mostramos os espectros de Fourier das séries temporais fotométricas e terminamos o Capítulo com a apresentação dos espectros óticos.

No Capítulo 3 mostramos o método usado para a determinação dos parâmetros atmosféricos (T_{eff} e $\log g$) comparando os espectros observados com espectros sintéticos gerados por modelos de atmosfera. Há também uma discussão sobre os ingredientes físicos usados pelos modelos e a determinação de T_{eff} e $\log g$ a partir dos índices de cor dos sistemas fotométricos de Strömgren e Multi-canal, para comparar com aqueles obtidos espectroscopicamente.

Usando modelos evolucionários e os parâmetros atmosféricos determinados previamente calculamos, no Capítulo 4, a massa para cada uma das estrelas observadas espectroscopicamente. Obtemos uma distribuição de massa para as anãs brancas DA e calculamos sua massa média. Com a massa e a temperatura efetiva estimamos quais estrelas estão passando pelo processo de cristalização admitindo diferentes composições nucleares.

No Capítulo 5 analisamos a faixa de instabilidade das ZZ Ceti. Entre todas as estrelas por nós observadas, 12 são conhecidas ZZ Ceti. Usando suas temperaturas definimos os limites da faixa de instabilidade. Através dos espectros de Fourier do Capítulo 2 sabemos se uma estrela é variável ou não. Com isso, verificamos a presença de estrelas não-variáveis dentro da faixa de instabilidade e calculamos a probabilidade da faixa conter apenas estrelas variáveis usando os erros internos da determinação da T_{eff} . Nós finalizamos com uma comparação entre a borda azul observada da faixa de instabilidade com aquela prevista pelos modelos de pulsação.

Finalmente, encerramos a tese fazendo uma síntese das conclusões e propondo trabalhos futuros no estudo das estrelas anãs brancas baseados nos resultados deste trabalho.

Capítulo 1

As Estrelas Anãs Brancas

As estrelas anãs brancas são o estágio final da absoluta maioria de todas estrelas que se formam. O estudo das anãs brancas possui portanto um caráter arqueológico no sentido de que analisamos o que restou da evolução da estrela.

O objetivo deste capítulo é apresentar uma visão geral do atual estágio de conhecimento, tanto observacional como teórico, das estrelas anãs brancas. A partir desta análise, podemos identificar alguns dos principais problemas que precisam ser resolvidos para compatibilizar as previsões teóricas com os dados observacionais. Uma teoria nada vale se não concorda com as observações!

Nas próximas seções vamos apresentar as características observacionais (tipo espectral, magnitudes, etc) das estrelas anãs brancas, descreveremos as condições físicas que governam o seu interior, a composição química (núcleo e envelope) resultante dos estágios anteriores da evolução estelar, a evolução das estrelas anãs brancas, também conhecida como sequência de esfriamento, a função de luminosidade e, por fim, vamos nos limitar ao estudo das estrelas anãs brancas pulsantes apresentando os resultados obtidos através das campanhas observacionais do Whole Earth Telescope (WET; Nather et al. 1990) cujos objetivos são determinar os parâmetros físicos internos e atmosféricos das estrelas variáveis usando a técnica de *espectroscopia temporal*¹.

¹ Espectroscopia temporal é o resultado da análise do Espectro de Fourier de uma série temporal. Com os dados do WET podemos fazer espectroscopia temporal de alta resolução, muito parecida à espectroscopia convencional.

1.1 Propriedades das Estrelas Anãs Brancas

O termo *anã branca* surgiu na primeira década do século XX quando foram descobertas três estrelas (40 Eridani B, Van Maanan 2 e Sirius B) com densidade da matéria estimada 2000 vezes maior que a da platina. Estes primeiros objetos compactos observados tinham temperaturas algumas vezes maiores que a do Sol e luminosidade 100 vezes mais fraca, por este motivo foram inicialmente chamados de anãs brancas. Atualmente, o termo *anã branca* é utilizado para designar uma vasta variedade de estrelas anãs com temperaturas variando entre 150 000 e 3700 K e luminosidades de 10^3 a $10^{-5}L_{\odot}$.

1.1.1 Balanço de forças ou equilíbrio hidrostático

Devido às altas densidades encontradas nas anãs brancas, a força gravitacional não pode ser contrabalançada somente pela pressão térmica do gás. A explicação teórica da natureza das anãs brancas foi dada por Fowler em 1926. Ele usou a recém estabelecida estatística de Fermi-Dirac para resolver o enigma da força necessária para evitar o colapso gravitacional, sugerindo uma força fornecida pela pressão dos elétrons degenerados no núcleo das anãs brancas.

Em qualquer gás a pressão resulta dos movimentos das partículas. Num gás ideal, tais movimentos surgem por causa da energia térmica ($T \neq 0$). Para um gás completamente degenerado, mesmo à temperatura teórica $T = 0$, o movimento é causado por efeitos quânticos descritos pelo *Princípio de Exclusão de Pauli* e pelo *Princípio da Incerteza de Heisenberg* ($\Delta x \Delta p_x > h$), importante em altas densidades como é o caso das anãs brancas. Nesta situação, a separação média Δx entre os elétrons é muito pequena e a diferença de momentum entre eles é, no mínimo, $h/\Delta x$. Então, se Δx é pequeno (altas densidades), Δp_x é grande. Assim, os elétrons comprimidos possuem altas velocidades aleatórias entre eles ($v = dp/dm_e$) fornecendo desta forma a pressão de degenerescência eletrônica necessária para evitar o colapso gravitacional.

Qualitativamente, se $n(p)dp$ é o número de elétrons por unidade de volume com momenta entre p e $p + dp$, então a condição de completa degenerescência é dada por (Clayton 1983)

$$n(p) = \begin{cases} \frac{8\pi}{h^3} p^2 & \text{para } p \leq p_o \\ 0 & \text{para } p > p_o \end{cases} \quad (1.1)$$

onde p_o , o momentum máximo dos elétrons (momentum de Fermi), é determinado pelo número total de elétrons n

$$n = \int_0^{p_o} n(p) dp = \frac{8\pi}{3h^3} p_o^3. \quad (1.2)$$

Para um gás completamente degenerado a pressão é dada por

$$P_{deg} = \frac{1}{3} \int_0^{p_o} p v_p n(p) dp, \quad (1.3)$$

portanto,

$$P_{deg} = \frac{8\pi}{3h^3} \int_0^{p_o} p^3 v_p dp. \quad (1.4)$$

No regime não-relativístico, $v = p/m_e$, e obtemos

$$P_{deg} = \frac{8\pi}{15m_e h^3} p_o^5. \quad (1.5)$$

Usando a Eq. 1.2, podemos escrever a pressão em termos da densidade eletrônica

$$P_{deg} = \frac{h^2}{20m} \left(\frac{3}{\pi}\right) n_e^{5/3}, \quad (1.6)$$

ou, em função da densidade ρ , para obter

$$P_{deg} = K \rho^{5/3}, \quad (1.7)$$

onde

$$K = \frac{1}{20} \left(\frac{3}{\pi}\right)^{2/3} \frac{h^2}{m_e (\mu H)^{5/3}}, \quad (1.8)$$

e μ é o peso molecular médio ($\mu \approx 2$ para todos elementos exceto H) e $H = 1,6604 \times 10^{-24}$ g é a unidade de massa atômica. Então podemos escrever a Equação 1.7 da seguinte forma

$$P_{deg} = 1,004 \times 10^{12} \left(\frac{\rho}{\mu_e} \right)^{5/3} \text{ N m}^{-2}. \quad (1.9)$$

Usando a Equação 1.9 para uma típica anã branca com massa de $0,6M_{\odot}$ e $\log \rho \approx 9,5$ (em Kg/m^3), encontramos que a pressão fornecida pelos elétrons degenerados é $P_{deg} \approx 2 \times 10^{27} \text{ N m}^{-2}$. Este valor é $\sim 10\,000$ vezes maior que a pressão térmica do gás!

Clayton (1983) também apresenta as fórmulas para um gás parcialmente degenerado, importante nas camadas externas das anãs brancas.

1.1.2 Como se chega na fase de anã branca

Ao mesmo tempo que se desvendava o interior das anãs brancas, reconhecia-se que elas representavam o final mais comum da evolução estelar. Embora elas sejam conhecidas somente nas imediações do Sol (a maioria só é visível dentro de um raio de 100 pc de distância) acredita-se que $\sim 98\%$ de todas estrelas evoluem para tornarem-se anãs brancas (Wood 1992).

O caminho teórico mais comum para uma estrela atingir a fase de anã branca é através da passagem pela fase do AGB (do inglês “Asymptotic Giant Branch” ou Ramo Assintótico das Gigantes) e nebulosa planetária. O motivo que leva a pensar nesta hipótese é o fato de que todas as distribuições de massa (para citar algumas: Koester, Shülz & Weidemann 1979; Weidemann & Koester 1984; McMahan 1989; Bergeron, Saffer & Liebert 1992 e Bragaglia, Renzini & Bergeron 1995) mostram um pico estreito ao redor de $\sim 0,6M_{\odot}$, similares à distribuição de massa das nebulosas planetárias. Portanto, é razoável propor que a maioria das estrelas traçou o mesmo caminho antes de tornarem-se anãs brancas. Outros canais evolucionários também são possíveis, por exemplo, as sub-anãs quentes (sdO, sdB e outras subluminosas azuis) que podem não ter alcançado o AGB (passam direto do ramo horizontal para anã branca) ou que já tenham perdido o envelope ejetado antes deste ser ionizado — o envelope é ionizado quando a estrela central atinge $T_{\text{eff}} \approx 30000 \text{ K}$, ou ainda, através da evolução de sistemas binários próximos.

1.1.3 Composição química do envelope

Nos cálculos teóricos, a composição química final das anãs brancas depende da etapa durante a fase de dupla queima (de hélio e hidrogênio) nas camadas externas da estrela, em que a progenitora deixa o AGB. Duas possibilidades devem ser consideradas: a ejeção da nebulosa planetária ocorre durante a fase de pico da luminosidade de uma instabilidade térmica (isto é, quando a estrela está completamente fora de equilíbrio e sua luminosidade ultrapassa o valor daquela de equilíbrio) devido à queima na camada de hélio, ou durante a fase de equilíbrio da queima de hidrogênio. A teoria dos últimos estágios da evolução estelar não é suficientemente refinada (devido a incerteza nos processos de perda de massa e ejeção da nebulosa planetária) para predizer com certeza qual é a abundância química das camadas externas da anã branca.

Os cálculos evolutivos para o núcleo de nebulosa planetária sugerem que devido à queima na camada de hélio a sua massa final (M_{He}) deve ser menor que $10^{-2}M_{\star}$, enquanto que a massa da camada de hidrogênio (M_H) deve ser menor que $10^{-4}M_{\star}$ (Iben 1991). Entretanto, as massas de hélio e hidrogênio também estão vinculadas por algumas evidências observacionais, assim, pode-se restringir a massa destes elementos a um certo intervalo. No caso do hélio, se $M_{He} \leq 10^{-6}M_{\star}$ a camada de hélio torna-se convectiva e ocorre uma mistura com a região do carbono, produzindo atmosferas dominadas pelo carbono, que nunca foram observadas nas anãs brancas quentes. Quanto ao hidrogênio, a M_H não pode ser menor que $10^{-16}M_{\star}$ porque este é o limite para que o hidrogênio seja suficientemente opaco para produzir uma atmosfera pura de hidrogênio, observada em $\sim 80\%$ das anãs brancas. Este limite também evitaria que ocorresse uma mistura com a camada de hélio antes de atingir a borda azul da faixa de instabilidade das anãs brancas DA pulsantes (ver Secção 1.4). Além disso, os modelos de pulsação (até 1989) prediziam que para uma estrela anã branca DA (atmosfera de H) tornar-se variável era preciso que $M_H \leq 10^{-8}M_{\star}$. Porém, modelos recentes de pulsação (por exemplo, Bradley & Winget 1994; Fontaine et al. 1994) mostram que mesmo os modelos com massa de hidrogênio maior também pulsam. Teoricamente, a massa final da camada superficial — seja H ou He — é altamente dependente de qual intervalo entre os pulsos térmicos ocorreu o episódio de ejeção de massa, assim que, essencialmente,

qualquer massa de H ou He é possível, com adequados ajustes à teoria (Bradley & Winget 1994b).

1.1.4 Massa das estrelas progenitoras

As estrelas progenitoras das anãs brancas são estrelas de pequena massa até massa de valor intermediário quando estão na sequência principal. Segundo os resultados teóricos da evolução estelar, a massa (M) da estrela progenitora deve ser tal que

$$M_{min} \leq M \leq M_{max}$$

onde a massa mínima, M_{min} , varia de $0,8$ a $1,0M_{\odot}$, dependendo das abundâncias de hélio e metais. O limite superior, M_{max} , está fortemente afetado por processos físicos não muito bem determinados, tais como “overshooting” convectivo nos núcleos de hidrogênio e hélio, semiconvecção e pulsos de hélio. Os valores atualmente aceitos são de 7 a $9M_{\odot}$ para a hipótese de não haver “overshooting” e entre 4 e $5M_{\odot}$ para modelos que incorporam um maior “overshooting” (D’Antona & Mazzitelli 1990). Entretanto, as observações de aglomerados de estrelas com o Hubble Space Telescope (HST) indicam que pelo menos em alguns casos, os modelos com “overshooting” não correspondem as observações (von Hippel et al. 1995).

1.1.5 Composição química do núcleo

Dependendo da massa inicial da estrela progenitora (sua massa na sequência principal) a composição química do núcleo das estrelas anãs brancas, em sistemas isolados, pode ser de 3 tipos:

1. As anãs brancas remanescentes de estrelas de baixa massa ($< 1M_{\odot}$) podem ter um núcleo de hélio se a perda de massa foi eficiente a fim de interromper a evolução nuclear antes da ignição do hélio. A massa destas anãs brancas deve ser menor que a requerida para iniciar o processo de queima de hélio, $\sim 0,5M_{\odot}$ (Mazzitelli 1989).
2. Para algumas estrelas com massa próxima do limite superior (M_{max}), pode ocorrer a ignição do carbono removendo a degenerescência eletrônica do núcleo. A estrela

remanescente forma um núcleo de oxigênio-neônio-magnésio com massa de $\sim 1,2M_{\odot}$ mas menor que o limite de Chandrasekar, $\sim 1,4M_{\odot}$.

3. Na grande maioria dos casos, as anãs brancas são remanescentes das estrelas que evoluíram passando pela queima de hélio. Estas estrelas são, portanto, compostas por um núcleo de oxigênio e carbono e possuem uma massa de $\sim 0,6M_{\odot}$.

A razão final $^{12}\text{C}/^{16}\text{O}$ nos modelos depende das seções de choque dos processos 3α e $^{12}\text{C} + \alpha$, embora as seções de choque destas reações sejam ainda bastantes incertas. A última reação é favorecida em temperaturas mais baixas, de modo que mais oxigênio é produzido durante a queima do hélio no núcleo que durante a queima do hélio no envelope, que ocorre em temperaturas mais altas. Por essa mesma razão, quanto maior for a massa da progenitora, maior é a abundância de carbono no núcleo da anã branca. De acordo com as seções de choque do processo $^{12}\text{C}/^{16}\text{O}$ calculadas por Fowler et al. (1975) estima-se maiores abundâncias de oxigênio nas estrelas anãs brancas remanescentes de estrelas com $1 \leq M/M_{\odot} \leq 3$. Uma das maneiras mais atraentes para determinar a proporção C/O é através da observação da taxa de variação dos períodos de oscilação (dP/dt) das anãs brancas pulsantes (ver Seção 1.4), pois a variação do período depende do esfriamento da anã branca que por sua vez depende do calor específico do interior estelar (Winget et al. 1983; Kepler et al. 1991).

A estrutura química das estrelas anãs brancas consiste, em geral, de um núcleo de carbono e oxigênio (eletronicamente degenerado) coberto por um fino envelope (não-degenerado) composto de hélio e hidrogênio. No envelope, a camada de hélio é na maioria dos casos revestida por uma fina camada de hidrogênio. A pureza da atmosfera (puro H ou puro He), atestada pelos espectros óticos, é uma consequência do intenso campo gravitacional que faz com que os elementos mais pesados estejam em regiões mais profundas que aqueles mais leves. Mas a causa imediata da separação é a presença de um gradiente de pressão que produz uma força resultante sobre os íons (Chapman & Cowling 1960). A contaminação, por sua vez, pode ocorrer através do processo de difusão que é induzido pela força gravitacional ou por gradientes de composição e afeta a distribuição de elementos abaixo da superfície estelar (Iben & MacDonald 1985). A contaminação também pode ocorrer devido à con-

vecção, para as anãs brancas frias ($T_{\text{eff}} \leq 10000\text{K}$), quando o hélio sobe para a superfície pelo aprofundamento da zona de convecção superficial.

1.1.6 Tipo espectral das Estrelas Anãs Brancas

O tipo espectral das estrelas anãs brancas é determinado pela abundância dos elementos espectroscopicamente visíveis. Observacionalmente, as anãs brancas dividem-se basicamente em dois tipos: aquelas com atmosfera pura de hidrogênio, chamadas DA, que constituem $\sim 80\%$ de todas anãs brancas; e aquelas com uma atmosfera pura de hélio, chamadas DB, que representam $\sim 20\%$ das anãs brancas. Quando quentes, as anãs brancas são conhecidas como DO, que apresentam poucas linhas na região ótica. Existe ainda uma pequena porcentagem de anãs brancas cujos espectros têm linhas de carbono, algumas outras com espectro somente do contínuo e outras poucas com metais (especialmente cálcio). Todas essas características espectrais são a base para classificar as anãs brancas. O atual sistema de classificação espectral das anãs brancas foi proposto por Sion et al. (1983), que preserva as características básicas do antigo sistema (Greenstein 1960). Este sistema introduz uma melhor descrição da aparência do espectro ótico e incorpora diretamente a temperatura efetiva como um índice numérico. Os símbolos usados são uma combinação da (1) letra D que indica uma estrela degenerada; (2) uma letra maiúscula que descreve o tipo espectral dominante do espectro ótico; (3) uma letra maiúscula para o tipo espectral secundário, se presente em alguma parte do espectro eletromagnético; e (4) um índice que varia de 1 a 9 indicando a temperatura, definido por $10 \times \Theta_{\text{eff}} (= 5040/T)$. Os tipos espectrais são definidos na Tabela 1.1.

Assim, por exemplo, uma estrela DB mostrando linhas do Ca II é classificada como DBZ. Uma DA com temperatura de 15000 K tem índice igual a 3, portanto, é uma DA3. Todos objetos mais frios que 5500 K têm índice 9.

Um dado observacional muito importante é que a razão do número de estrelas DA pelo número de estrelas não-DA (DA/nDA) varia com a T_{eff} . Não são observadas DA com $T_{\text{eff}} < 5500\text{K}$ e também não se observam estrelas DB entre 45000 e 30000 K. As explicações para estes fatos ainda são contraditórias. Se o tipo espectral é definido após a ejeção do envelope na fase de nebulosa planetária, esta hipótese esbarra no problema da falta de DB

Tab. 1.1: *Classificação Espectral das Anãs Brancas*

Tipo Espectral	Características Óticas
DA	Somente linhas de Balmer; não há He I ou metais presentes
DB	Linhas de He I; não há H ou metais presentes
DC	Espectro contínuo; não há linhas mais profundas que 5% em qualquer parte do espectro
DO	Linhas de He II muito intensas; He I ou H presentes
DZ	Somente linhas metálicas; sem H ou He
DQ	Presença de carbono, molecular ou atômico, em qualquer parte do espectro

Tab. 1.2: *Variação da Razão DA/nDA*

T_{eff} ($10^4 K$)	DA/nDA
8,0 - 4,0	$7,1 \pm 2,9$
4,0 - 2,0	$12,9 \pm 4,1$
2,0 - 1,2	$3,4 \pm 0,7$
1,2	1,1

entre 45000 e 30000 K. Por outro lado, o fato de que os núcleos de nebulosas planetárias se dividem em 70% ricos em hidrogênio e 30% em hélio, indica um canal evolutivo separado para as DA e DB (Shipman 1989).

Fleming, Liebert & Green (1986) determinaram a razão DA/nDA em função da T_{eff} usando as anãs brancas do catálogo de Palomar-Green. A Tabela 1.2 apresenta os valores por eles determinados para a variação do tipo espectral em função da T_{eff} .

Abaixo de 10000 K a razão DA/nDA passa de $\sim 4 : 1$ para $\sim 1 : 1$. A explicação é que ocorre uma mistura convectiva nas regiões externas do envelope fazendo que o hélio da camada abaixo da de hidrogênio passe para a superfície, contaminando a atmosfera e tornando a estrela uma não-DA. Para que isso ocorra, a teoria necessita que a camada de hidrogênio seja fina, $M_H \leq 10^{-8} M_*$ (Fontaine & Wesemael 1987, 1991; Shipman 1989). Uma

análise espectroscópica de Bergeron et al. (1990) das linhas altas da série de Balmer para 37 DA frias revela que a atmosfera da maioria dos objetos com $T_{\text{eff}} \leq 11500$ K é contaminada por uma quantidade significativa de hélio, com abundâncias alcançando, algumas vezes, uma proporção de $N(\text{He})/N(\text{H}) \sim 20$. Como a presença de hélio não pode ser observada diretamente nessa faixa de temperatura, é difícil determinar os parâmetros atmosféricos para as DA frias porque não se sabe qual a abundância de hélio na atmosfera. Além disso, o efeito nos perfis de linha produzidos pela presença de hélio na atmosfera é o mesmo que o obtido aumentando a gravidade superficial da estrela. Na prática, em uma mesma temperatura, uma anã branca com atmosfera pura de hidrogênio e uma dada gravidade superficial terá os mesmos perfis de linha e cores fotométricas que uma estrela DA com hélio e gravidade superficial menor!

1.2 A Sequência de Esfriamento das Anãs Brancas

O reconhecimento que as anãs brancas representam o estágio final da evolução estelar para a maioria das estrelas da sequência principal tem historicamente conduzido à suposição que a produção de energia nuclear (queima de hélio e/ou hidrogênio) não é significativa durante a evolução da anã branca. Considerando a ausência de energia nuclear e tomando a equação de estado termodinâmica para o interior altamente denso, a evolução das anãs brancas pode ser tratada, em primeira aproximação, como um simples problema de esfriamento (por este motivo a evolução das anãs brancas é conhecida como sequência de esfriamento). Isso foi mostrado pela primeira vez por Mestel (1952) através de uma equação de estado simples para um gás ideal de íons com elétrons completamente degenerados.

Sendo a evolução das anãs brancas um problema de esfriamento, a descrição do caminho evolutivo destas estrelas é, fundamentalmente, uma análise do comportamento da temperatura interna e da luminosidade superficial destes objetos ao longo da sua evolução. Portanto, o problema da evolução tanto da temperatura como da luminosidade superficial consiste de dois aspectos básicos:

1. A determinação do conteúdo energético total, E , da estrela;

2. A determinação da taxa pela qual essa energia é irradiada, que fornece a luminosidade total, L .

O primeiro aspecto refere-se a todas as fontes de produção de energia que são necessárias para manter a estrela brilhando durante as fases iniciais da evolução e, portanto, determinam a temperatura da estrela. O segundo refere-se à forma como essa energia é trocada com o meio-interestelar frio, ou seja, como os constituintes químicos superficiais que formam a interface entre o núcleo da estrela e o gélido espaço interestelar permitem que a energia seja irradiada produzindo, desta forma, a luminosidade superficial.

1.2.1 Relação Idade–Luminosidade

Durante todas as fases da evolução usa-se o termo anã branca; no entanto, existe uma diferença entre as anãs brancas das fases iniciais e aquelas mais evoluídas. Seguindo a sugestão de D’Antona & Mazzitelli (1990), vamos separar entre pré-anãs brancas e anãs brancas. O primeiro termo é usado para designar as estrelas que recém deixaram o AGB e ainda são quentes o suficiente para produzir grandes quantidades de energia via ciclo CNO na camada superficial. Em contraste, nas estrelas anãs brancas a queima de hidrogênio é totalmente desprezível.

De qualquer modo, a taxa na qual a energia é irradiada fornece a luminosidade total de uma anã branca, e é definida pela seguinte relação:

$$L(t) = -\frac{dE(t)}{dt}. \quad (1.10)$$

É importante determinar quais as fontes de produção de energia durante a evolução e como esta energia é liberada. Sendo a matéria no interior das anãs brancas altamente degenerada, e como os elétrons degenerados são excelentes condutores de calor, o interior é aproximadamente isotérmico e a temperatura do núcleo (T_n) é quase a mesma que a temperatura no limite núcleo/envelope. Assim, podemos afirmar, em primeira aproximação, que:

$$L(t) = -\left(\frac{dE_{te}}{dT_n}\right)\left(\frac{dT_n}{dt}\right) \quad (1.11)$$

O termo E_{te} refere-se a energia térmica da estrela, pois a maior contribuição da energia irradiada a partir da superfície é devida à diminuição do conteúdo térmico nuclear da estrela. A temperatura do núcleo diminui gradualmente à medida que o calor escapa através do envelope não-degenerado, já que não há produção de energia por reações nucleares, ou contração significativa. O primeiro termo do produto na Equação 1.11 representa o calor específico (C_V) da matéria, ou seja, a mudança de energia térmica devida à mudança de temperatura. Como $E_{te} \approx C_V T M_\star$, então

$$L = -C_V M_\star \frac{dT_n}{dt} \quad (1.12)$$

pois a temperatura do núcleo é praticamente constante e o núcleo ocupa praticamente toda a massa da estrela. Então, para descrever a evolução da luminosidade devemos conhecer a variação temporal da temperatura central da estrela.

Desde o trabalho inicial de Mestel (1952) sabemos que o gás de elétrons degenerados fornece a pressão necessária para evitar o colapso gravitacional mas não contribui significativamente para a capacidade calorífica, enquanto o gás de íons tem uma contribuição desprezível para pressão mas fornece, aproximadamente, todo o reservatório de energia térmica da estrela. Por estas razões, os cálculos para determinar o tempo de esfriamento das anãs brancas dependem tanto de um conhecimento do comportamento do denso plasma interior que é necessário para determinar a energia térmica disponível, como da estrutura térmica do envelope que é requerida para determinar a taxa na qual esta energia térmica é perdida. Foi assim que Mestel (1952) chegou na relação tempo-luminosidade que fornece a razão na qual o calor dos íons é liberado durante o esfriamento. A relação tempo de esfriamento τ_{esf} (que também define a idade da estrela) e luminosidade de uma anã branca encontrada por Mestel foi, como veremos abaixo:

$$\tau_{esf} \propto L^{-5/7} \quad (1.13)$$

Para chegar nesta relação foi assumido que o fino envelope cobrindo o núcleo é não-degenerado e que a transição entre os regimes degenerado e não-degenerado ocorre abruptamente num raio r_{tr} . Como a condutividade elétrica é eficiente no núcleo, assume-se que

a temperatura na zona de transição é igual àquela do núcleo. O envelope é não-degenerado e pode ser considerado como um gás ideal:

$$P_{ideal} = \frac{k}{\mu H} \rho T, \quad (1.14)$$

onde k é a constante de Boltzmann, μ é o peso molecular médio do gás, H é unidade de massa atômica, ρ a densidade e T a temperatura. Abaixo de r_{tr} , o gás é degenerado e a equação de estado independe da temperatura (Equação 1.7):

$$P_{deg} = K \rho^{5/3}. \quad (1.15)$$

Na região de transição a pressão deve ser contínua, então, em r_{tr} , $P_{ideal} = P_{deg}$. Eliminando ρ , obtemos:

$$P = K \left(\frac{kT}{K\mu H} \right)^{5/2}. \quad (1.16)$$

Como o envelope ao redor do núcleo tem uma massa de $\sim 10^{-4} M_{\star}$, podemos desprezar sua massa e afirmar que na região de transição,

$$M_{r_{tr}} \approx M_{\star} \quad (1.17)$$

e

$$L_{r_{tr}} \approx L_{\star}. \quad (1.18)$$

Usando estas duas aproximações nas equações de equilíbrio hidrostático e transferência de energia da estrutura estelar (veja por exemplo, Clayton 1993), obtemos

$$\frac{dT}{dP} = \frac{3}{4ac} \frac{L_{\star}}{4\pi G M_{\star}} \frac{\kappa}{T^3}, \quad (1.19)$$

onde κ é a opacidade e a é a constante de radiação. Usando a lei de opacidade de Kramers

$$\kappa = \kappa_o P T^{-3,5} \quad (1.20)$$

e integrando a Equação 1.19 com as condições de contorno de radiação zero ($T = 0$ e $P = 0$), encontramos

$$\frac{T^{8,5}}{8,5} = \frac{3}{4ac} \frac{\kappa_o L_\star}{4\pi G M_\star} \frac{P^2}{2}. \quad (1.21)$$

Substituindo P na Equação 1.21 pela Equação 1.16 obtemos, para $L \equiv L_\star$,

$$L = \Phi M_\star T^{7/2}, \quad (1.22)$$

onde

$$\Phi = \frac{2}{8,5} \frac{4ac}{3K^2} \frac{4\pi G}{\kappa_o} \left(\frac{K\mu H}{k} \right)^5.$$

Derivando a Equação 1.22 em relação ao tempo e colocando o resultado na Equação 1.12, podemos igualar as Equações 1.22 e 1.12 e integrar analiticamente para obter o tempo τ requerido para o modelo esfriar de uma temperatura inicial T_o (L_o) para uma temperatura final T (L). Assim, o tempo de esfriamento τ_{esf} (em anos), como encontrado por Mestel, é:

$$\tau_{esf} = 6,3 \times 10^6 \left(\frac{A}{12} \right)^{-1} \left(\frac{M}{M_\odot} \right)^{5/7} \left(\frac{\mu}{2} \right)^{-2/7} \left[\left(\frac{L}{L_\odot} \right)^{-5/7} - \left(\frac{L_o}{L_\odot} \right)^{-5/7} \right]. \quad (1.23)$$

1.2.2 A sequência de esfriamento

Um tratamento mais realista e sofisticado da equação de estado do plasma iniciou-se a partir do reconhecimento da importância das interações que conduzem à cristalização, passando pela liquefação, do material nuclear das estrelas degeneradas (Lamb & Van Horn 1975). Paralelamente, seguiu-se o entendimento de que para estrelas anãs brancas suficientemente frias ($T_{\text{eff}} \leq 8000K$) um profundo envelope convectivo pode penetrar na camada radiativa até o limite do núcleo degenerado permitindo um transporte de energia convectivo relativamente eficiente através do envelope não-degenerado (Böhm 1968). Assim, a evolução das anãs brancas requer o conhecimento dos vários efeitos produzidos pela interações Coulombianos (incluindo a cristalização) e também um tratamento mais elaborado sobre a convecção no envelope.

Os primeiros resultados dos modelos evolutivos explorando um cenário mais realístico que empregava uma equação de estado mais completa e incorporava um tratamento completo da ionização parcial e convecção do envelope foi realizado por Lamb & Van Horn (1975).

Posteriormente, Iben & Tutukov (1984, daqui em diante IT84) e Koester & Schönberner (1986) descreveram as diversas etapas que constituem o esfriamento das anãs brancas e as variações do raio e gravidade superficial que ocorrem durante a evolução.

Seguindo a evolução do modelo de uma anã branca de $0,6 M_{\odot}$ através da curva de esfriamento ($L \times \tau$), IT84 mostraram as diversas fases do esfriamento desde a fase de pós-AGB (após a ejeção da nebulosa planetária, que ainda não pode ser calculada diretamente) até alcançar uma luminosidade de $10^{-5} L_{\odot}$. A determinação da equação de estado do gás degenerado é o ponto de partida para acompanhar a evolução.

Para temperaturas baixas, os efeitos das interações Coulombianas e da liquefação e cristalização são incluídos expressando a energia interna como uma função da densidade e temperatura e a relação entre pressão e densidade de energia. O estado dos íons no mar eletrônico de Fermi é dado por (conforme IT84):

$$\Gamma \approx 22.6 \left(\sum Z_j^2 X_j / A_j^{1/3} \right) (\rho_6^{1/3} / T_6) \quad (1.24)$$

e

$$\Lambda \approx 3.47 \left(\sum Z_j^2 X_j / A_j \right)^{1/2} (\rho_6^{1/2} / T_6) \quad (1.25)$$

que medem (em relação a κT) a energia de interação Coulombiana entre íons e elétrons e a energia dos fônons dos íons na frequência de plasma. Nas equações acima, X_j é a abundância por massa de um íon de massa atômica A_j e carga Z_j , ρ_6 é a densidade em 10^6 g/cm^3 e T_6 é a temperatura em unidades de 10^6 K .

A liquefação ocorre quando $\Gamma > 1$ e a cristalização para $\Gamma > \Gamma_m = 160 - 180$. Γ representa a razão entre a energia devida à interação Coulombiana e a energia cinética dos íons [$\Gamma = (Ze)^2 / a \kappa T$]. Portanto, a cristalização inicia quando a energia de ligação entre os íons for ~ 160 vezes maior que a energia de movimento dos íons (IT84). D'Antona & Mazzitelli (1990) apontam que a cristalização do material estelar pode ocorrer para Γ_m entre 145 e 165 dependendo da equação de estado utilizada. Mas ainda existe um problema relacionado com a cristalização que é devido ao núcleo ser composto, no mínimo, por uma mistura iônica de carbono e oxigênio. O resultado pode ser uma cristalização em duas etapas:

primeiro ocorreria a cristalização do oxigênio, seguida por uma separação gravitacional e decantação do oxigênio com relação ao carbono, e então pela cristalização do carbono. Os modelos evolutivos ainda não incorporaram estes efeitos, e nem mesmo se existe a decantação do oxigênio ou a cristalização da mistura C/O, mas já se está trabalhando neste sentido (Wood 1995).

Em qualquer momento da evolução, a densidade de energia e pressão devido à interação Coulombiana é

$$\Delta U_{Coul} = -\Gamma n_i \kappa T \quad (1.26)$$

e

$$\Delta P_{Coul} = \Delta U_{Coul}/3. \quad (1.27)$$

A equação de estado para $1 < \Gamma < 0.9\Gamma_m$ é:

$$U'_i/n_i \kappa T = 3/2 + 1.1 \log \Gamma + \Lambda^2/12 \quad (1.28)$$

e para $\Gamma > 1.1\Gamma_m$

$$U'_i/n_i \kappa T = 3(1 + 0.43\theta + 5\pi^{-4}\theta^3)^{-1} \quad (1.29)$$

onde $\theta = \Theta_D/T = \Lambda/2.24$. Os modelos de evolução para as anãs brancas supõem um gás perfeito para $\Gamma < 1$, um líquido para $1 < \Gamma < 0.9\Gamma_m$ e um sólido para $\Gamma > 1.1\Gamma_m$. Assim, podemos dizer que a densidade de energia de um elemento i é $U_i = U'_i + \Delta U_{Coul}$ e a pressão é $P_i = (2/3)U'_i + (1/3)\Delta U_{Coul}$.

A energia luminosa da anã branca é um resultado do balanço entre a energia acumulada nas fases iniciais da evolução e a energia liberada pela superfície da estrela. A evolução temporal da equação de estado permite, portanto, obter a relação entre luminosidade e tempo de esfriamento.

As fontes de energia durante a evolução são :

- Energia potencial gravitacional E_{pg} e energia térmica E_{ter} são as energias fornecidas pela contração gravitacional da estrela e pelo conteúdo térmico do núcleo, respectivamente. A soma destas fontes é definida como $E_g = E_{pg} + E_{ter}$.

- Energia produzida pela fusão termonuclear do hidrogênio e do hélio, E_{nuc} . Durante os processos de fusão termonuclear tanto do hidrogênio como do hélio (no estágio de pré-anã branca) ocorre uma liberação de energia então, $E_{nuc} = E_H + E_{He}$.

A perda de energia ocorre pelas seguintes formas:

- Energia liberada pela emissão de neutrinos, E_ν ;
- Energia superficial (que mantém a estrela brilhando), E_s .

Assim, em qualquer instante da evolução, podemos afirmar que

$$E_s = E_g + E_{nuc} - E_\nu,$$

e a taxa na qual a energia é liberada, ou seja, sua luminosidade superficial, é:

$$L_s = L_g + L_{nuc} - L_\nu. \quad (1.30)$$

Portanto, a descrição da evolução de uma anã branca é a determinação de cada um dos termos da Equação 1.30.

IT84 mostram que o comportamento temporal para um modelo de anã branca de $0,6 M_\odot$ com envelope rico em hidrogênio ($M_H = 1,5 \times 10^{-4} M_\odot$) pode ser dividido em seis épocas:

Na primeira época e mais curta de todas (dura $\sim 6 \times 10^3$ anos), a L_s é fornecida pela fusão do hidrogênio nas camadas mais externas que queimam via ciclo CNO. Esta época finaliza com uma redução abrupta na luminosidade fornecida pela fusão de hidrogênio que passa do ciclo CNO para a reação pp . Nesta fase, ainda ocorre um esfriamento e contração da matéria das camadas mais externas produzindo um breve aumento na liberação da energia gravitacional e térmica ($L_s \approx L_{nuc} = L_H$).

Durante a segunda época (a partir de $\approx 6 \times 10^3$ até $\approx 10^5$ anos) a maior parte da energia emitida pela superfície é fornecida pela queima simultânea de hélio e hidrogênio ($L_s \approx L_H + L_{He}$).

Na terceira época (de $\approx 10^5$ a $\approx 5 \times 10^6$ anos) ocorre um balanço entre a energia perdida através dos neutrinos e a liberação de energia térmica interna. Nesta etapa, o núcleo tende

a ficar isotérmico devido à alta emissão de neutrinos que diminui pesadamente a sua energia térmica. A estrela sofre um rápido esfriamento e $L_s \approx L_{ter} - L_\nu$.

Na quarta etapa, que ocorre entre $\approx 5 \times 10^6$ a $\approx 10^8$ anos, toda perda e produção de energia continuam a diminuir, exceto para a queima de hidrogênio. O carbono e oxigênio do núcleo sofrem um processo de liquefação que aumenta o calor específico e, portanto, reduz a taxa na qual a temperatura do interior diminui ($L_s \approx L_{ter}$). Porém, alguns trabalhos mostram que não há evidência para queima de hidrogênio (Hines & Nather 1987).

O próximo estágio da evolução é uma etapa particular para o caso específico do modelo de IT84. Neste período, que vai de 10^8 a 2×10^9 anos, a queima de hidrogênio é a principal fonte de energia. Quase 50% da massa da camada de hidrogênio é consumida. Nos modelos de Koester & Schönberner (1986) e Mazzitelli & D'Antona (1986) esta etapa não ocorre (a queima de H não fornece mais que 20% da luminosidade total) pois a massa do envelope de hidrogênio é menor que aquela usada por IT84 ($L_s \approx L_{ter} + L_H$).

Na sexta e última etapa (a mais lenta de todas, vai de 10^9 a 4×10^9 anos) a produção de energia nuclear é baixa e a fonte principal passa a ser a energia térmica do núcleo. Durante esta etapa inicia o processo de cristalização, primeiro no núcleo e depois se estendendo até o envelope. A transição de estado da matéria faz com que o calor específico aumente, reduzindo a taxa de esfriamento. Quando a matéria está cristalizada o calor específico diminui de acordo com a Lei de Debye ($C_V \propto T^3$) e a luminosidade superficial diminui mais rapidamente que em qualquer outra etapa da evolução. A partir desta etapa, resta na estrela somente sua energia térmica que manterá a estrela brilhando até alcançar o equilíbrio termodinâmico com o meio interestelar que a envolve.

Na Figura 1.1 são mostradas as sequências de esfriamento para as anãs brancas usando diferentes parâmetros físicos. A legenda tem o seguinte significado: IT84a – Iben & Tutukov (1984): $M = 0,6M_\odot$, $M_{He} = 0,026M_\odot$, $M_H = 1,5 \times 10^{-4}M_\odot$; KS86b – Koester & Schönberner (1986): $M = 0,598M_\odot$, $M_{He} = 0,014M_\odot$, $M_H = 9,4 \times 10^{-5}M_\odot$; DM89c – D'Antona & Mazzitelli (1989): $M = 0,564M_\odot$, $M_{He} = 0,021M_\odot$, $M_H = 4 \times 10^{-4}M_\odot$; IT84d – Iben & Tutukov (1984): $M = 0,6M_\odot$, $M_{He} = 0,016M_\odot$, $M_H = 0$; DM89e – D'Antona & Mazzitelli (1989): $M = 0,564M_\odot$, $M_{He} = 0,022M_\odot$, $M_H = 0$.

Os modelos de evolução dependem de muitos fatores. Massa da estrela, massa de hélio,

massa de hidrogênio, composição do núcleo e metalicidade do envelope (modifica a opacidade) podem alterar o tempo de evolução para uma anã branca alcançar a invisibilidade. A mudança de temperatura também afeta o tempo de evolução. Para altas T_{eff} , a opacidade é dominada pelo espalhamento dos elétrons (aproximadamente constante), enquanto para baixas T_{eff} a opacidade é fornecida pela transição ligado – livre, descrita pela lei de Kramers (Equação 1.20). A equação de estado para o envelope, responsável pela taxa de liberação de energia, é fortemente dependente das opacidades. Além disso, a queima de hidrogênio durante a evolução não é consenso; Wood (1992, 1995) não inclui estas fontes de energia por não haver evidências observacionais.

Uma anã branca com maior massa tem um aumento do período evolutivo para $\log L/L_{\odot} \geq -3$ pois há um aumento do conteúdo térmico. Entretanto, para maiores massas, a cristalização e efeitos de Debye ocorrem antes devido a alta densidade da matéria. Então, em baixas luminosidades, a taxa de esfriamento aumenta, diminuindo o tempo da evolução. Aquelas com mais hidrogênio, hélio e metais evoluem mais lentamente que as que contêm menores abundâncias destes elementos (Mazzitelli & D'Antona 1986).

Como mostra a Figura 1.1, a inclinação das curvas muda conforme mudam as fontes que fornecem a energia luminosa da estrela como descrito acima; também podemos notar que durante a terceira e última fase o esfriamento $[d(\log L)/d(\log t)]$ é mais rápido.

Através dos modelos de evolução pode-se calcular o tempo que uma anã branca leva para atingir uma certa luminosidade. Quando os modelos são comparados com a função de luminosidade observada das estrelas anãs brancas é possível estimar a idade da nossa Galáxia. Na próxima seção vamos mostrar como podemos inferir a idade do disco da Galáxia conhecendo a função de luminosidade.

1.3 Função de Luminosidade das Estrelas Anãs Brancas

Desde o início da formação estelar na vizinhança solar, as estrelas têm evoluído e muitas destas já alcançaram seu estágio final. A grande maioria das estrelas que partiram da

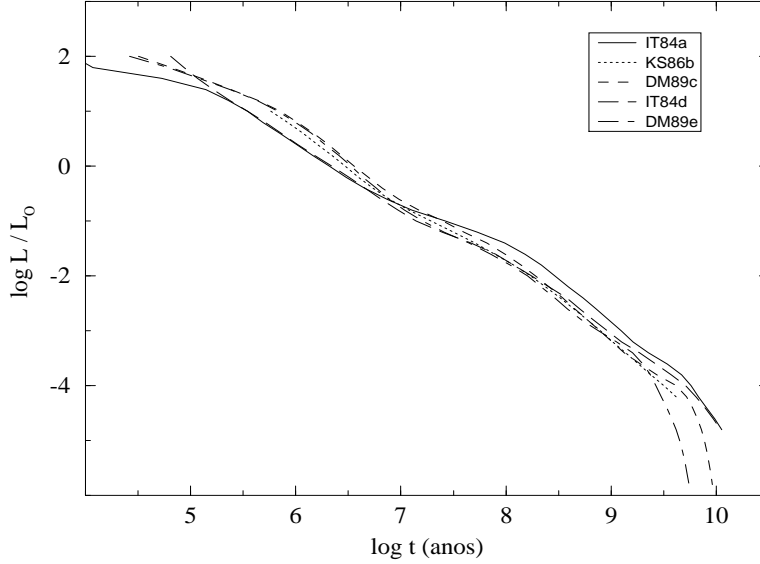


Fig. 1.1: Sequências de esfriamento para as estrelas anãs brancas. Os detalhes da legenda estão no texto.

sequência principal tornaram-se anãs brancas. Devido à idade finita da Galáxia, Weidemann (1968, 1969) propôs que poderia haver uma queda abrupta na função de luminosidade (FL) das anãs brancas. Esta suspeita foi comprovada por Liebert (1980); mais tarde, Winget et al. (1987) apresentaram pela primeira vez a FL teórica que mostrava a queda abrupta como devida à idade finita da Galáxia, indicando uma idade de $9,3 \pm 2$ Ganos para a Galáxia.

A FL observada é a densidade espacial das anãs brancas por intervalo de magnitude bolométrica (M_{bol}). Fleming, Liebert & Monet (1986) construíram a FL para uma amostra de 346 anãs brancas com $M_v \leq 13$ para garantir uma completeza. O limite da sua amostra, $M_v = 13$, corresponde a uma luminosidade de $\log L/L_\odot \geq -3,3$ e um tempo de esfriamento para uma anã branca de ≤ 1 Gano (usando um modelo de $0,6M_\odot$). Liebert, Dahn & Monet (1988) incluíram mais 43 DA frias (até 3750 K) com $M_V \geq 13$ e construíram a FL observada (Figura 1.2) para o disco galático. O método empregado para calcular ambas as FL foi o “Método $1/V_{max}$ ”; dada a magnitude limite da amostra, calcula-se o maior volume, V_{max} ,

que uma estrela poderia ocupar dentro da amostra. Assim, a contribuição de cada estrela à densidade espacial local é $1/V_{max}$.

A Figura 1.2 mostra uma queda abrupta da FL para $\log(L/L_{\odot}) \sim -4,4$. É difícil associar esta queda da FL para qualquer outro efeito físico que não um tempo de esfriamento das estrelas degeneradas menos luminosas aproximadamente igual à idade finita do disco Galático. Mas também poderia ser devido a algum efeito de seleção, pois as anãs brancas mais velhas são muito fracas ou como resultado do rápido esfriamento da estrela logo após a cristalização, quando está na fase de Debye (ver Seção 4.3). Mas neste caso haveria mais anãs brancas fracas do que mostra a FL observada e, portanto, a idade do disco seria maior.

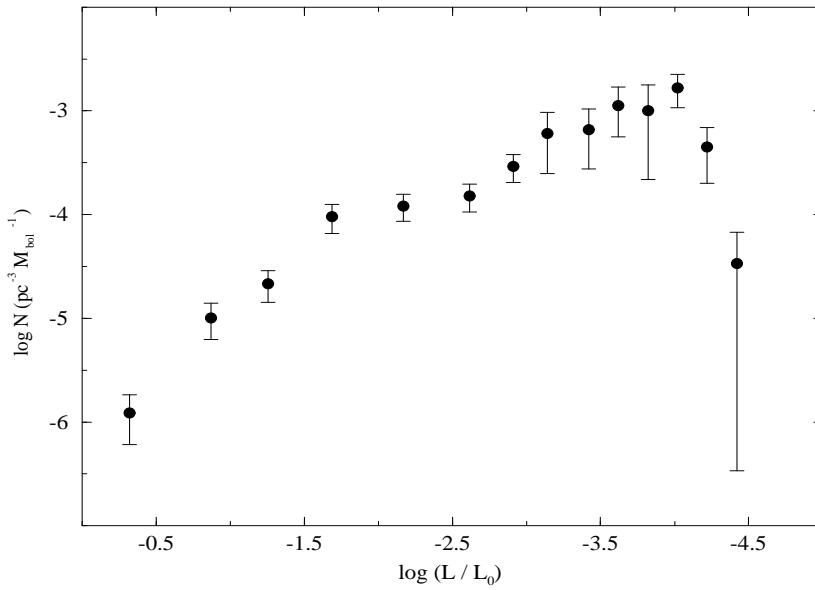


Fig. 1.2: *Função de luminosidade observada usando os dados fornecidos por Liebert, Dahn & Monet (1988). A queda abrupta acontece para $\log L/L_{\odot} \sim -4,4$.*

Wood (1992) usou a FL observada para vincular seus modelos evolutivos e determinar a idade da Galáxia. A FL teórica de Wood, usando o procedimento proposto por Iben & Laughlin (1989), é integrada sobre todas as massas e luminosidades possíveis para uma estrela tornar-se uma anã branca levando em conta vários parâmetros como: taxa de formação estelar, valores limites de massa, função de massa inicial, tempo para uma estrela deixar a sequência principal, relação entre a massa inicial e final e uma relação de inflação da

escala de altura (do disco). Wood (1992) analisou apropriadamente todos estes parâmetros independentemente e chegou a uma idade para o disco galático entre 7,5 e 11 *Ganos*, onde a maior incerteza ($\sim 40\%$) resulta da falta de boas estimativas das correções bolométricas.

A partir da FL observada Liebert, Dahn & Monet calcularam a densidade local de anãs brancas. Eles encontraram uma densidade local de 0,0032 anã branca/ pc^3 . Considerando uma massa média de $0,6 M_{\odot}$ para a amostra, isso leva a uma densidade de massa local de somente $0,002 M_{\odot}/\text{pc}^3$. Esse valor corresponde a aproximadamente 1% da densidade de massa local estimada dinamicamente, e portanto as anãs brancas não contribuem significativamente para a massa escura da Galáxia.

1.4 As Estrelas Anãs Brancas Pulsantes

A partir dos anos 40 surgiram suspeitas que os objetos compactos poderiam pulsar, pois a relação período-densidade média fornecia um valor para a escala de tempo dinâmico de menos de 10 s, que é a escala de tempo para pulsações não-radiais nestes objetos (Sauvenier-Goffin 1949). Mas como é comum na ciência, a descoberta da primeira anã branca variável foi acidental. Landolt (1968) estava observando a estrela HL Tau 76 como uma padrão, mas para sua surpresa, ele encontrou que essa estrela era variável com um período de ~ 750 s e com variações de luminosidade de 0,3 mag. HL Tau-76 foi, portanto, a anã branca que deu início ao que hoje se denomina *anãs brancas pulsantes*. Desde então, várias outras anãs brancas foram identificadas como variáveis. Atualmente, se conhecem mais de 40 anãs brancas pulsantes e, considerando a estatística da população das anãs brancas, McGraw (1977) conclui que este tipo de estrelas variáveis é o mais comum no universo entre aquelas que são variáveis.

Todas as anãs brancas pulsantes conhecidas são multi-periódicas, com períodos variando de 100 a 1500 s e amplitudes entre milésimos e décimos de magnitude (veja, por exemplo, Bradley 1993b). As anãs brancas pulsantes são estrelas normais, ou seja, elas não mostram qualquer diferença a não ser as suas variações de luz. Mas, enquanto a fotometria é um ótimo indicador da variabilidade, foi somente através dos espectros (que fornecem T_{eff} e tipo espectral) que se pode dividir as anãs brancas pulsantes em grupos distintos. Assim, quatro

tipos de variáveis foram identificados ao longo da sequência de esfriamento, sendo que em cada uma das classes as estrelas estão agrupadas em regiões bem definidas de temperatura. Tomando a idade zero como o início da formação de nebulosa planetária (Winget 1988; Iben & Tutukov 1984) nós podemos definir as quatro (alguns autores dividem em três, juntando as duas primeiras; por exemplo, Hansen & Kawaler 1994) classes de anãs brancas pulsantes a partir das mais jovens. Elas são as seguintes:

- i) PNNV ou K1-16: São os núcleos de nebulosas planetárias (NNP) que apresentam variações de luz. Possuem T_{eff} maiores que 100000 K (Grauer & Bond 1984; Bond 1988). A presença de uma nebulosa observável indica que estes objetos são mais jovens que $\sim 10^4$ anos. Existem seis estrelas variáveis nesta classe.
- ii) DOV ou PG1159: Também conhecidas como estrelas GW Vir, estão no meio-caminho entre anãs brancas e NNP. Seu esfriamento é dominado pela emissão de neutrinos produzidos no núcleo e têm uma idade de $\sim 10^5$ anos. Atualmente, são conhecidas cinco estrelas DOV com $T_{\text{eff}} \leq 100000$ K (Werner & Heber 1991; Werner 1992; Kawaler et al. 1995).
- iii) DBV ou V477 Her: Possuem atmosfera pura de hélio e as sete estrelas conhecidas estão concentradas entre 24000 e 21500 K (Thejll, Vennes & Shipman 1991). As DBV têm uma idade de $\sim 10^7$ anos.
- iv) DAV ou ZZ Ceti: Possuem atmosfera pura de hidrogênio. São os pulsadores compactos mais frios e mais freqüentes. Hoje, já chegam a 24 as estrelas ZZ Ceti conhecidas com T_{eff} entre 11160 e 12460 K (Bergeron et al. 1995). São os mais velhos, com $\sim 10^9$ anos de idade.

As duas classes mais frias (DBV e DAV) são consideradas as verdadeiras anãs brancas pulsantes, no sentido que elas evoluem com raio praticamente constante (Koester & Schönberner 1986). Além disso, neste estágio não ocorrem queimas nucleares e toda a força que suporta a gravitacional é devida à pressão dos elétrons degenerados do núcleo, que independe da temperatura e depende da densidade. As estrelas DBV e DAV estão situadas entre temperaturas relativamente bem definidas. Estas regiões são denominadas *faixas*

de instabilidade (como a faixa de instabilidade das estrelas Cefeidas), e a borda quente é chamada de limite azul e a borda fria de limite vermelho por causa da cor.

A proposta de que as variações de luz nas estrelas anãs brancas eram causadas por oscilações radiais entrou em sérios confrontos com a teoria de pulsação da época. Os períodos das pulsações observadas eram uma ou duas ordens de grandeza maiores que os períodos previstos pela teoria de oscilações radiais. Este impasse foi logo resolvido, independentemente por Chanmugam (1972) e Warner & Robinson (1972) que sugeriram que as oscilações eram não-radiais de modo-g, estudados teoricamente por Ledoux (1958). Para estes modos de pulsação, a força restauradora é a gravitacional e os deslocamentos angulares do fluido são descritos pelos esféricos harmônicos $Y_{\ell,m}(\theta, \phi)$. Como os deslocamentos radiais são da ordem de poucos metros ($10^{-4}R_*$), devido à intensa ação gravitacional, a principal causa das variações de luz são as variações de temperatura (Robinson, Kepler & Nather 1982; Kepler 1984). Assim, um modo de pulsação é definido pelos índices ℓ e m , onde ℓ é um inteiro (0,1,...) e $|m| \leq \ell$. Cada modo também é identificado pelo seu sobretom k que indica o número de nodos na direção radial.

No Sol, os modos de pulsação observados são inúmeros. Para as anãs brancas, os modelos de pulsação também previam um espectro para as oscilações de modo-g muito mais rico do que o observado. Porém apenas alguns modos são observados. Evidentemente, algum mecanismo deveria selecionar apenas os poucos modos observados. O problema foi solucionado quando construíram-se modelos mais realísticos que consideravam a estrutura química estratificada para as anãs brancas. Os modelos previam a ressonância de certos modos com a espessura das camadas superficiais de hidrogênio e hélio (Winget, Van Horn & Hansen 1981). Este mecanismo aliado ao fato de que as faixas de instabilidade das DBV e DAV ocorrem próximas à região de máxima opacidade de hélio e hidrogênio, respectivamente, fortemente indicaram que a natureza do mecanismo que aciona as pulsações é a ionização parcial das camadas superficiais do hélio para as DBV e do hidrogênio para as DAV. Winget, Van Horn & Hansen propõem que para os modelos estratificados mudanças abruptas de densidade nas interfaces das camadas modificam as características da onda que se propaga a partir do núcleo. Os modos selecionados são aqueles que surgem de uma ressonância entre o comprimento de onda do modo e a espessura da camada de hidrogênio, de tal forma que

a amplitude é pequena no núcleo e alta na superfície. Para estes modos, a energia cinética é mínima — pode chegar a ser seis ordens de grandeza menor que a energia cinética do sobretom adjacente. Assim, os modos selecionados são aqueles que possuem um mínimo da energia cinética.

Historicamente, a descoberta das DBV foi um triunfo da ciência, pois logo após o esclarecimento do mecanismo de pulsação das ZZ Ceti, Don Winget sugeriu que deveria haver uma faixa de instabilidade próximo ao máximo da opacidade do He I (~ 25000 K) para as estrelas DB. Em 1982, Winget et al. anunciaram a descoberta da primeira DBV!

Starrfield et al. (1985, 1984) mostraram que a ionização parcial do C e O poderia acionar as pulsações das estrelas PNNV e DOV. A presença de oxigênio na superfície destes objetos foi detectada por Sion, Liebert & Starrfield (1985) comprovando as previsões teóricas de Starrfield et al. Embora estes resultados não sejam confirmados por cálculos posteriores, todos os grupos de anãs brancas variáveis devem suas pulsações aos mecanismos de opacidade κ e γ atuando nas zonas de ionização parcial.

1.4.1 Sismologia de Anãs Brancas

Como as anãs brancas pulsantes diferem das demais anãs brancas somente por apresentarem variações de luz multi-periódicas, é estudando estas variações que podemos determinar a estrutura das anãs brancas em geral. Estudar as variações significa analisar a transformada de Fourier da curva de luz². Mas uma das principais dificuldades em extrair as informações da curva de luz é o fato de que as observações são interrompidas pela rotação e translação da Terra. Se nós observarmos a partir de um único telescópio, perderemos dados durante as horas diurnas e, exceto para as estrelas circumpolares, por vários meses do ano. Estes intervalos causam o aparecimento de picos (chamados lobos) na transformada de Fourier que não são devidos às variações de luz. Como o objetivo é obter a melhor resolução para interpretar a estrutura multiperiódica das oscilações, os espectros de Fourier ficam prejudicados devido aos intervalos de tempo sem observações. Para exemplificar este problema, suponhamos que uma estrela hipotética está pulsando em dois modos cujas frequências estão separadas

² O resultado da transformada de Fourier é o que chamamos de espectro de Fourier.

por $4\mu\text{Hz}$ e foi observada durante 8 horas; não poderemos identificar as duas frequências. Isto ocorre porque existe uma relação entre tempo de observação T e resolução do espectro de Fourier. A resolução de um espectro de Fourier é $\sim 1/T$, com lobos laterais em ambos os lados do pico principal. Significa que a largura do pico na frequência da oscilação é $1/T$. Assim, no nosso exemplo, a incerteza na frequência seria $1/8\text{ h}$ ou $35\mu\text{Hz}$, que é mais largo que o espaçamento de $4\mu\text{Hz}$ entre as duas frequências de oscilação da nossa estrela hipotética. O resultado é que não seríamos capazes de resolver os dois picos no espectro de Fourier e, portanto, não veríamos os dois sinais presentes.

Foi pensando em decifrar os vários modos de pulsação do espectro de Fourier que um grupo de astrônomos da Universidade do Texas criou o “Whole Earth Telescope” (WET; Nather 1989; Nather et al. 1990). O WET é formado por um grupo de astrônomos associados a uma rede de telescópios óticos situados em diferentes longitudes sobre a Terra com o objetivo de obter a curva de luz de uma estrela variável sem interrupções durante 24 horas. Então, a principal meta do WET é resolver as frequências individuais de oscilação identificando os números quânticos (ℓ , m e k) dos modos de pulsação, permitindo uma comparação com os modelos teóricos e, portanto, descrever a estrutura estelar das anãs brancas. Para citar um dos resultados do WET, Winget et al. (1991) analisaram 264 h de dados da estrela DOV PG1159–035 e identificaram 101 modos de pulsação ($\ell = 1$ e 2) com uma incerteza de apenas $0,8\ \mu\text{Hz}$. A determinação dos índices de pulsação é uma tarefa extremamente difícil, devido à complexidade das pulsações.

A análise destes resultados é conhecida como sismologia estelar, pois dá informações sobre o interior da estrela, assim como o estudo das ondas sísmicas na Terra fornece informações sobre seu interior.

Com o início das operações do WET houve um rápido aumento de trabalhos teóricos que investigam o interior das estrelas através das suas pulsações possibilitando a determinação de diversas grandezas estelares (massa, luminosidade, temperatura, período de rotação, campo magnético, etc.). Além disso, Kleinman et al. (1994) utilizaram os dados obtidos pelo WET entre 1988 e 1992 da DAV G29–38 para medir a fase de uma frequência estável e isolada (no espectro de Fourier) e concluir que as variações de fase medidas não eram devidas a uma suposta companheira (Barnbaum & Zuckerman 1992; Winget et al. 1990).

Os parâmetros estelares podem ser determinados a partir das quantidades derivadas observacionalmente. Estas quantidades são obtidas através do espectro de Fourier. Abaixo está a relação delas e os respectivos parâmetros estelares que podem ser obtidos.

Período de Espaçamento Médio ($\langle \Delta P_{\ell,k} \rangle$)

Uma análise assintótica ($k \gg 1$) dos modos-g fornece o período do k -ésimo sobreton como (Bradley 1993b)

$$P_{\ell,k} = \frac{\Pi_o}{\sqrt{\ell(\ell+1)}}(k + \epsilon), \quad (1.31)$$

onde Π_o , o espaçamento característico para os modos-g, é uma função da estrutura da estrela, k é o número de nodos na direção radial e ϵ uma constante dependente do modelo.

Se nós observarmos suficientes modos de mesmo ℓ , podemos calcular o espaçamento entre os períodos de sobretons consecutivos ($\Delta P_\ell = P_{\ell,k+1} - P_{\ell,k}$) e, então, determinar o valor médio do período de espaçamento ($\langle \Delta P_\ell \rangle$). A relação entre o período de espaçamento médio e Π_o é

$$\langle \Delta P_\ell \rangle \propto \frac{\Pi_o}{\sqrt{\ell(\ell+1)}}. \quad (1.32)$$

Para anãs brancas quentes Π_o depende somente da massa da estrela (Kawaler 1990). Para anãs brancas com massa entre $0,4$ e $1,0 M_\odot$ e $L \geq 10 L_\odot$,

$$\Pi_o = 18,18 \left(\frac{M}{M_\odot} \right)^{-1}. \quad (1.33)$$

Para anãs brancas frias, onde o envelope não-degenerado determina os períodos de pulsação, Π_o depende da massa das camadas superficiais (Tassoul, Fontaine & Winget 1990), e portanto calculam-se através de modelos específicos para cada estrela.

Baseados em dados do WET, Winget et al. (1991) encontraram para a estrela PG1159–035 $\langle \Delta P_{\ell=1} \rangle = 21,6$ s que corresponde a uma massa total de $0,59 \pm 0,01 M_\odot$. Clemens et al. (1993) estimaram uma massa de $\sim 0,62 M_\odot$ para a PG1115+158. Winget et al. (1994) analisaram 154 h de dados da DBV GD358 e determinaram uma massa de $0,58 \pm 0,03 M_\odot$.

Modos de Pulsação Seleccionados pela Espessura das Camadas Superficiais

Devido à estrutura estratificada das anãs brancas, alguns modos de pulsação entram em ressonância com a massa da camada superficial (Seção 1.4). Estes modos têm amplitudes maior no envelope e podem ser observados. Evidentemente, eles estão relacionados com a massa da camada superficial e Winget, Van Horn & Hansen (1981) chegaram à seguinte relação analítica entre o período de pulsação (em s) e a massa da camada de hidrogênio:

$$P_i = \lambda_i \frac{17,4}{\sqrt{\ell(\ell+1)}} \left(\frac{M_H}{M_\star} \right)^{0,107} \left(\frac{M_\star}{M_\odot} \right)^{-1} \quad (1.34)$$

onde M_\star é a massa da estrela, M_H é a massa da camada de hidrogênio e λ_i são os zeros da função de Bessel que dependem do valor de ℓ . Em princípio, conhecendo-se os valores de ℓ através do espectro de Fourier podemos determinar a massa da camada de hidrogênio. A relação 1.34 funciona bem para as DBV e DAV mas não para as DOV.

Para a DBV GD 358 Winget et al. (1994) calcularam que $M_{He} = (2,0 \pm 1,0) \times 10^{-6} M_\odot$ considerando $\ell = 1$ para os modos detectados através do espectro de Fourier baseado em dados do WET.

Taxa de Mudança do Período (dP/dt)

Como as anãs brancas estão esfriando e se contraindo, isto é, mudando a estrutura térmica e mecânica, os períodos dos modos também se alteram. A taxa de mudança do período pode ser escrita como (Winget, Hansen & Van Horn 1983):

$$\frac{1}{P} dP/dt = \frac{\dot{P}}{P} = -\frac{a}{T} \frac{dT}{dt} + \frac{b}{R} \frac{dR}{dt}. \quad (1.35)$$

Como o esfriamento depende da composição química do núcleo, ou seja, de seu calor específico, a determinação de \dot{P} é um bom indicador da composição nuclear da estrela e uma medida direta da taxa de esfriamento.

Para as anãs brancas quentes, tanto a contração gravitacional como a taxa de esfriamento são altas. Porém, as anãs brancas frias evoluem com raio aproximadamente constante e a mudança de temperatura é bem mais lenta. A estimativa é que a ordem de grandeza do \dot{P}

seja diferente: $\sim 10^{-11}$ para as DOV, $\sim 10^{-14}$ para as DBV e $\sim 10^{-15}$ para as DAV (pois a evolução é mais rápida no início).

Determinar \dot{P} depende da observação de uma estrela durante vários anos. Com estes dados podemos determinar as datas em que ocorre a máxima amplitude de pulsação (O) e comparar com as datas previstas (calculadas) da máxima amplitude (C). Com isso podemos construir o diagrama $O - C$ em função do tempo e ajustando uma parábola determinar o \dot{P} (Kepler et al. 1982; Winget et al. 1985, 1990; Kanaan 1990; Kepler 1993).

Somente duas anãs brancas têm a taxa de variação determinada: PG1159–035 e G117–B15A. Winget et al. (1985) encontraram $\dot{P} = (-2, 5 \pm 0, 1) \times 10^{-11}$ s/s, indicando que a contração gravitacional domina a variação do período de pulsação para a PG1159–035. Kepler et al. (1995b) juntaram 19 anos de dados da G117-B15A e obtiveram $\dot{P} = (3, 2 \pm 2, 8) \times 10^{-15}$ s/s e afirmam que seu núcleo deve ser de O/Ne/Mg ou mais leve, porque se fosse mais pesado teria cristalizado antes e já estaria na fase de Debye de esfriamento rápido, fornecendo uma taxa maior. Mas os dados de Kepler et al. (1995c) fornecem apenas um limite superior para \dot{P} !

Estrutura fina dos modos de pulsação

Se a estrela apresenta rotação e/ou possui um campo magnético, estes efeitos serão revelados através da divisão do sobretom em seus multipletos, exatamente como o efeito Zeeman levanta a degenerescência dos níveis atômicos. Para rotação lenta ($P_{rot} \gg P_g$), cada modo é dividido em $2\ell + 1$ multipletos, mas devido ao cancelamento geométrico nem sempre podem-se ver todos. Numa primeira aproximação, a rotação uniforme produz um espaçamento de igual frequência entre cada componente de um dado multipletos. Nesse caso, temos que (Unno et al. 1989):

$$\delta\nu_{rot} = m\Omega_{rot}(1 - C_{\ell,k}) \quad (1.36)$$

onde $\delta\nu_{rot}$ é a frequência entre multipletos consecutivos, m é a diferença entre os multipletos, Ω_{rot} é a frequência de rotação e $C_{\ell,k}$ é uma constante que depende do modelo, cuja fórmula assintótica é

$$C_{\ell,k} = \frac{1}{\ell(\ell+1)}.$$

Kawaler et al. (1995) resolvem o espectro de pulsação da DOV PG2131+066 usando os dados do WET. O espectro de pulsação exibe padrões que são previstos pela teoria de pulsação e a comparação com a teoria indica que a estrela gira com um período de 5,1 horas. Para a DBV GD358, Winget et al. (1994) estimam um campo magnético de ~ 1300 Gauss e baseados na tendência da diminuição da separação dos multipletos das frequências com a diminuição do número radial k , mostram que existe uma rotação diferencial com o envelope mais externo girando 1,8 vezes mais rápido que o núcleo que gira com um período de 1,8 dias. Para as ZZ Ceti, Bergeron et al. (1993) encontram um período de 2,4 dias para a GD165, e Kepler et al. (1995b) mostram que a G226–29 gira em 8,9 horas. Winget et al. (1991) não encontraram simetria nos multipletos e estimam um limite superior de ~ 6000 Gauss para a DOV PG1159–035.

Distâncias sismológicas

Bradley & Winget (1994a) mostram que pode-se obter uma estimativa da distâncias das anãs brancas pulsantes determinando a luminosidade através do melhor ajuste do modelo sismológico aos pontos do diagrama $[\langle P_{\ell,k} \rangle \times P]$. Como a distância também pode ser determinada pela paralaxe trigonométrica, o método sismológico pode ser testado. Para a GD358, Bradley & Winget (1994a) obtêm uma distância de 42 ± 3 pc, enquanto que pela paralaxe é 36 ± 4 pc. E se os modos de pulsação não são $\ell = 1$, então implicaria que o valor da paralaxe está errado. Ou seja, além de testar a distância a paralaxe pode confirmar a identificação dos modos!

Kawaler et al. (1995) derivam uma distância de 470^{+180}_{-130} pc para a PG2131+066 e Kawaler & Bradley (1994) obtêm 440 ± 40 pc para a PG1159–035.

1.5 Afinal, qual é a tese?

Agora, vamos sintetizar alguns pontos que merecem maior atenção para o entendimento da evolução das anãs brancas, baseados nas discussões anteriores. São eles:

1. Do ponto de vista da evolução das anãs brancas, é importante determinar a massa da camada de hidrogênio, a massa da camada de hélio, a composição química do núcleo e a equação de estado para o envelope, pois o tempo de evolução depende destes fatores.
2. Existem estrelas suficientemente frias que já estão cristalizadas?
3. A principal incerteza na determinação da idade do disco da Galáxia, usando as anãs brancas, está nas barras de erro da função de luminosidade observada. Existem anãs brancas que são mais fracas que o limite observacional? Se existem, qual é a quantidade?
4. A distribuição de massa das anãs brancas permite estimar a relação entre massa inicial-final. Isto permite estimar a quantidade de massa perdida durante as diversas etapas da evolução estelar e estimar a quantidade de anãs brancas massivas. Analisando a distribuição de massa em várias fases da sequência de esfriamento podemos verificar se existem variações significativas indicando uma perda de massa ou até mesmo acreção de massa na evolução das anãs brancas.
5. As anãs brancas pulsantes são os principais “laboratórios de teste” para verificar a teoria e determinar a estrutura destes objetos compactos. Mas, são os resultados obtidos para as anãs brancas pulsantes aplicáveis a todas as anãs brancas?
6. Em relação às ZZ Ceti, que são as anãs brancas variáveis mais numerosas, todas as estrelas DA quando esfriam tornam-se variáveis? Ou existem estrelas não-variáveis dentro da faixa de instabilidade?
7. A razão DA/nDA muda drasticamente abaixo de 10000 K. A explicação teórica vem da mistura convectiva que leva hélio para a superfície, desde que $M_H < 10^{-8} M_\star$. Mas a análise sismológica fornece $M_H \geq 10^{-6} M_\star$ para algumas ZZ Ceti!

8. Como a cristalização esfria rapidamente a anã branca, se medirmos o \dot{P} do período de oscilação das ZZ Ceti podemos estimar com boa precisão a composição do núcleo. Existem estrelas DAV já cristalizadas?

Então, a proposta para a tese é:

1. Analisar o espectro de Fourier das séries temporais fotométricas para determinar se a estrela é variável ou não. Se a estrela não for variável, determinar o limite superior para afirmar que a estrela não varia.
2. Determinar a T_{eff} , $\log g$ e massa para as estrelas DA.
3. Obter a distribuição de massa e calcular a massa média. Analisar a distribuição de massa em diferentes regiões de T_{eff} .
4. Comparar os resultados com modelos evolutivos e identificar se existem estrelas DA cristalizadas.
5. Definir os limites da faixa de instabilidade.
6. Usar os erros internos na determinação da T_{eff} e os limites de não-variabilidade para fazer uma análise estatística sobre a presença de estrelas não-variáveis na faixa de instabilidade.
7. Verificar se os resultados previstos pelos recentes modelos de pulsação, que afirmam que a faixa de instabilidade depende da massa total da estrela, podem ser reproduzidos pelos nossos resultados observacionais.

Capítulo 2

Observações e Reduções

Na década de 80 iniciou-se na UFRGS um projeto para observar através de fotometria rápida e espectroscopia todas as estrelas DA cujos índices de cor fotométricos indicavam que estavam próximas ou dentro da faixa de instabilidade das estrelas ZZ Ceti. O objetivo era determinar a T_{eff} de cada objeto pelo seu espectro e, através de séries temporais fotométricas, saber se a estrela pulsava ou não. Assim, seria possível fazer uma análise estatística da faixa de instabilidade.

A partir de então, foram selecionadas estrelas anãs brancas DA através dos seus índices de cor dos sistemas fotométricos de Strömgren e Multicanal¹ disponíveis na literatura (por exemplo, Green, Schmidt & Liebert 1986; McCook & Sion 1987).

O motivo de usar as cores fotométricas para selecionar as estrelas da amostra é que elas são um indicador (não suficiente) da variabilidade de uma estrela anã branca DA. Fontaine et al. (1985) mostraram que as estrelas ZZ Ceti até então conhecidas e acessíveis ao telescópio de Monte Palomar (11 na época) possuem índices de cor do sistema multicanal dentro do intervalo $-0,45 \leq (G - R) \leq -0,35$ e todas as estrelas DA neste intervalo eram variáveis. Já para o sistema de Strömgren, todas as estrelas variáveis têm índice de cor $(b - y)$ variando de 0,22 a 0,35, porém existem estrelas DA dentro desse intervalo que não são variáveis. Assim, nossa amostra foi construída de forma que todas as anãs brancas DA com cores dentro destes intervalos fossem selecionadas.

As estrelas da amostra foram observadas através de técnicas espectroscópicas e fotométricas. Para um total de 99 anãs brancas DA foram obtidos espectros óticos e/ou

¹ Este sistema de cor foi introduzido por Greenstein (1976, 1984). Os índices de cor foram obtidos com o espectrofotômetro de multicanal (MCSP) acoplado ao telescópio de 5 m de Monte Palomar (Eggen 1985)

séries temporais através da fotometria de série temporal. Os espectros são utilizados para determinar os parâmetros atmosféricos e a massa de cada estrela DA, enquanto as curvas de luz obtidas da fotometria permitem identificar se uma estrela é variável ou não. Portanto, combinando os resultados observacionais (fotometria + espectroscopia) sabemos a posição da estrela em relação à faixa de instabilidade das estrelas ZZ Ceti e se ela é variável ou não.

Neste capítulo vamos descrever cada uma das técnicas observacionais utilizadas, apresentar o diário das observações e os métodos de redução.

2.1 Fotometria Rápida

Fotometria rápida, ou melhor, de série temporal, significa medir a luz de uma estrela com tempo de integração da ordem de segundos. A curva de luz (intensidade \times tempo) é o resultado do acompanhamento (monitoramento) do brilho de uma estrela durante um tempo muito maior (horas) que o de integração (segundos). A curva de luz obtida através de fotometria rápida também é conhecida como série temporal fotométrica.

As DAV pulsam com períodos entre 100 e 1000 segundos, então, é perfeitamente factível utilizar esta técnica para monitorar as estrelas da amostra em busca da variabilidade. Como as DAV apresentam variações de luz da ordem de 1% (em geral) devemos ter uma segurança sobre as condições fotométricas da noite, uma vez que o olho humano só percebe a presença de nuvens quando as variações já são de $\approx 20\%$. Pensando nisso, Nather (1973) construiu um fotômetro com duas fotomultiplicadoras (2 canais)² para observar duas estrelas simultaneamente, a estrela alvo e a de comparação.

A idéia básica de usar um fotômetro de 2 canais é que a estrela de comparação não é variável, ou melhor, mantém sua luminosidade constante — esta tática quase sempre funciona até que, por sorte do acaso, se use uma estrela variável desconhecida (por exemplo, WET NEWS³ # 2 e Handler et al. 1995). Assim, podemos ter uma idéia das condições fotométricas ao mesmo tempo em que estamos medindo, pois as variações na intensidade

² Como definição, o primeiro canal serve para a estrela alvo e o segundo para a de comparação.

³ WET NEWS é um boletim eletrônico distribuído para os usuários da rede WET (wet@kepler.pss.fit.edu).

devido à atmosfera aparecem em ambas as curvas de luz. As variações de menor amplitude — não perceptíveis ao olho — podem ser detectadas após a redução dos dados fazendo a transformada de Fourier para cada curva de luz. As medidas da estrela do segundo canal são um bom indicador da qualidade das medidas, mas não são eficientes para calibrar as medidas do primeiro. A principal razão é que quase nunca as duas estrelas têm a mesma cor, já que as anãs brancas pulsantes são azuis e as estrelas de comparação (de campo) vermelhas, em geral. Portanto, a absorção de luz pela atmosfera é diferente para os dois objetos observados. Também pode haver uma diferença no nível de ruído entre as fotomultiplicadoras (no nosso caso, o canal 2 era mais ruidoso, em geral), de modo que podemos introduzir os erros do segundo canal no primeiro quando, por exemplo, usarmos as medidas da estrela de comparação para suavizar a curva de luz dividindo um canal pelo outro (Kanaan 1990).

2.1.1 Observações Fotométricas

As observações fotométricas foram realizadas no Observatório do Pico dos Dias do Laboratório Nacional de Astrofísica (LNA) em Itajubá (MG), no McDonald Observatory (Texas) e no Observatório Inter-americano de Cerro Tololo (Chile) por O. Giovannini, A. Kanaan e S. O. Kepler. No LNA os dados foram obtidos usando o telescópio de 1,6 m e como detector o fotômetro Texas (Fotex) de 2 canais. No McDonald Observatory usou-se um fotômetro Texas com 3 canais, nos telescópios de 2,1 m e 90 cm. No CTIO usou-se os telescópios de 60 cm, 1,0 m e 1,5 m com um detector de 1 ou 3 canais. Ao todo foram obtidas séries temporais para 59 estrelas DA (veja a Tabela 2.2).

O Fotex é um detector fotoelétrico que possui duas fotomultiplicadoras azuis cuja curva de sensibilidade é semelhante à do filtro B do sistema Johnson. Esta é uma medida intencional porque as estrelas observadas (DA) são azuis e fracas, por isso não usamos filtros. Quando a estrela de comparação é muito brilhante, colocamos um filtro B de Johnson que permite obter uma resposta semelhante a da estrela alvo.

Desde o início das observações no LNA até as últimas em 95 foram usadas diferentes fotomultiplicadoras para o primeiro canal. Iniciamos com uma RCA 8850, depois trocamos para EMI 9658R (ambas eram refrigeradas a uma temperatura de -40°C a fim de diminuir o ruído térmico) e, finalmente, foi colocada uma Hamamatsu (recomendada pelo WET)

Tab. 2.1: *Diário das Observações Fotométricas no LNA*

WD#	NOME	V	TEMPO DE EXPOSIÇÃO (horas)	n	DATA
0033+016	G1-7	15,5	2,95	1	AGO 95
0151+017	G71-41	15,0	2,38	1	AGO 95
0231-054	GD31	14,2	0,94	2	DEZ 93
0243+155	PG0243+155	16,5	1,07	1	AGO 95
0401+250	G8-8	13,8	1,45	1	DEZ 93
0951-035	G161-36	14,8	2,27	1	ABR 94
1026+023	PG1026+023	13,8	0,49	1	ABR 94
1236-495	BPM37093	14,0	6,78	4	JUL 92
1244+149	G61-17	15,9	2,40	2	ABR 94
1507-105	GD176	15,4	4,53	1	ABR 94
1544-377	L481-60	12,8	3,38	2	ABR 94
1555-089	G152-B4B	14,8	4,29	1	ABR 94
1714-547	BPM24754	15,6	9,25	3	AGO 95
1840-111	G155-34	14,2	15,4	6	JUL 92
2226+061	GD236	14,6	4,43	3	AGO 95
2246+223	G67-23	14,4	4,05	2	AGO 95
2306+131	PG2306+131	15,9	4,22	2	AGO 95

que não precisa de refrigeração. No segundo canal sempre usamos uma RCA 4516 sem refrigeração. Inicialmente, havia uma fonte de tensão alimentando cada fotomultiplicadora. Mas este procedimento mostrou-se ineficiente porque introduziu diferenças no sistema de aquisição (sempre procura-se tornar os dois canais o mais semelhantes possível) e, como foi constatado, a instabilidade numa delas pode alterar o nível das contagens da corrente de escuro durante as observações. Posteriormente, quando foi instalada a Hamamatsu, o Fotex passou a ser alimentado por apenas uma fonte de tensão.

Para esse ano, já poderemos contar com um sistema com duas fotomultiplicadoras iguais

(Hamamatsu) e uma fonte de tensão para os dois canais. Estas mudanças irão, sem dúvida, melhorar a eficiência e a confiabilidade das medidas do Fotex. E para um futuro não muito distante, está prevista a inclusão do terceiro canal para monitorar diretamente o céu, e pelo que tem mostrado, pode salvar uma noite com condições marginais (Clemens 1993b).

As observações das estrelas candidatas a variáveis devem seguir alguns procedimentos semelhantes àqueles utilizados nas observações anteriores que revelaram as ZZ Ceti (por exemplo, Kanaan et al. 1992). O tempo mínimo para observar cada estrela deve ser de 3 horas, pois como as ZZ Ceti são multi-periódicas pode haver batimento destrutivo entre os modos de pulsação e mascarar uma possível variabilidade, se houver. De fato, nem sempre se conseguiu observar todos objetos durante esse tempo devido a problemas climáticos. Quando isto acontecia, a estrela era observada novamente em outra oportunidade. O tempo de integração foi de 5 s, o que permite, teoricamente, encontrar um período mínimo de 10 s (o menor período entre as DAV é de ~ 100 s). Na Tabela 2.1 estão relacionadas apenas as estrelas que foram observadas no LNA por O. Giovannini. A primeira coluna fornece a designação *WD* de McCook & Sion (1987), na segunda coluna o nome mais comum, a terceira coluna fornece a magnitude visual (*V*), na quarta coluna está o tempo de exposição, na quinta coluna está o número de vezes que a estrela foi observada, e na sexta coluna a data da observação.

2.1.2 Reduções de Séries Temporais

Reduzir dados significa identificar e remover das medidas obtidas todos os efeitos que não são devidos ao objeto observado, mas sim, causados pelo instrumento e também pela atmosfera terrestre. O processo de redução consiste, portanto, em retirar cada um dos efeitos identificados. O procedimento padrão de redução é composto pelas seguintes etapas:

- i – Tempo morto: O tempo que o sistema de aquisição leva para contar dois fótons incidentes consecutivos é da ordem de 10^{-8} s. Como os objetos da nossa amostra são fracos ($\langle V \rangle \approx 15$) a correção pelo tempo morto é desprezível.
- ii – Subtração do céu: Além da luz da própria estrela também é contada juntamente uma luz do céu (luz zodiacal, da Lua, da cidade, e outras fontes exóticas). Durante a noite,

a luz do céu sofre flutuações que podem interferir na detecção das variações de luz dos objetos observados. Para descontar esta luz, mede-se regularmente (em intervalos que podem variar de 15 min até 1 h dependendo das condições do céu e da razão estrela – céu) a quantidade de luz proveniente somente do céu. Interpolando estes pontos (retas, spline, ou o que for melhor) podemos descontar esta contribuição de cada medida. Com o fotômetro de 3 canais, como o utilizado por S. O. Kepler no McDonald Observatory e algumas vezes no CTIO, um canal mede constantemente o brilho do céu.

- iii – Extinção atmosférica: A massa da camada atmosférica entre o observador e a estrela muda para diferentes ângulos horários. Quando a estrela passa pelo meridiano ocorre a menor absorção da luz da estrela. A maior ocorre para as posições próximas ao horizonte. A maneira normal de corrigir este efeito é através dos coeficientes de extinção. Mas para fotometria rápida este processo é, em geral, substituído por um mais eficiente. Como as variações de luz devidas à extinção são de longa escala (horas) podemos encontrar um polinômio (de baixa ordem, em geral) que melhor se ajusta à curva de luz da estrela (a do canal do 2 cuja luminosidade é constante). Então, após subtrair pelo céu, os dados são divididos ponto a ponto pelo polinômio.

Uma vez concluída a correção por extinção, as curvas de luz estão prontas para serem analisadas. O próximo passo é identificar na curva de luz da estrela alvo alguma variação periódica de luz e que não esteja presente na curva de luz da estrela de comparação (isto, em princípio, assegura que a variação é da própria estrela). O método utilizado para detectar variações periódicas na curva de luz é através da análise de Fourier. Para dados igualmente espaçados, foi utilizada a Transformada Rápida de Fourier (FFT, do inglês “Fast Fourier Transform”) de Press et al. (1992) e para os dados não igualmente espaçados utilizamos a transformada discreta de Deeming (1975).

O resultado da transformada de Fourier (TF) é um espectro de frequência. O espectro pode ser em unidades de amplitude (linear) ou de potência (amplitude \times amplitude). A tarefa agora é decidir quais dos picos são devidos às variações de luz da estrela. Kepler (1993) descreve o procedimento usado para saber qual a probabilidade ou a certeza de que

Tab. 2.2: *Limites de Não-variabilidade*

WD#	NOME	LIMITE (mma)	WD#	NOME	LIMITE (mma)
0033+016	G1-7	2,4	1507-105	GD176	2,4
0037-006	PG0037-006	4,6	1539-035	GD189	2,0
0151+017	G71-41	1,6	1544-377	L481-60	5,2
0243+155	PG0243+155	5,0	1550+183	GD194	3,3
0255-705	BPM2819	2,8	1555-089	G152-B4B	2,0
0308-096	PG0308-096	2,4	1606+422	CASE2	1,8
0339+523	RUBIN70	1,6	1616-591	BPM24047	4,5
0401+250	G8-8	1,6	1714-547	BPM24754	8,0
0945+247	PG0945+247	2,0	1716+020	G19-20	3,4
0950-572	BPM19738	4,9	1840-111	G155-34	3,0
0951-035	G161-36	2,8	1857+119	G141-54	4,7
1022+050	PG1022+050	1,4	1911+135	G142-B2A	2,2
1026+023	PG1026+023	3,0	2039-682	BPM13491	1,9
1101+364	PG1101+364	1,8	2105-820	BPM1266	2,9
1116+026	GD133	2,7	2115-560	BPM27273	2,6
1119+385	PG1119+385	3,0	2126+734	G261-43	1,4
1123+189	PG1123+189	3,3	2136+229	G126-18	12
1147+255	G121-22	4,0	2226+061	GD236	2,0
1207-032	PG1207-032	3,6	2246+223	G67-23	1,6
1229-013	PG1229-013	3,6	2258+406	G216-B14B	4,7
1244+149	G61-17	4,0	2311+552	GD556	5,0
1327-083	G14-58	2,8	2337-760	BPM15727	3,0
1418-005	PG1418-005	5,4	2341+322	G130-5	1,9
1448+077	G66-32	3,9			

um pico no espectro de frequência seja verdadeiro, como reproduziremos abaixo.

Quando obtemos a TF de um conjunto de dados, nós devemos estimar a probabilidade que um pico não seja o resultado do ruído. O primeiro passo é determinar a potência média (\bar{P}) da região do espectro que estamos interessados, somando *todos* os picos e dividindo pelo número de frequências:

$$\bar{P} = \sum_{i=1}^N P_i / N, \quad (2.1)$$

onde P_i é a potência do pico i e N é o número de pontos na região. Devido aos efeitos das flutuações da transparência atmosférica, devemos separar o espectro de frequência por regiões, já que para frequências $< 4000 \mu\text{Hz}$ o ruído é dominado por estas flutuações.

Sendo P_{obs} a potência do pico observado, a probabilidade que uma frequência (do espectro da TF) tenha uma potência $P \leq P_{obs}$ é:

$$Prob(P < P_{obs}) = \int_0^{P_{obs}} \frac{1}{\bar{P}} e^{-\frac{P_{obs}}{\bar{P}}} = 1 - e^{-\frac{P_{obs}}{\bar{P}}}. \quad (2.2)$$

Então, a probabilidade que um pico seja falso (P_F) é $P_F = 1 - Prob(P_{obs})$. E a probabilidade que um pico de ruído em N frequências independentes esteja acima de P_{obs}/\bar{P} é (Scargle 1982):

$$P_F = 1 - (1 - e^{-\frac{P_{obs}}{\bar{P}}})^N \simeq N \cdot e^{-\frac{P_{obs}}{\bar{P}}} \quad (2.3)$$

ou

$$P_{obs} = \ln\left(\frac{N}{P_F}\right) \cdot \bar{P}. \quad (2.4)$$

Assim, se o espectro de Fourier tem 1000 frequências independentes então $P_{obs} = 14\bar{P}$, para $P_F = 1/1000$. Ou seja, o pico deve ser 14 vezes maior que a potência média para ter uma chance em 1000 de ser falso. Logo, um pico que satisfaz esta relação é verdadeiro! Num espectro de amplitude (escala linear) um pico precisa ser 4 vezes maior que a amplitude média (\bar{A} , que é a média das amplitude de cada pico) para ser considerado verdadeiro, o que corresponde a um nível de confiabilidade de 3σ (Breger 1995; Handler et al. 1996).

Mas, mesmo que a estrela seja considerada não-variável por ter um limite $A_{lim} \leq 3 \text{ mma}$, nós devemos levar em conta que existem alguns efeitos que podem mascarar uma estrela

variável como não-variável, como:

- Uma anã branca que pulsa com índices $l = 2$ e $m = 0$, quando vista com um ângulo de inclinação de 90° (“pole on”), parece ser não-variável devido ao cancelamento entre as superfícies quentes e frias;
- Se o modo de pulsação l for ≥ 3 , a amplitude de variação é minimizada devido ao cancelamento das diferentes temperaturas da superfície observada (de qualquer ângulo) (Dziembowski 1977; Robinson, Kepler & Nather 1982);
- Amplitude menor que a detectável com os atuais recursos disponíveis (detectores, telescópios, seeing, etc).

Na figura 2.1 é mostrado o espectro de Fourier para algumas das estrelas observadas. As unidades usadas para as curvas de luz e espectro de Fourier são as seguintes:

mi: modulação de intensidade, definida como a variação fracional em intensidade (linear). 100% de modulação é, por definição, 1000 mmi. Essa unidade é usada para variações de intensidade nas curvas de luz.

ma: modulação de amplitude, é usada nos espectros de amplitude. 100% de modulação é, por definição, 1000 mma.

mp: modulação de potência, ($mp = ma^2$), é usada nos espectros de potência.

Assim, por exemplo, na curva de luz uma modulação de intensidade de 5 mmi corresponde a uma variação de luz de 0,5% do valor médio (o mesmo serve para o espectro de amplitude, 5 mma significa uma modulação de 0,5%). Em todos os espectros de amplitude da Figura 2.1 a linha sólida corresponde a uma amplitude limite $A_{lim} = 4\bar{A}$, e qualquer pico acima de A_{lim} é considerado uma variação real da luz da estrela. Quando nenhum pico está acima, então, A_{lim} é o limite superior de confiabilidade para uma estrela ser não-variável. Isto significa que abaixo do limite determinado não podemos saber se a estrela varia ou não. Considerando que a menor amplitude das DAV (BPM 37093) é de ~ 4 mma, qualquer estrela com limite menor de 3 mma é considerada não-variável.

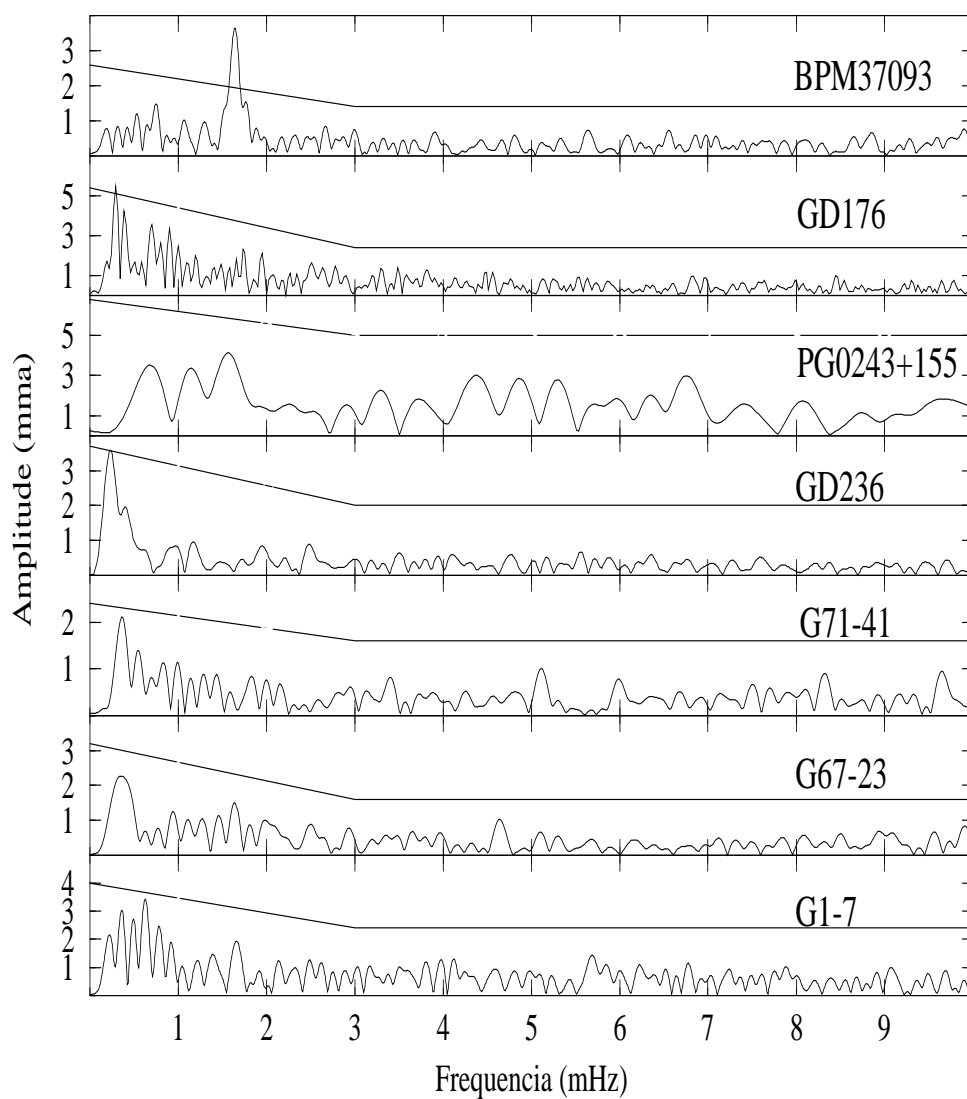


Fig. 2.1: *Espectro de amplitude para algumas estrelas observadas no LNA. A linha contínua representa o limite do ruído.*

Tab. 2.3: *Diário das Observações no McDONALD*

WD#	NOME	V	TEMPO EXPOSIÇÃO (h)	DATA
0033+016	G1-7	15,5	0,5	08/11/91
0151+017	G71-41	15,0	0,5	08/11/91
0339+523	RUBIN 70	15,8	0,5	09/11/91
0401+250	G8-8	13,8	0,3	08/11/91
0413-077	40 ERI B	9,5	0,01	09/11/91
0637+447	GD77	14,8	0,4	08/11/91
0921+354	G117-B15A	15,5	1,0	19/04/91
0938+286	TON20	15,5	0,8	21/04/91
0945+245	PG0945+245	14,3	0,3	22/04/91
0943+441	G116-52	13,2	0,3	20/04/91
0951-035	G161-36	14,8	0,5	22/04/91
1001-033	GD110	15,5	0,8	20/04/91
1026+023	PG1026+023	14,1	0,3	21/04/90
1033+464	GD123	14,9	0,3	21/04/90
1116+026	GD133	14,6	0,3	18/04/91
1123+189	PG1123+189	14,0	0,5	19/04/91
1147+255	G121-22	15,6	1,0	22/04/91
1207-032	PG1207-032	12,3	0,2	20/04/91
1229-012	PG1229-012	14,2	0,3	22/04/91
1241+235	PG1241+235	15,2	0,8	20/04/91
1244+149	G61-17	15,9	1,0	21/04/90
1247+553	GD319	12,3	0,2	15/06/91
1327-083	G14-58	12,2	0,2	19/04/91
1355+340	G165-B5B	16,2	1,5	21/04/91
1418-005	PG1418-005	16,5	1,3	20/04/91
1448+077	G66-32	15,5	1,0	18/04/90
1507-105	GD176	15,4	0,8	20/04/91
1537+651	GD348	14,6	0,3	19/04/91
1539-035	GD189	15,2	0,7	21/04/91
1550+183	GD194	14,8	0,7	22/04/91
1555-089	G152-B4B	14,8	0,7	22/04/91
1559+369	R808	14,3	0,8	19/04/91
1606+422	CASE2	13,9	0,3	20/04/91
1636+160	GD202	15,6	1,0	22/04/91
1637+335	G180-65	14,6	0,5	18/04/90
1647+591	G226-29	12,2	0,2	21/04/91
1654+637	GD515	15,6	1,3	21/04/91
1655+215	G169-34	14,1	0,3	18/04/90
1716+020	G19-20	14,8	0,7	19/04/91
2126+734	G261-43	14,7	0,5	15/06/91
2149+372	GD397	15,2	0,6	15/06/91
2226+061	GD236	14,6	0,5	15/06/91
2258+406	G216-B14B	15,5	0,5	09/11/91
2311+552	GD556	16,2	0,5	08/11/91
2322+207	PG2322+207	16,3	0,5	09/11/91
2341+322	G130-5	12,9	0,1	08/11/91

Analisando todos os espectros de amplitude das estrelas observadas por fotometria rápida neste projeto (LNA + CTIO + McDONALD) foi possível determinar os limites não-variabilidade. Estes limites são mostrados na Tabela 2.2. Todas as estrelas da Tabela 2.2 foram observadas durante 3 horas no mínimo, até que o limite de variabilidade fosse menor que o aceitável.

De todas as estrelas observadas neste projeto apenas a BPM 37093 foi descoberta ser variável (Kanaan et al. 1992), e seu espectro de amplitude é mostrado na Figura 2.1. Este espectro de amplitude corresponde a $\sim 2,5$ h de observação, e pode-se notar perfeitamente um pico em ~ 600 s com uma amplitude ~ 4 mma.

Tab. 2.4: *Diário das Observações no KPNO*

WD#	NOME	V	TEMPO	DATA
EXPOSIÇÃO (min)				
1022+050	PG1022+050	14,1	7,5	21/5/91
1101+364	PG1101+364	14,4	13,3	20/5/91
1119+385	PG1119+385	15,7	20,0	21/5/91
1129+071	PG1129+071	14,9	15,0	21/5/91
1213+528	CASE 1	13,3	6,7	20/5/91
1253+482	GD320	16,5	20,0	21/5/91
1610+166	GD196	15,7	20,0	20/5/91
1827-106	G155-19	14,2	9,2	22/5/91
1840-111	G155-34	14,2	8,3	22/5/91
1857+119	G141-54	15,5	18,3	21/5/91
1911+135	G142-B2A	14,0	6,7	22/5/91
1919+145	GD219	13,0	5,3	22/5/91
2047+372	G210-36	13,4	8,3	21/5/91
2136+229	G126-18	15,2	13,3	21/5/91
2246+223	G67-23	14,4	9,2	22/5/91

2.2 Espectroscopia Ótica

Entendemos por espectro ótico a região do espectro eletromagnético compreendida pelos comprimentos de onda da radiação visível, em geral, de 4000 Å a 7000 Å. Espectros óticos das estrelas anãs brancas DA foram obtidos a fim de determinar seus parâmetros atmosféricos (T_{eff} e $\log g$) e sua massa, pois nesta região dos espectros encontram-se todas as linhas da série de Balmer do hidrogênio, que são sensíveis à temperatura e gravidade.

A seguir, apresentaremos uma descrição dos instrumentos utilizados, o diários das observações e o processo de redução dos espectros.

2.2.1 Observações Espectroscópicas

As observações foram realizadas em quatro observatórios: McDonald Observatory (Texas, EUA), Complejo Astronômico El Leoncito (CASLEO - Argentina), Kitt Peak National Observatory (KPNO - Arizona, EUA) e no Observatório Inter-americano de Cerro Tololo (CTIO - Chile).

Tab. 2.5: *Diário das Observações no CASLEO*

WD#	NOME	V	TEMPO	DATA
EXPOSIÇÃO (h)				
0104–464	BPM30551	15,2	3,5	12/10/91
0133–116	R548	14,1	1,5	09/10/91
0255–705	BPM2819	14,1	2,7	07/10/91
0341–459	BPM31594	15,0	2,4	10/10/91
2039–682	BPM13491	13,5	1,0	09/10/91
2105–820	BPM1266	13,6	4,0	11/10/91
2115–560	BPM27273	14,3	1,0	10/10/91
2337–760	BPM15727	14,6	1,0	08/10/91

Quais deveriam ser os requisitos básicos que os espectros obtidos deveriam ter para satisfazer os objetivos do trabalho? A nossa meta é determinar T_{eff} para as anãs brancas

DA com uma precisão de 200 – 250 K (o método é descrito no Capítulo 3). Para tanto, os espectros devem ter um $S/N \approx 70$ e resolução não menor que 10 Å.

No McDonald Observatory os espectros foram obtidas através de um espectrógrafo Cassegrain e um detector CCD TI (Texas Instrument) de 800×800 pixels acoplado ao telescópio de 2,7 m. A rede de 400 linhas/mm com “blaze” em 4000 Å estava centrada em 4500 Å e uma dispersão de $\sim 1,8$ Å/pix. A largura de fenda era de 2” fornecendo uma resolução dos espectro (largura a meia altura das linhas das lâmpadas de calibração) de ~ 4 Å. As observações foram realizadas em Abril, Junho e Novembro de 1991 por S. O. Kepler, M. Wood e C. Claver. Os dados obtidos são mostrados na Tabela 2.3.

Os espectros do KPNO foram obtidos em Maio de 91 através de um espectrógrafo Cassegrain acoplado ao telescópio de 2.14 m e com um detector CCD TI semelhante ao do McDonald. A rede era de 400 linhas/mm e os espectros tinham uma resolução de ~ 4 Å. A Tabela 2.4 mostra quais objetos foram observados.

No CASLEO utilizamos o telescópio de 2,14 m com um espectrógrafo Cassegrain e detector CCD de 400×600 pixels. A rede de 400 linhas/mm com “blaze” em 4000 Å estava centrada em 4300 Å e uma dispersão de 4,5 Å/pix. A fenda com uma largura de 5,5” forneceu uma resolução dos espectros do CASLEO de 10 Å. As medidas foram realizadas em Outubro de 1991 e todos os detalhes estão sumarizados na Tabela 2.5.

O observatório do CTIO foi utilizado durante 3 turnos de observação. Os espectros foram obtidos através do espectrógrafo Cassegrain acoplado ao telescópio de 1,5 m. Nas duas primeiras missões (Junho e Agosto de 1994) nós utilizamos um detector CCD GEC (General Electric Co.) 400×600 pix e, na última (Novembro de 1995), um CCD Loral (1200×1200) com um revestimento que aumenta a eficiência quântica (EQ) na região azul (< 4000 Å). Por exemplo, para o CCD GEC a $EQ = 17\%$ e para o CCD Loral a $EQ = 65\%$ em 4000 Å. Nas tres oportunidades usou-se uma rede de 300 linhas/mm com “blaze” em 4000 Å e largura da fenda de 250 μm . A dispersão foi de 4,2 Å/pix para o GEC e 2,9 Å/pix no Loral, mas em ambos a resolução é de 10 Å devido as diferentes projeções da fenda sobre o CCD. O diário das observações é apresentado na Tabela 2.6. Os espectros obtidos em Novembro de 95 ainda estão em processo de redução e, portanto, não serão analisados aqui.

Devido às diferentes configurações de cada instrumento (telescópio + espectrógrafo +

Tab. 2.6: *Diário das Observações no CTIO*

WD#	NOME	V	TEMPO	DATA
EXPOSIÇÃO (h)				
0037–006	PG0037–006	14,6	1,5	29/08/94
0104–464	BPM30551	15,3	2,7	28/08/94
0231–054	GD31	14,2	1,1	28/08/94
0341–459	BPM31594	15,0	2,7	27/08/94
0950–572	BPM19738	14,9	1,1	07/06/94
1236–495	BPM37093	13,9	1,3	06/06/94
1356–231	EC1356–232	15,0	1,4	07/06/94
1425–811	L19–2	13,8	1,0	04/06/94
1503–091	EC1503–092	15,2	2,1	06/06/94
1544–377	L481–60	12,8	0,8	04/06/94
1616–591	BPM24047	15,1	3,0	03/06/94
1714–547	BPM24754	15,6	2,8	06/08/94
1950+250	GD385	15,2	3,0	29/08/94
2034–290	EC2034–290	16,3	1,3	28/08/94
2105–820	BPM1266	13,6	2,0	07/06/94
2302–773	EC2302–773	14,5	1,7	29/08/94
2303+241	PG2303+241	15,5	2,0	29/08/94
2306+131	PG2306+131	15,9	1,7	30/08/94
2326+049	G29–38	13,0	0,7	30/08/94
2337–760	BPM15727	14,6	3,0	06/06/94
2348–244	EC2348–242	15,3	1,4	05/06/94
2359–434	BPM45338	13,0	0,6	27/08/94

Tab. 2.7: *Tempos de Exposição (em horas) para uma DA*

V	CASLEO	CTIO	McDONALD	KPNO
		GEC	LORAL	
15	4,0	3,4	1,6	0,5
				0,3

rede + CCD) o tempo de exposição de cada objeto, para alcançar a razão S/N desejada, depende do observatório. Como um exemplo, a Tabela 2.7 mostra o tempo de exposição médio necessário para obter um $S/N \approx 70$ na região da linha H_7 da série de Balmer do hidrogênio para uma estrela anã branca DA com magnitude $V = 15$.

Foram também obtidos espectros óticos no LNA usando o telescópio de 1,6 m com o espectrógrafo Cassegrain e uma rede de 300 ℓ/mm com “blaze” em 5000 Å. Mas devido à baixa EQ do CCD na região azul e ao alto “blaze”, o S/N nesta região era muito baixo, impossibilitando o reconhecimento das linhas altas de Balmer.

2.2.2 Reduções

Para a redução dos espectros óticos obtidos com detetores CCD, o processo envolve uma série de correções que são necessárias para eliminar os efeitos produzidos pela eletrônica do sistema. A sequência da redução é a seguinte, conforme o procedimento padrão IRAF:

Subtração do “bias” — ruído com tempo de integração igual a ZERO;

Subtração da corrente de escuro — ruído medido com o obturador fechado durante longa exposição. Em geral, é sempre da ordem do “bias”;

Correção do “Flat-field” — elimina os efeitos da variação pixel a pixel do CCD;

Correção por iluminação — elimina os efeitos devidos à iluminação não uniforme da fenda;

Transformação dos espectros bi-dimensionais em uni- dimensionais;

Calibração em comprimento de onda — usando as lâmpadas de comparação de He-Ar;

Calibração de fluxo — usando as estrelas padrões espectrofotométricas de Stone & Baldwin (1983).

No final da redução foram utilizados espectros de alta resolução das estrelas padrões⁴ para correção final de fluxo. O espectro que obtemos da estrela padrão é dividido pelo de alta resolução e o resultado é multiplicado em todos espectros. Este procedimento permite que sejam corrigidas pequenas distorções do espectro introduzidas pela sensibilidade do detector.

Durante o processo de redução foi constatado que em duas etapas houve alguns problemas. O primeiro é em relação à calibração do comprimento de onda. Como a lâmpada de comparação tem poucas linhas intensas na região das linhas H_ϵ , H_8 e H_9 , a solução de dispersão variou bastante nesta região. Assim, em alguns casos houve um pequeno deslocamento do centro da linha. A solução foi tentar minimizar os deslocamentos através da mudança do valor do comprimento de onda inicial.

O segundo problema foi determinar a curva de sensibilidade do detector para calibração de fluxo. Os detetores usados são menos sensíveis no azul que no vermelho. A menor razão S/N do azul prejudicou uma correta calibração no final azul do espectro modificando levemente a inclinação do contínuo. Como o procedimento usado na determinação dos parâmetros atmosféricos (ver Capítulo 3) despreza o contínuo este problema não prejudicou nossos objetivos.

Nas Figuras 2.2 a 2.6 estão todos espectros reduzidos. Cada espectro foi normalizado em 5050 Å e deslocado verticalmente por uma constante.

⁴ Estes espectros estão disponíveis na Home Page do CTIO (<http://www.noao.edu>).

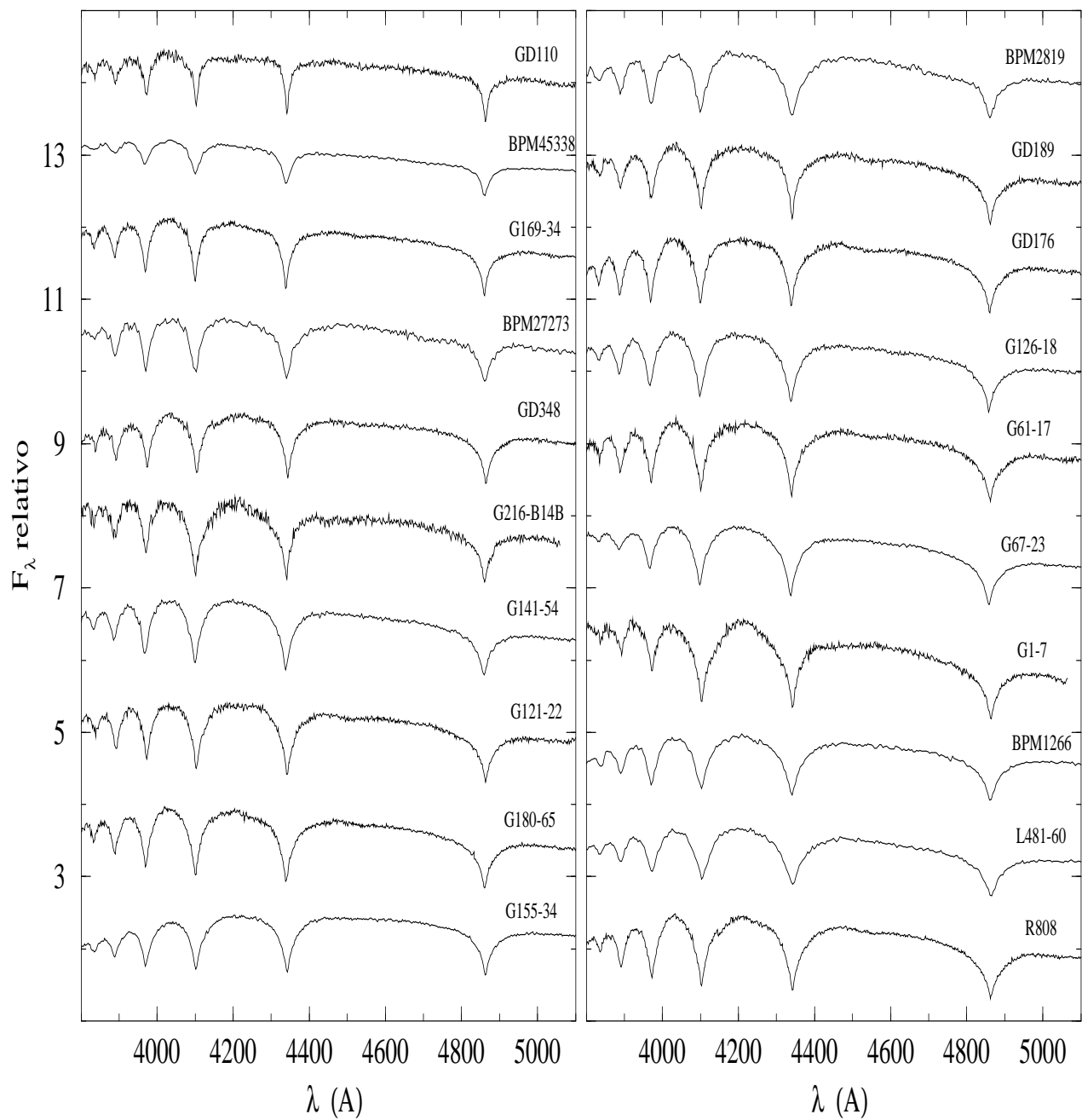


Fig. 2.2: Espectros óticos das estrelas DA, em ordem crescente de T_{eff} iniciando no topo à esquerda.

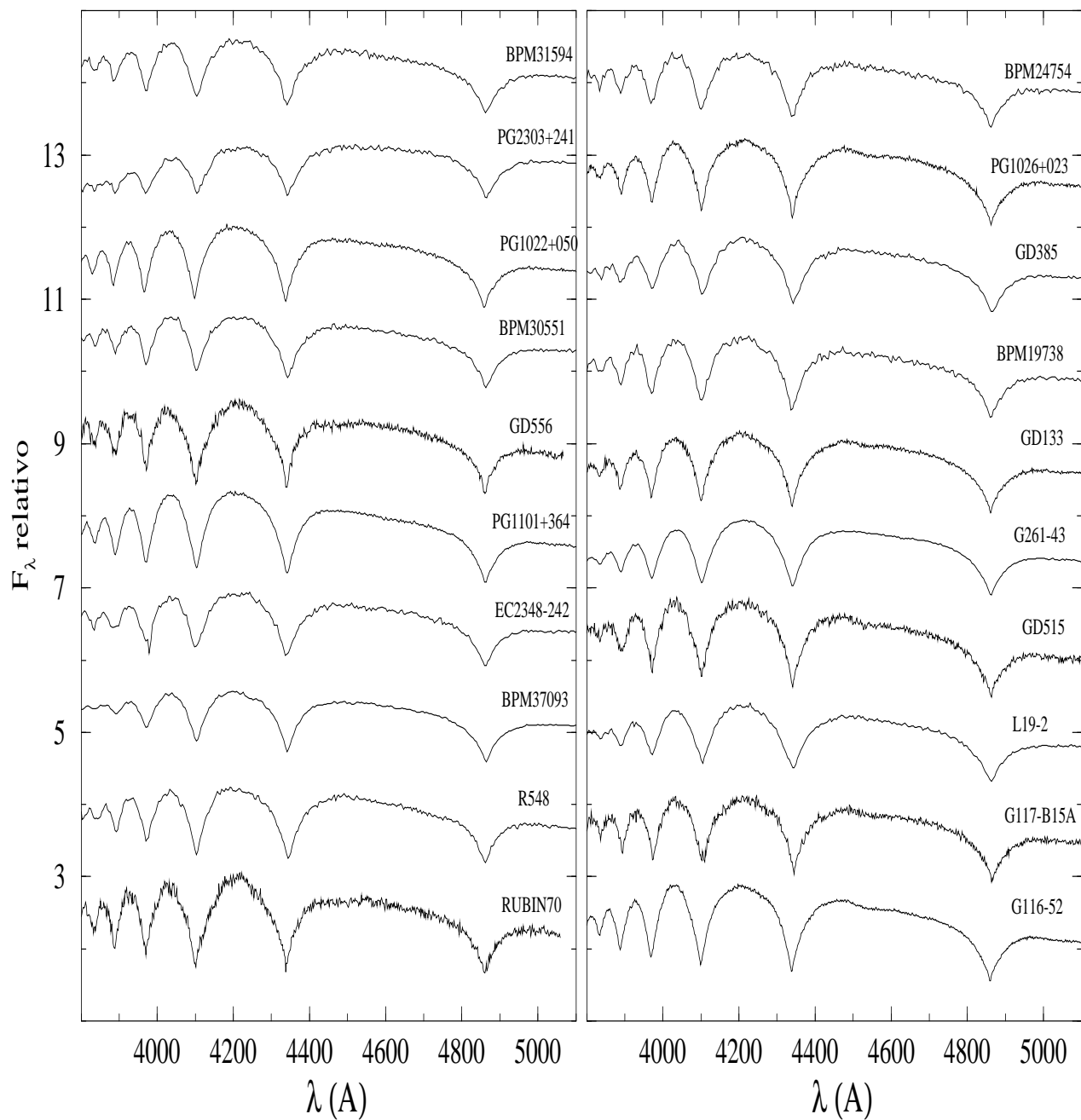


Fig. 2.3: Espectros óticos das estrelas DA, em ordem crescente de T_{eff} iniciando no topo à esquerda.

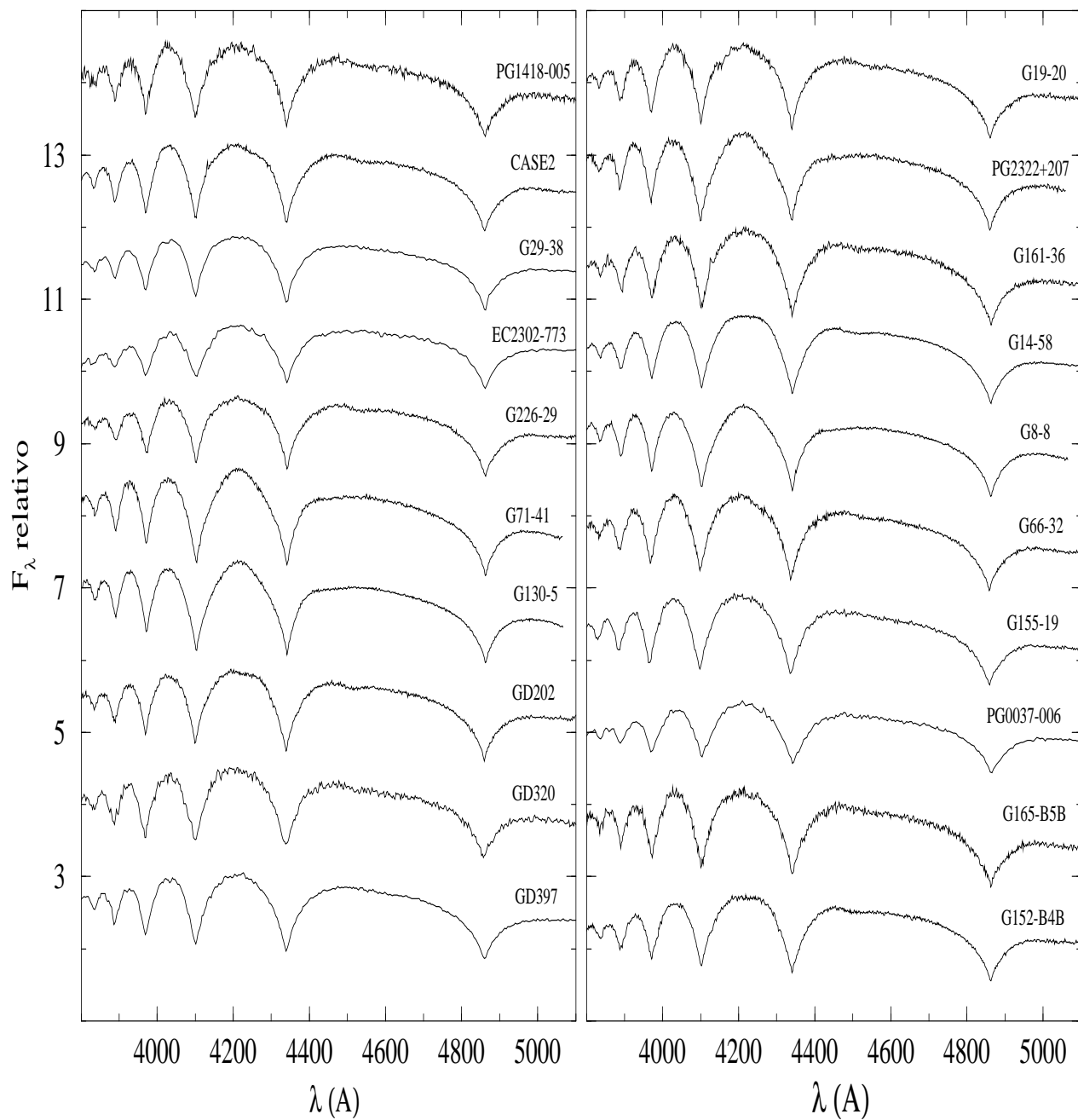


Fig. 2.4: Espectros óticos das estrelas DA, em ordem crescente de T_{eff} iniciando no topo à esquerda.

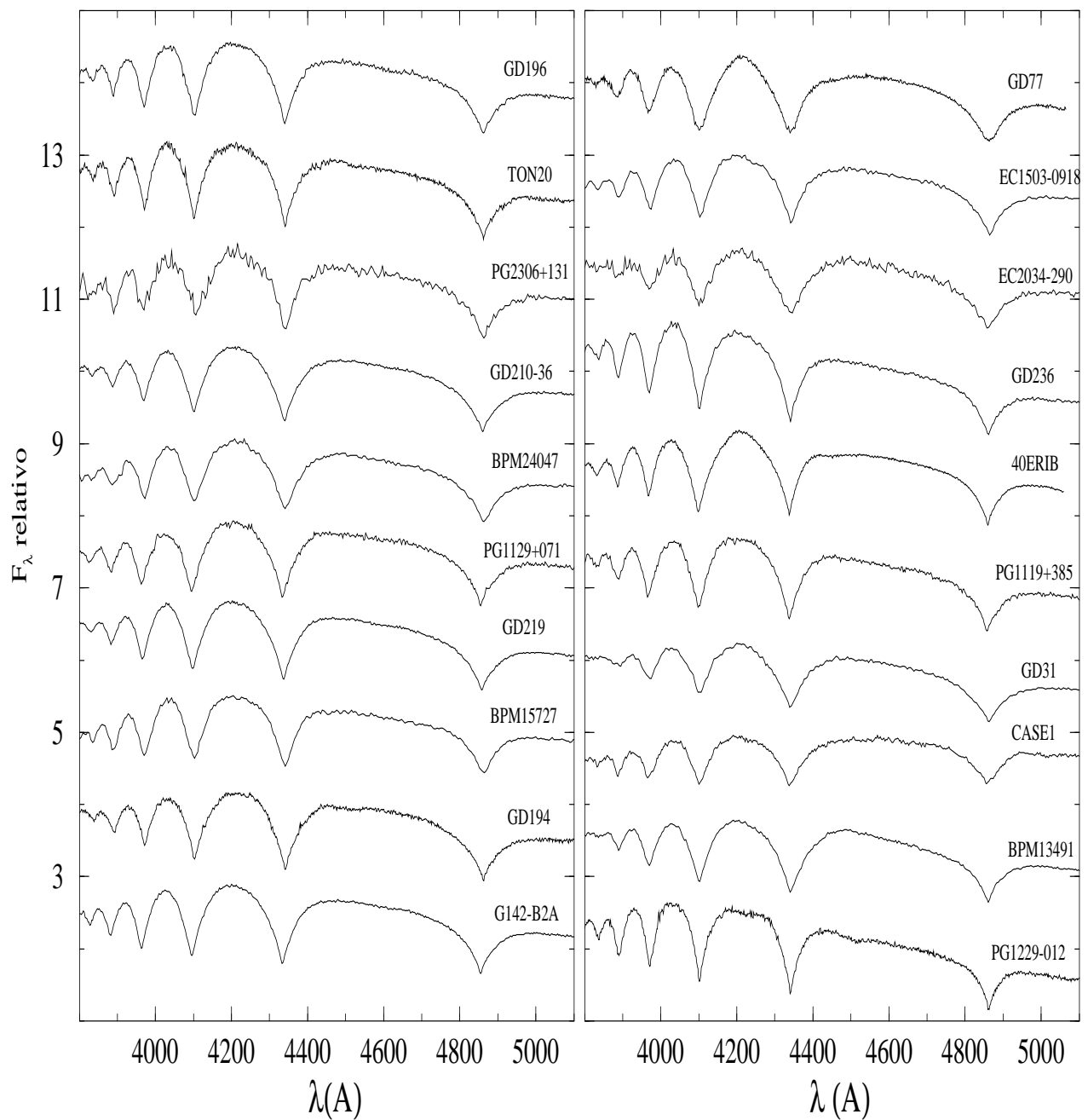


Fig. 2.5: Espectros óticos das estrelas DA, em ordem crescente de T_{eff} iniciando no topo à esquerda.

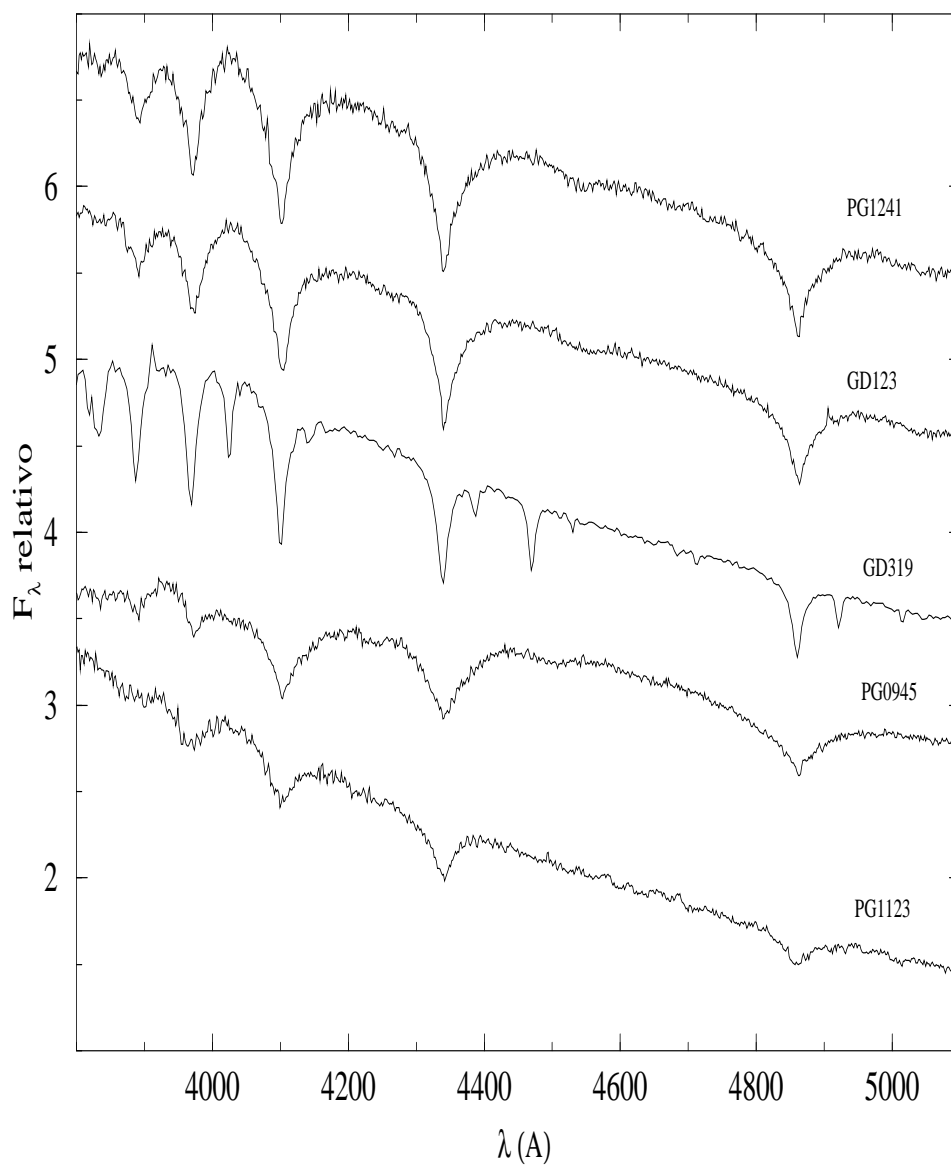


Fig. 2.6: Espectros óticos das estrelas DA, em ordem crescente de T_{eff} iniciando no topo.
A GD319 é uma sdB.

Capítulo 3

Determinação dos Parâmetros Atmosféricos

A determinação dos parâmetros atmosféricos (T_{eff} e $\log g$) para as estrelas anãs brancas é, geralmente, feita através da comparação dos fluxos previstos pelos modelos de atmosfera com dados espectroscópicos e/ou fotométricos (Koester, Shulz & Weidemann 1979; Greenstein 1982; Weidemann & Koester 1984; Fontaine et al. 1985; Daou et al. 1990; Dolez, Vauclair & Koester 1991; Bergeron, Saffer & Liebert 1992; Bergeron et al. 1995; Bragaglia, Renzini & Bergeron 1995).

Os parâmetros determinados para grandes amostras são a base para estudos estatísticos das estrelas anãs brancas. A partir deles podemos estimar os valores médios da massa e do raio das anãs brancas e, assim, tentar resolver alguns problemas astrofísicos como o processo de perda de massa na fase de AGB, a relação entre massa inicial e final e a evolução da população estelar da Galáxia.

Neste capítulo nós discutiremos os aspectos (astro)físicos que estão envolvidos na construção dos modelos de atmosfera, o procedimento utilizado para determinar os parâmetros atmosféricos para as estrelas DA e, por último, apresentaremos os valores obtidos.

3.1 Os Modelos de Atmosfera

Os espectros observados das estrelas DA apresentam somente linhas da série de Balmer do hidrogênio, assim, os modelos de atmosfera assumem uma composição pura para a atmosfera.

ra. Desta forma, estes modelos são um tanto simples quando comparados, por exemplo, com modelos para estrelas da sequência principal. Mas as simplificações terminam por aí. Existe a necessidade de incluir parâmetros livres (ou quase livres) nos modelos teóricos que, por sua vez, constituem a principal fonte de incerteza na determinação dos parâmetros atmosféricos. Isso significa, por exemplo, que a T_{eff} determinada individualmente para cada objeto pode variar consideravelmente de uma análise para outra. Entre os parâmetros livres, a eficiência convectiva atmosférica e a composição (ou abundância) da atmosfera são, basicamente, os ingredientes menos conhecidos e que são arbitrariamente incluídos nos modelos para as DA.

Estudos estatísticos de grandes amostras mostram que a razão DA/nDA varia com a T_{eff} (ver seção 1.2). Abaixo de ~ 10000 K a razão DA/nDA passa de $\sim 4:1$ para $\sim 1:1$. D'Antona & Mazzitelli (1979), Vauclair & Reisse (1977) e Koester (1976) mostraram independentemente que a variação observada é uma consequência do processo de mistura convectiva que ocorre entre a fina camada superficial de hidrogênio com a camada mais espessa de hélio logo abaixo quando a $T_{\text{eff}} \sim 12000$ K, porém, esta conclusão só vale quando $M_H \leq 10^{-8} M_{\star}$. Apesar das estrelas DA permanecerem com sua característica espectroscópica de atmosfera pura de hidrogênio, não sabemos qual a quantidade de hélio que sobe para a superfície da estrela, pois o hélio não é mais espectroscopicamente visível abaixo de ~ 13000 K. Como as linhas de hélio não são observadas, a sua abundância somente pode ser determinada a partir de uma análise detalhada das linhas mais altas da série de Balmer, pois a presença de hélio aumenta a pressão fotosférica e assim produz uma alteração nos níveis superiores do átomo de hidrogênio afetando o perfil das linhas (que é observado!). Para modelar este efeito é preciso usar o formalismo de Hummer & Mihalas (1988), que leva em conta a perturbação dos níveis atômicos devido à interação com os átomos vizinhos, a fim de calcular a população dos níveis atômicos e assim determinar a abundância de hélio nas anãs brancas DA frias. Porém, um efeito similar nos perfis das linhas pode ser obtido simplesmente aumentando a gravidade superficial da estrela e Bergeron et al. (1990) têm mostrado que não é possível separar os efeitos da pressão originados do aumento da abundância de hélio, do efeito produzido pelo aumento da gravidade superficial. Então, para um dado objeto, não há solução única para os parâmetros atmosféricos [$(T_{\text{eff}}, \log g \text{ e } N(\text{He})/N(\text{H}))$] a menos que a gravidade ou a abundância de hélio sejam conhecidas *a priori*.

O transporte de energia convectivo torna-se importante nas estrelas DA para $9000 \text{ K} \leq T_{\text{eff}} \leq 15000 \text{ K}$ onde surge uma zona de convecção muito ativa na zona de ionização parcial da camada de hidrogênio. É neste intervalo de temperatura onde estão a maioria das DA para as quais os parâmetros atmosféricos têm sido obtidos. Por exemplo, a distribuição de massa de Weidemann & Koester (1984) foi baseada em 70 estrelas DA com $8000 \text{ K} \leq T_{\text{eff}} \leq 16000 \text{ K}$. Na análise de Shipman (1979) mais de 70% das estrelas DA têm atmosfera convectiva. As análises fotométricas de Koester, Shulz & Weidemann (1979) e Fontaine et al. (1985) levaram em conta a sensibilidade do salto de Balmer (“Balmer jump”) em relação a $\log g$ exatamente no intervalo de temperatura onde a convecção é importante. Então, é evidente que as incertezas associadas com a descrição do transporte de energia por convecção afetam profundamente as conclusões destas análises.

O transporte de calor por convecção nos modelos é descrito pela Teoria da Escala de Mistura (MLT, do inglês “Mixing Length Theory”). Embora essa teoria apresente muitas falhas, ela tem sido um modelo fenomenológico útil para a descrição da convecção estelar por mais de trinta anos (Hansen & Kawaler 1994).

Em linhas gerais, a idéia básica da MLT é a análise do comportamento de um elemento do fluido movendo-se das regiões quentes para as mais frias, e vice-versa, que é capaz de transportar calor através do material estelar. Os elementos surgem da instabilidade do fluido cujas propriedades não variam drasticamente com aquelas da vizinhança. Se as condições permitem, os elementos são movidos (para cima ou para baixo), devido aos efeitos de flutuação (ou força de empuxo, segundo o princípio de Arquimedes), através de um certo comprimento ℓ , a escala de mistura, antes que percam sua identidade como elementos separados e combinem com o fluido ao redor. Quando os elementos sobem, eles mantêm a pressão em equilíbrio com sua vizinhança. Como esses elementos iniciam sua subida de regiões mais quentes que aquelas onde misturam com a vizinhança, o calor é transportado a partir de um ponto inicial até um nível de altura ℓ . Durante a subida, o elemento pode liberar calor para sua vizinhança. Simultaneamente, elementos frios em níveis mais altos descem uma distância ℓ , e também combinam-se com o fluido ao redor. O efeito líquido é o transporte de calor para fora da estrela. A taxa de transferência de calor é estabelecida pela taxa de formação do elemento, a velocidade para subir, a escala

de mistura (ℓ), a temperatura da estrela como uma função da profundidade, e do calor específico dos elementos. Tudo o que a teoria necessita é que a temperatura, densidade e outras quantidades estelares sejam conhecidas em um pequeno raio de interesse (ao redor do elemento do fluido). Assim, o fluxo de calor convectivo pode ser calculado naquele ponto e, portanto, a MLT é uma teoria *local*, enquanto o transporte convectivo real é turbulento e portanto não linear e não local.

A principal fonte de incerteza no processo de mistura é a eficiência convectiva, que influencia a profundidade da zona de convecção. A incorporação de diferentes eficiências para o transporte de energia convectivo nos modelos de atmosfera modifica os fluxos monocromáticos preditos. Todas essas variações são feitas dentro do formalismo da MLT que pode ser facilmente implementada nos códigos de modelos de atmosfera (Bergeron, Wesemael & Fontaine 1992). Mas já existem cálculos que utilizam a teoria dinâmica para descrever a convecção na atmosfera das anãs brancas (Canuto & Mazzitelli 1992; Fontaine & Brassard 1994; Mazzitelli 1994).

O fluxo monocromático devido ao transporte de energia convectivo previsto pela MLT é dado por

$$F_c = \frac{bC_p\rho T\ell^2}{H_p} \left(\frac{agQ}{H_p} \right)^{1/2} (\nabla - \nabla')^{3/2}, \quad (3.1)$$

onde $(\nabla - \nabla')$ é obtido a partir da solução de

$$(\nabla - \nabla')^{1/2} = -\frac{B}{2} + \left(\frac{B^2}{4} + \nabla - \nabla_{ad} \right)^{1/2}, \quad (3.2)$$

e B é dado por

$$B \equiv \frac{\nabla' - \nabla_{ad}}{(\nabla - \nabla')^{1/2}} = \frac{\sigma T^3 d}{\rho \ell \tau_e C_p} \left(\frac{H_p}{agQ} \right)^{1/2}. \quad (3.3)$$

Na última equação o parâmetro d é definido como

$$d = \frac{8\tau_e^2}{1 + (8\tau_e^2/c)}, \quad (3.4)$$

onde τ_e é a profundidade ótica de uma célula convectiva dada por

Tab. 3.1: *Constantes Numéricas da MLT*

Versão	a	b	c	ℓ/H_p
ML1	1/8	1/2	24	1
ML2	1	2	16	1
ML3	1	2	16	2

$$\tau_e = \kappa \ell \rho. \quad (3.5)$$

Os símbolos usados nas Equações 3.1 a 3.4 têm o seguinte significado: C_p é o calor específico a pressão constante; ℓ a escala de mistura; Q o coeficiente de expansão térmica; g a gravidade local; ρ a densidade; T a temperatura; H_p a altura da escala de pressão; σ a frequência angular do elemento do fluido (a velocidade do elemento convectivo, ω , é $\sigma \ell$). As constantes numéricas a , b e c parametrizam a eficiência da convecção e dependem da geometria assumida das células convectivas. O valor da escala de mistura, ℓ , também é considerado um parâmetro livre, mas da ordem de H_p .

Na Tabela 3.1 estão sumarizadas as versões da MLT utilizadas nos modelos de atmosfera das estrelas anãs brancas DA e o valor de cada constante. A nomenclatura para as diferentes versões da MLT é a de Fontaine, Villeneuve & Wilson (1981). A versão ML1 corresponde ao tratamento da MLT feito por Böhm-Vitense (1958) e a versão ML2 ao de Böhm & Cassinelli (1971). Estas duas versões diferem apenas pelos valores das constantes a , b e c enquanto ambas assumem a razão entre a escala de mistura e a altura da escala de pressão $\alpha \equiv \ell/H_p = 1$. A parametrização ML2 reduz a taxa de perda de energia horizontal, aumentando a eficiência convectiva em relação a versão ML1 (Tassoul, Fontaine & Winget 1990). A versão ML3 é idêntica a versão ML2 mas com um valor de $\alpha = 2$, sendo, portanto, mais eficiente. Não existem razões concretas para esperar que em estrelas reais a eficiência convectiva deveria estar restrita às versões da MLT consideradas na Tabela 3.1, nem que seja constante do núcleo à atmosfera.

Uma comparação entre os modelos atmosféricos usando diferentes versões da MLT para determinar o fluxo monocromático foi realizado por Bergeron, Wesemael & Fontaine (1992)

e Bergeron et al. (1995). Eles mostraram que as diferenças nos fluxos são muito pequenas em altas temperaturas ($T_{\text{eff}} \geq 15000$ K) onde uma fração muito pequena da energia é transportada por convecção, e em baixas temperaturas ($T_{\text{eff}} \leq 8000$ K) onde a convecção torna-se adiabática. Entretanto, para $8000 \text{ K} \leq T_{\text{eff}} \leq 15000 \text{ K}$ as diferenças no fluxo entre as versões ML1 e ML3 tornam-se grandes, alcançando um máximo para $T_{\text{eff}} \approx 13000$ K; nesta temperatura o fluxo do modelo ML3 é 8% (25%) maior em 5500 \AA (3500 \AA) que no modelo ML1. E a única região espectral onde o fluxo do modelo ML1 é maior que o ML3 é no ultra-violeta (UV) distante. A distribuição de energia no UV também é fortemente afetada pela parametrização da MLT.

A forte influência da eficiência convectiva na região entre ~ 8000 e ~ 15000 K tem causado um sério problema na determinação dos parâmetros atmosféricos das estrelas DAV, já que todos estes objetos estão exatamente dentro deste intervalo. Nesta região os parâmetros atmosféricos são muito dependentes da parametrização adotada e um espectro observado pode ser ajustado com qualquer um dos modelos de diferentes versões da MLT. Quando a eficiência convectiva aumenta, os resultados para as estrelas ZZ Ceti tornam-se mais quentes e menos massivos. Por exemplo, a DAV G226-29, tem $T_{\text{eff}} = 11490$ K, 13650 K e 15010 K para os modelos ML1, ML2 e ML3, respectivamente (Bergeron et al. 1995). Portanto, não é possível determinar qual a parametrização da MLT que deve ser adotada utilizando somente os espectros óticos. Por esta razão, Bergeron et al. (1995) analisaram também espectros no UV de algumas ZZ Ceti e mostram que somente usando a parametrização ML2 e $\alpha = 0,6$ é possível ajustar a mesma temperatura em ambas regiões (ótico e UV) do espectro.

3.2 O Método para Determinar T_{eff} e $\log g$

A determinação de T_{eff} e $\log g$ para as estrelas anãs brancas é feita através da comparação entre o espectro observado e o espectro sintético.

Os espectros sintéticos que nós usamos para determinar os parâmetros atmosféricos foram calculados e fornecidos por Detlev Koester da Universidade de Kiel (Alemanha). O modelo de atmosfera usado para gerar os espectros utiliza a parametrização ML1 mas com $\alpha = 2$. Esta é uma versão mais eficiente que a $\text{ML1}/\alpha = 1$, muito similar à ML2 e que

tem fornecido o melhor ajuste ao espectro da DAV G 117-B15A obtido pelo HST (Koester, Allard & Vauclair 1994).

O procedimento que temos utilizado para a determinação dos parâmetros atmosféricos está baseado na comparação dos perfis das linhas do hidrogênio. Como podemos ver na Figura 3.1 as linhas da série de Balmer (H_γ até H_9) modificam o seu perfil com a variação da temperatura efetiva e da gravidade. A linha H_β é omitida da Figura 3.1 para realçar as demais linhas. As linhas H_β a H_δ são sensíveis a T_{eff} , enquanto as demais são fortemente influenciadas por $\log g$. Portanto, estas linhas são indicadores dos parâmetros atmosféricos das estrelas DA.

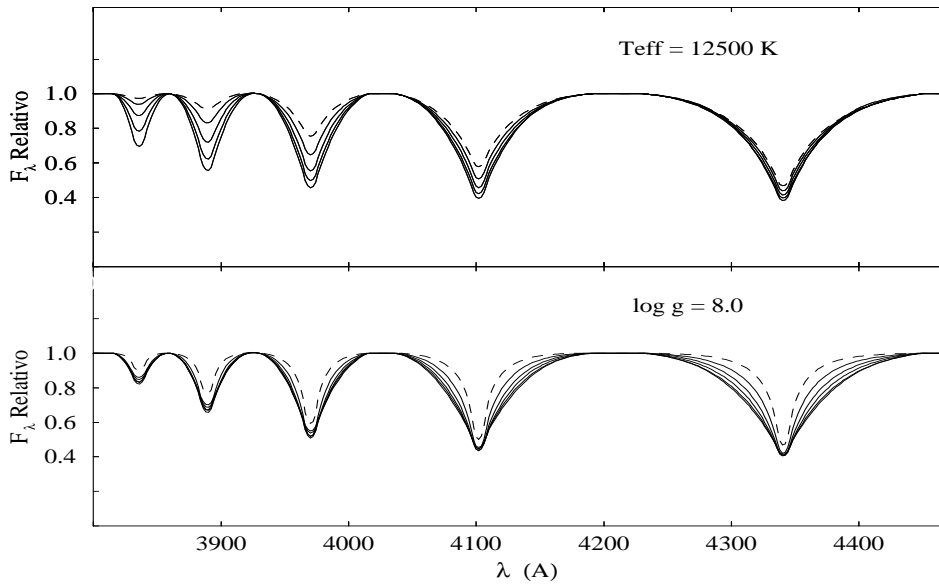


Fig. 3.1: *Espectros sintéticos com diferentes $\log g$ e T_{eff} . No gráfico de cima, a linha tracejada representa o espectro com $\log g = 9.0$, e no gráfico de baixo a linha tracejada representa o espectro com $T_{\text{eff}} = 9000$ K.*

A técnica de ajuste é a mesma utilizada por Bergeron et al. (1995), Bragaglia, Renzine & Bergeron (1995), Bergeron, Saffer & Liebert (1992) e Daou et al. (1990) para determinar os parâmetros atmosféricos das estrelas DA. O primeiro passo é normalizar a linha do contínuo para a unidade em distâncias fixas do centro da linha (H_β a H_9), em ambos os espectros observado e teórico. Esses pontos são escolhidos longe suficiente do centro das linhas a fim

de preservar seus perfis. Podemos notar na Figura 3.1 que o contínuo adjacente (em ambos os lados) de cada linha foi normalizado à unidade em pontos definidos a uma certa distância do centro da linha.

A etapa seguinte consiste em comparar ponto a ponto as linhas do hidrogênio do espectro observado com o espectro sintético, que é convoluido com um perfil instrumental do tipo Gaussiano ($\sim 8 \text{ \AA}$). Através deste procedimento calculamos a função S que é definida por

$$S = \sum_{i=1}^n \frac{(F_i^o - F_i^t)^2}{\sigma_i^2}, \quad (3.6)$$

onde n é o número de pontos do espectro, F^o o fluxo do espectro observado, F^t o fluxo do espectro sintético e σ_i o erro da medida i . Nós assumimos um valor arbitrário constante de $\sigma = 1$ para cada ponto dos dados, isto é, todos os pontos com o mesmo peso, já que os espectros observados são de alta razão S/N.

Na determinação de S o contínuo não é usado para evitar que erros na calibração de fluxo possam modificar a forma do contínuo e interferir na determinação dos parâmetros. O contínuo também contém o maior número de pontos do espectro e como ele não é um forte indicador de T_{eff} e $\log g$ nós não incluímos estes pontos no cálculo do S . Assim, normalizando tanto os espectros observados e teóricos, nós asseguramos que a comparação leva em conta somente os aspectos físicos, isto é, as variações dos perfis de linha dos espectros.

Os parâmetros atmosféricos dos espectros sintéticos são os seguintes:

- T_{eff} : de 8000 a 14000 K em intervalos de 250 K; de 14000 a 18000 K em intervalos de 500 K.
- $\log g$ (em cm/s^2): 7,0; 7,5; 7,8; 7,9; 8,0; 8,1; 8,2; 8,5; 9,0.

O resultado desta análise é um conjunto de valores de S representando a comparação do espectro observado com cada um dos espectros sintéticos. Como cada espectro sintético possui um valor de T_{eff} e $\log g$, temos que

$$S = S(T_{\text{eff}}, \log g). \quad (3.7)$$

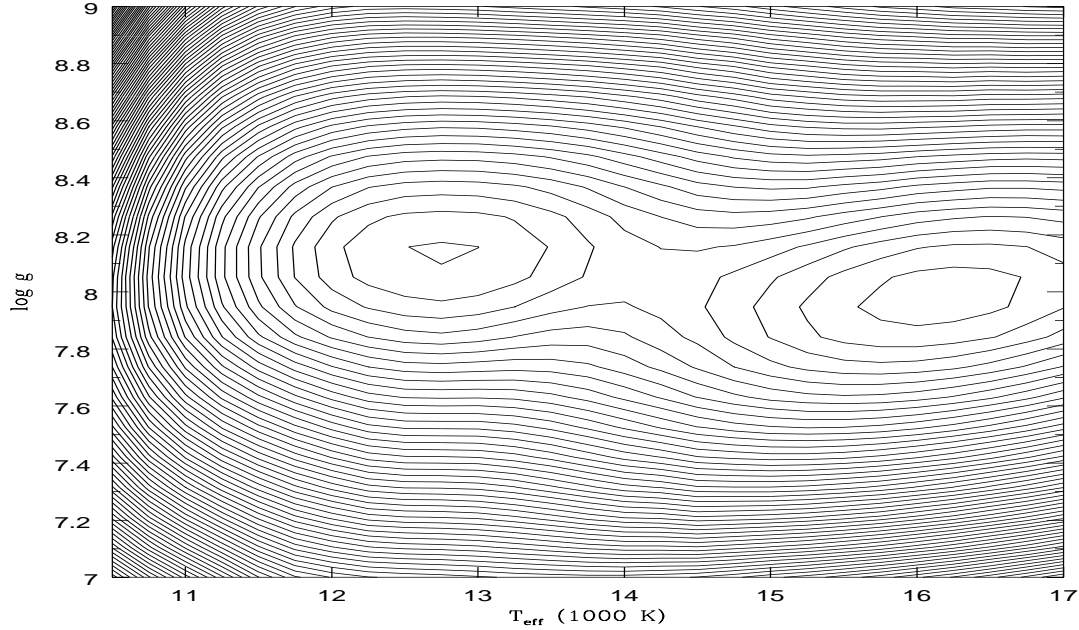


Fig. 3.2: *Curvas de níveis no plano $T_{\text{eff}} - \log g$ para a BPM31594. Cada mínimo representa uma solução.*

Portanto, determinamos uma função discreta de duas variáveis que representa uma grade de dimensão 33×9 . Cada S da grade representa um ponto do plano $T_{\text{eff}} - \log g$. Então, para determinar os valores de T_{eff} e $\log g$ que correspondem ao melhor ajuste do espectro observado é preciso encontrar o valor que minimiza a distribuição de S . A técnica usada para encontrar o valor mínimo desta distribuição consiste em fornecer um valor inicial e a partir deste ponto a rotina de minimização procura os pontos seguintes para os quais a derivada direcional é menor, dentro de um certo limite de convergência previamente definido.

Este método tem se mostrado muito bom para as análises das DA quentes (Bergeron, Saffer & Liebert 1992) e frias (Bergeron et al. 1990) onde existe somente uma solução para T_{eff} e $\log g$. No entanto, na região das estrelas DAV (ao redor de ~ 12500 K), onde estão a maioria das estrelas observadas, o método apresenta algumas complicações. Nesta região de temperatura efetiva ocorre o máximo da opacidade do hidrogênio e, portanto, a largura equivalente das linhas da série de Balmer atinge o seu maior valor. A temperatura exata para a qual ocorre o valor máximo da largura equivalente depende da parametrização da MLT e da gravidade (Bergeron et al. 1995). Assim, para estrelas DA com temperatura um

pouco menor ou um *pouco* maior que a temperatura de máximo pode haver duas soluções na determinação de T_{eff} e $\log g$ (ver Figura 3.2).

Como foi mostrado por Daou et al. (1990) através da análise das larguras equivalentes das linhas do hidrogênio, $\log g$ pode ser unicamente determinado usando as linhas mais altas da série de Balmer como H_6 , H_8 e H_9 que são sensíveis à gravidade devido a alteração dos níveis atômicos mais altos. Porém, não é possível encontrar uma solução única para T_{eff} . Para algumas estrelas, portanto, nós temos duas soluções no plano $T_{\text{eff}} - \log g$, como podemos ver pelas curvas de níveis da Figura 3.2.

Para saber qual das duas soluções é a verdadeira, Bergeron et al. (1995) mostram que para as DAV a solução é *sempre* a mais fria. Esta conclusão se deve ao fato de que a máxima largura equivalente das linhas de Balmer ocorre em temperaturas maiores que aquelas das estrelas DAV. Fontaine et al. (1985) usando o diagrama de duas cores $[m_1, (b - y)]$ também chegaram à mesma conclusão, pois o índice de cor $(b - y)$ é um indicador da temperatura, enquanto o índice m_1 mede a intensidade das linhas de Balmer já que o filtro v de Strömgren está centrado sobre a linha H_δ .

No caso das demais estrelas DA, é preciso determinar a T_{eff} por outro método. Usando os índices de cores dos sistemas fotométricos Multi-canal (MCSP) e de Strömgren, nós determinamos os parâmetros atmosféricos através da comparação com as cores sintéticas geradas pelos modelos de Bergeron et al. (1995).

3.3 T_{eff} e $\log g$ Obtidos Fotometricamente

Nós usamos o termo $T_{\text{eff}}^{\text{fot}}$ e $\log g^{\text{fot}}$ para designar os parâmetros atmosféricos obtidos através das cores fotométricas. Estes valores são utilizados apenas para decidir qual das duas soluções obtidas pela análise espectroscópica é a correta. O motivo é que as cores fotométricas são bons indicadores de temperatura por medirem a inclinação do contínuo; embora menos precisas que as espectroscópicas, são suficientes para indicar se a estrela é mais quente ou mais fria!

Na Figura 3.3 são mostrados os diagramas cor — cor para cada sistema fotométrico juntamente com os índice de cor para as estrelas que possuem medidas fotométricas. Os

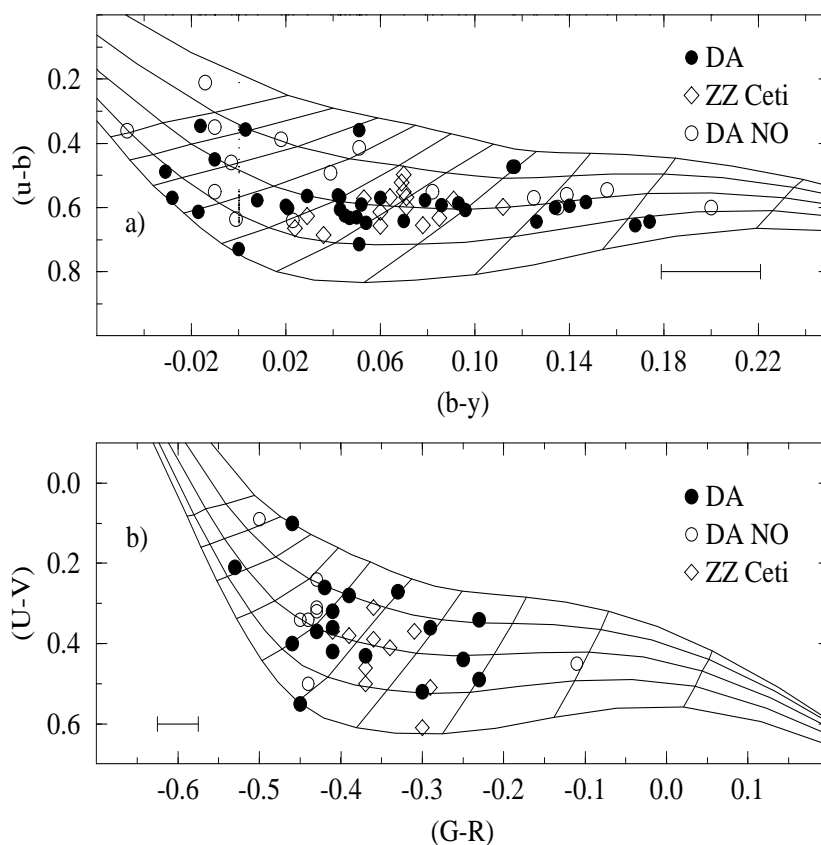


Fig. 3.3: Diagrama de duas cores de a) Strömgren e b) MCSP, para as estrelas DA não-variáveis (DA), DA não observadas fotometricamente (DA NO) e DA variáveis (ZZ Ceti). As linhas sólidas representam curvas de mesma T_{eff} e mesmo $\log g$. A T_{eff} varia da direita para esquerda de 8000 (1000) a 17000 K e $\log g$ de baixo para cima a partir de 7 (0,5) a 9.

índices de cor do sistema fotométrico de Strömgren para as estrelas DA foram obtidos das seguintes referências: Fontaine et al. (1985), Graham (1972), Lacombe & Fontaine (1981), Wegner (1983) e Wegner (1979). Os índices de cor do sistema multi- canal são fornecidas pelas seguintes referências: Green, Schmidt & Liebert (1986) e Greenstein (1984).

Os parâmetros atmosféricos foram determinados a partir da interpolação entre as três cores sintéticas mais próximas da cor observada para uma dada estrela (ver Figura 3.3). No sistema de Strömgren as cores $[(b-y), (u-b)]$ e no sistema multi-canal as cores $[(G-R), (U-V)]$ são os indicadores da T_{eff} e $\log g$. Para cada um destes pares há uma temperatura e gravidade associadas. Assim, podemos determinar independentemente os parâmetros para cada estrela.

Na Tabela 3.2 são apresentados os valores de T_{eff} e $\log g$ obtidos a partir de cada um dos sistemas fotométricos.

Para 24 estrelas da nossa amostra existem T_{eff} obtidas pelos dois sistemas. Nós demos prioridade para a $T_{\text{eff}}^{\text{fot}}$ do MCSP sobre àquelas de Strömgren porque os índices de cor do MCSP foram obtidos através das medidas de alta razão S/N feitas no telescópio de 5 m do Monte Palomar. Assim, as cores do MCSP têm um erro menor, como pode ser visto pela barra de erro da Figura 3.3.

3.4 T_{eff} e $\log g$ Obtidos Espectroscopicamente

Os parâmetros atmosféricos foram obtidos através da análise dos perfis das linhas de Balmer usando os espectros óticos apresentados no Capítulo 2. O procedimento utilizado foi descrito na Seção 3.3.

Na Tabela 3.3 estão os parâmetros atmosféricos para todas as estrelas DA observadas. Na Tabela 3.3 a primeira coluna é a designação WD, a segunda é o nome do objeto, a terceira a T_{eff} , a quarta o erro na determinação de T_{eff} , a quinta a gravidade, a sexta o erro em $\log g$, e a última coluna a massa da estrela. O método para determinar a massa das estrelas será o assunto do próximo capítulo. Na Figura 3.4 estão alguns espectros comparados com o espectro sintético com T_{eff} e $\log g$ mais próximos. Pode-se notar que em alguns espectros (por exemplo, BPM37093, L481–60) o contínuo na parte azul está levemente diferente da

Tab. 3.2: *Parâmetros atmosféricos obtidos fotometricamente*

WD #	NOME	Strömgren		MCSP	
		T_{eff} (K)	$\log g$	T_{eff} (K)	$\log g$
0033+016	G1-7	10734	8.734	11373	8.373
0037-006	PG0037-006	12320	7.820		
0104-464	BPM30551	10535	8.035		
0133-116	R548	12068	7.568	11035	7.535
0151+017	G71-41	12103	8.103	11080	7.080
0231-054	GD31	14260	8.630		
0255-705	BPM2819	10994	7.994		
0339+523	RUBIN70	12999	7.999		
0341-459	BPM31594	12571	7.571		
0401+250	G8-8	13054	8.054	12749	8.249
0413-077	40EriB	19950	7.492	16472	8.736
0637+447	GD77	13781	8.281		
0921+354	G117-B15A	13040	8.040	12533	8.033
0938+286	TON20			13533	8.533
0943+441	G116-52	14160	7.580		
0950-572	BPM19738	12465	7.965		
0951-035	G161-36	13642	7.142		
1001-033	GD110	9188	8.188		
1022+050	PG1022+050	12541	7.041		
1026+024	PG1026+024			12284	7.784
1101+364	PG1101+364			12617	7.617
1116+026	GD133	12298	7.798	11855	7.855
1119+385	PG1119+385			15881	8.940
1129+071	PG1129+071			13437	7.937
1147+255	G121-22	11088	8.088		
1236-495	BPM37093	12912	8.412		
1244+149	G61-17	11614	8.114	10170	7.670
1253+482	GD320			13206	8.206
1327-083	G14-58	15692	7.346	12273	8.773
1354+340	G165-B5B	14922	7.961		
1418-005	PG1418-005			13979	8.479
1425-811	L19-2	11503	8.003		
1448+077	G66-32	12318	7.818	12576	8.076
1507-105	GD176	11965	7.465		
1537+651	GD348	10146	8.146		
1539-035	GD189	9940	7.940		

TABELA 3.2 CONTINUAÇÃO

WD #	NOME	Strömgren		MCSP	
		T_{eff} (K)	$\log g$	T_{eff} (K)	$\log g$
1544-377	L481-60	9731	7.731		
1550+183	GD194	14625	8.813		
1555-089	G152-B4B	13263	7.763		
1559+369	R808	11275	7.775	11016	8.016
1606+422	CASE2	13251	7.751		
1616-591	BPM24047	12277	7.777		
1637+335	G180-65	9933	7.933		
1647+591	G226-29	12330	8.330	12463	8.463
1654+637	GD515			13167	8.167
1655+215	G169-34	9647	8.147	9310	7.810
1714-547	BPM24754	11821	7.821		
1716+020	G19-20	12882	7.882		
1827-106	G155-19	13341	7.341		
1857+119	G141-54			10443	7.943
1840-111	G155-34	8982	7.482		
1911+135	G142-B2A	13719	7.719		
1919+145	GD219	16595	8.298		
1950+250	GD385	12570	8.070	12048	8.048
2039-682	BPM13491	16435	8.218		
2047+372	G210-36	15029	8.515		
2105-820	BPM1266	9941	7.941		
2115-560	BPM27273	9932	7.932		
2126+734	G261-43	15895	7.947	15541	7.771
2136+229	G126-18	8945	7.445		
2149+372	GD397	12638	7.638	12261	7.261
2226+061	GD236	16945	8.472		
2246+223	G67-23	9830	8.830	10062	8.562
2303+241	PG2303+241	11374	7.874	11284	8.284
2306+131	PG2306+131	18143	8.690	12901	7.901
2311+552	GD556	11050	8.050	10516	7.516
2322+205	PG2322+207	11741	8.241	13042	8.042
2326+049	G29-38	12416	7.916	11723	7.723
2337-760	BPM15727	14115	7.057		
2341+322	G130-5	13063	8.063	12993	8.493
2359-434	BPM45338	8153	7.653		

estrela. Nós assumimos que esta discrepância é devida ao efeito da calibração de fluxo. Mas como o método normaliza o contínuo em ambos os lados da linha este desvio não prejudica as determinações de T_{eff} e $\log g$.

Seis estrelas têm T_{eff} maior que o limite da nossa grade, 18000 K. Os valores obtidos para estes objetos foram determinados por Pierre Bergeron (Universidade de Montreal, comunicação privada) usando modelos de atmosfera com ML2. São os seguintes: PG0945+245, $T_{\text{eff}} = 33100$ K; PG1033+464, (GD123), $T_{\text{eff}} = 29800$ K; PG1123+189, $T_{\text{eff}} = 54000$ K; PG1229-012, $T_{\text{eff}} = 19500$ K; PG1241+235, $T_{\text{eff}} = 27000$ K; PG1247+553 (GD319-A), $T_{\text{eff}} = 32400$ K. A GD319-A é uma sdB, como pode-se ver pelo seu espectro na Figura 2.5. Todos estes objetos têm cores fotométricas que os colocam na região da faixa de instabilidade, porém a T_{eff} obtida espectroscopicamente é muito maior. Este fato evidencia a imprecisão da fotometria para determinar a T_{eff} das estrelas DA.

Algumas estrelas da Tabela 3.3 pertencem a sistemas binários. Estes sistemas binários são formados por uma estrela DA e uma estrela anã. Segundo Oswalt, Hintzen & Luyten (1988) as binárias são: G121-22 (DA6 + dM2); L481-60 (DA7 + dG6); G19-20 (DA3 + dM3); G130-5 (DA4 + dM5). A DA CASE1 foi identificada como binária (DA + dM2) por Sion, Wesemael & Guinan (1984). O espectro da DA GD77 (Figura 2.3) mostra que ela é uma estrela magnética, pois um fraco efeito Zeeman pode ser notado na base das linhas do hidrogênio. Schmidt, Stockman & Smith (1992) determinaram um campo magnético longitudinal de 350 KG. A DA PG1022+050 é uma pré-variável cataclísmica.

Os erros associados aos parâmetros atmosféricos T_{eff} e $\log g$ da Tabela 3.3 foram determinados usando o método descrito por Zhang, Robinson & Nather (1986). Como S é uma função de T_{eff} e $\log g$ (Equação 3.6), os melhores parâmetros são aqueles que minimizam S . Qualquer variação dos parâmetros atmosféricos altera o valor de S . Sendo S_o o valor mínimo de S , então quando um dos parâmetros é modificado por uma pequena quantidade d e o outro é permitido variar, obtem-se um novo mínimo para S , digamos S' . Assim, o erro associado ao parâmetro modificado (σ_j , sendo $j = 1, 2$ pois nosso S depende de T_{eff} e $\log g$), como definido por Zhang, Robinson & Nather, é:

$$\sigma_j^2 = \frac{d^2}{(S' - S_o)} \quad (3.8)$$

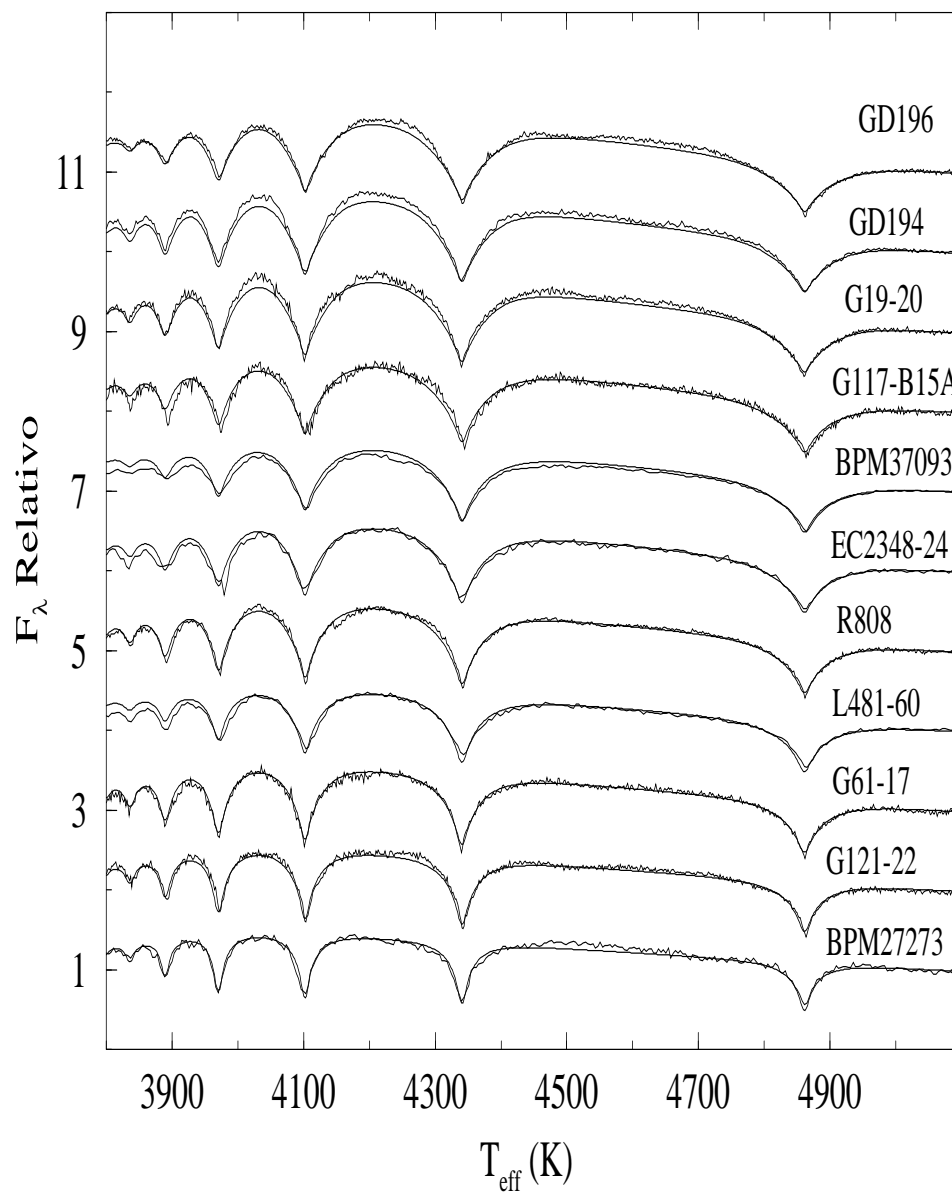


Fig. 3.4: Alguns espectros observados comparados com o espectro sintético mais próximo.

Tab. 3.3: *Parâmetros atmosféricos obtidos espectroscopicamente*

WD #	Nome	T_{eff} (K)	σT_{eff}	$\log g$	$\sigma_{\log g}$	Massa (M_{\odot})
0033+016	G1-7	11184	179	8.502	0.069	0.93
0037-006	PG0037-006	13867	334	8.403	0.106	0.86
0104-464	BPM30551	12355	441	8.157	0.140	0.70
0133-116	R548	12692	398	7.904	0.105	0.56
0151+017	G71-41	13571	158	7.626	0.059	0.42
0231-054	GD31	16625	309	8.623	0.050	1.00
0255-705	BPM2819	10434	197	7.802	0.111	0.49
0339+523	RUBIN70	12866	107	7.369	0.075	0.34
0341-459	BPM31594	12057	155	7.799	0.098	0.50
0401+250	G8-8	13814	194	7.661	0.060	0.44
0413-077	40EriB	15866	154	7.791	0.063	0.51
0637+447	GD77	14871	119	8.126	0.048	0.69
0921+354	G117-B15A	13196	191	8.141	0.069	0.69
0938+286	TON20	14258	216	7.768	0.064	0.49
0943+441	G116-52	13250	161	7.444	0.063	0.36
0950-572	BPM19738	13004	888	7.706	0.121	0.46
0951-035	G161-36	13791	136	7.850	0.056	0.53
1001-033	GD110	8550	28	7.486	0.066	0.35
1022+050	PG1022+050	12309	168	7.529	0.110	0.38
1026+023	PG1026+023	12995	132	7.800	0.076	0.50
1101+364	PG1101+364	12470	170	7.177	0.154	0.28
1116+026	GD133	13004	97	7.668	0.073	0.44
1119+385	PG1119+385	15984	157	8.050	0.076	0.64
1129+071	PG1129+071	14683	219	7.980	0.072	0.60
1147+255	G121-22	10317	66	7.868	0.072	0.53
1213+528	CASE1	16859	233	7.842	0.078	0.53
1236-495	BPM37093	12690	286	8.687	0.104	1.03
1244+149	G61-17	11068	106	7.802	0.075	0.50
1253+482	GD320	13655	230	7.713	0.070	0.46
1327-083	G14-58	13798	253	7.752	0.063	0.48
1355+340	G165-B5B	13948	215	7.861	0.059	0.53
1418-005	PG1418-005	13252	554	7.743	0.069	0.47
1425-811	L19-2	13150	120	8.150	0.045	0.70
1448+077	G66-32	13819	338	7.833	0.066	0.52
1503-091	EC1503-0918	15327	328	8.080	0.099	0.66
1507-105	GD176	10640	107	7.477	0.071	0.35
1539-035	GD189	10457	102	8.120	0.069	0.67
1537+651	GD348	9910	44	7.870	0.070	0.53
1544-377	L481-60	11367	815	8.413	0.111	0.86
1550+183	GD194	14826	225	8.211	0.058	0.74
1555-089	G152-B4B	14107	172	7.771	0.061	0.49
1559+369	R808	12000	159	7.876	0.074	0.54

TABELA 3.3 CONTINUAÇÃO

WD #	Nome	T_{eff} (K)	σT_{eff}	$\log g$	$\sigma_{\log g}$	Massa (M_{\odot})
1606+422	CASE2	13253	175	7.561	0.063	0.40
1610+116	GD196	14231	221	7.772	0.075	0.49
1616-591	BPM24047	14679	392	8.091	0.092	0.66
1636+160	GD202	13590	597	7.856	0.067	0.53
1637+335	G180-65	10365	76	7.915	0.070	0.55
1647+591	G226-29	13563	165	8.091	0.067	0.66
1654+637	GD515	13083	163	7.877	0.076	0.54
1655+215	G169-34	9578	37	7.831	0.068	0.51
1714-547	BPM24754	12926	321	8.044	0.109	0.63
1716+020	G19-20	13754	227	7.736	0.063	0.47
1827-106	G155-19	13856	194	7.740	0.072	0.47
1840-111	G155-34	10389	96	8.002	0.082	0.61
1857+119	G141-54	10182	63	7.949	0.080	0.57
1911+135	G142-B2A	14839	258	8.098	0.068	0.67
1919+145	GD219	14765	240	8.097	0.067	0.67
1950+250	GD385	13002	373	8.006	0.077	0.61
2034-290	EC2034-290	15812	322	8.589	0.093	0.98
2039-682	BPM13491	16904	289	8.255	0.093	0.77
2047+372	G210-36	14632	184	8.133	0.066	0.69
2105-820	BPM1266	11264	182	8.000	0.110	0.61
2115-560	BPM27273	9588	55	7.803	0.098	0.49
2126+734	G261-43	13036	251	7.952	0.104	0.58
2136+229	G126-18	10652	181	8.040	0.085	0.63
2149+372	GD397	13699	222	7.857	0.083	0.53
2226+061	GD236	15863	213	7.774	0.090	0.50
2246+223	G67-23	11131	208	8.648	0.083	1.01
2258+406	G216-B14B	10131	48	8.060	0.066	0.64
2302-773	EC2302-773	13447	303	8.097	0.110	0.67
2303+241	PG2303+241	12253	217	8.315	0.107	0.80
2306+131	PG2306+131	14365	220	7.935	0.075	0.58
2311+552	GD556	12464	282	7.807	0.084	0.50
2322+205	PG2322+207	13775	114	7.750	0.054	0.48
2326+049	G29-38	13323	132	8.197	0.426	0.73
2337-760	BPM15727	14816	220	7.543	0.094	0.39
2341+322	G130-5	13582	144	7.647	0.057	0.43
2348-242	EC2348-242	12602	606	8.065	0.116	0.65
2359-434	BPM45338	8634	51	8.099	0.114	0.66

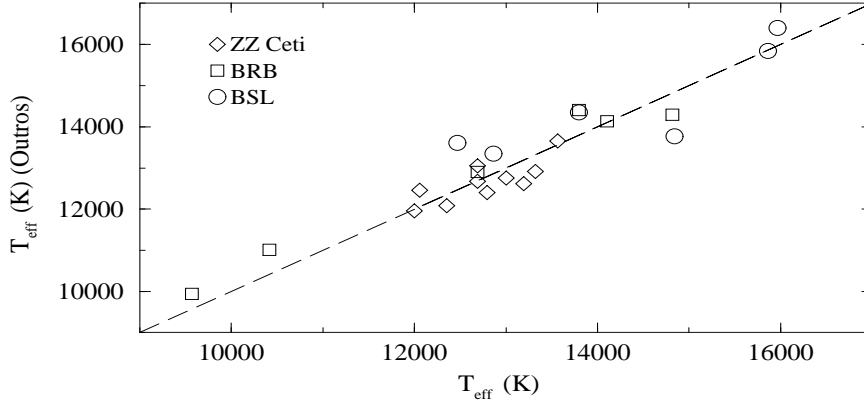


Fig. 3.5: Comparação entre as T_{eff} das estrelas em comum com outras amostras: *Bergeron, Saffer & Liebert (BSL)*; *Bragaglia, Renzini & Bergeron (BRB)* e *Bergeron et al. (ZZ Ceti)*.

Algumas das nossas estrelas também possuem parâmetros atmosféricos obtidos por outros autores. Existem 6 estrelas em comum com a amostra de Bergeron, Saffer & Liebert (1992): Rubin 70, 40 Eri B, PG1101+364, G14–58, G142–B2A e GD236. A diferença média entre as T_{eff} é de 630 K. Na amostra de Bragaglia, Renzini & Bergeron (1995) contamos 8 estrelas em comum: BPM2819, BPM37093, G14–58, G152–B4B, BPM13491, BPM27273, BPM15727 e BPM45338. A diferença média entre as T_{eff} obtidas por nós e eles é mais baixa que a anterior, 421 K. Bergeron et al. (1995) observaram 22 estrelas ZZ Ceti e obtiveram espectros de alta razão S/N (~ 100). Nós observamos 12 estrelas ZZ Ceti, sendo 11 em comum, com uma diferença média entre as T_{eff} de apenas 245 K. A única, EC2348–242, que não foi observada por eles foi descoberta por Stobie et al. (1993) e as nossas determinações de T_{eff} e $\log g$ são as primeiras obtidas com espectro de alta razão S/N.

A Figura 3.5 apresenta a comparação entre as nossas temperaturas com aquelas obtidas

pelos trabalhos acima referidos.

Kepler et al. (1995a) determinaram os parâmetros atmosféricos para 58 estrelas em comum com nossa análise, usando os modelos de atmosfera com parametrização ML2 fornecidos por Pierre Bergeron. Os espectros são os mesmos que os utilizados aqui e foram ajustados usando o mesmo procedimento de Bragaglia, Renzini & Bergeron e Bergeron, Saffer & Liebert. A média da diferença de T_{eff} entre as estrelas em comum nas duas análises é de apenas 262 K. Este resultado confirma a semelhança entre os modelos utilizados para determinar os parâmetros atmosféricos das estrelas DA.

Os erros obtidos pelo nosso método são, em geral, maiores que os erros obtidos pelo procedimento usado por Bergeron, Saffer & Liebert e Bragaglia, Renzini & Bergeron (ambos utilizam o mesmo método), mas com S/N maior.

Considerando que a determinação de T_{eff} e $\log g$ dependem do procedimento de redução e do método usado para determinar os parâmetros atmosféricos, as diferenças obtidas são completamente razoáveis, pois os trabalhos acima referidos (BSL, BRB) afirmam que os erros externo são da ordem de 400 K, o que comprovamos quando comparamos a T_{eff} obtida para a mesma estrela em diferentes observatórios.

Capítulo 4

A Distribuição de Massa das Estrelas DA

Os modelos de evolução estelar afirmam que no mínimo $\sim 90\%$ das estrelas formadas na sequência principal terminam sua evolução como estrelas anãs brancas. Por este motivo, a distribuição de massa das anãs brancas pode fornecer importantes vínculos sobre as fases anteriores da evolução estelar e sobre a história da população do disco Galáctico. Em particular, é possível determinar a relação entre massa inicial-final (por exemplo, Koester & Weidemann 1980; Reimers & Koester 1994) e, portanto, inferir a quantidade total de massa que cada estrela perde durante a sua evolução. Se a distribuição de massa e a função de luminosidade das anãs brancas, juntamente com a relação massa inicial-final, são conhecidas, então a história completa da formação estelar no disco pode ser reconstruída.

Nas seções seguintes iremos descrever os métodos geralmente usados na determinação da massa das estrelas anãs brancas, vamos analisar as distribuições de massa anteriores e, por último, apresentar a distribuição de massa obtida para nossa amostra de estrelas DA.

4.1 Métodos para Determinar a Massa das Anãs Brancas

A única maneira de determinar a massa diretamente é através de sistemas binários com paralaxe trigonométrica conhecida e destes, somente os sistemas cuja separação angular dos membros em relação ao centro de massa é possível medir. Além disso, não podem ser

próximos significativamente para evitar uma troca de massa que modificaria sua estrutura por influência externa (Schwarzschild 1958). Assim, restam apenas muito poucos sistemas cujas massas de ambos os membros podem ser determinadas através da equação da órbita baseada na relação entre período e distância fornecida pela Terceira Lei de Kepler (Kepler 1619). Os poucos casos conhecidos fornecem valores um tanto diferentes: $1,05 \pm 0,03 M_{\odot}$ para Sirius B (Gatewood & Gatewood 1978); $0,42 \pm 0,02 M_{\odot}$ para 40 Eri B (Heintz 1974)¹; $0,62 M_{\odot}$ para Procyon B (Popper 1980; Irwin et al. 1992).

Um outro método muito promissor para determinar a massa das anãs brancas é através da análise dos modos de pulsação (veja Seção 1.4). Este método é até agora aplicável somente às anãs brancas pulsantes quentes do tipo DOV e DBV. Kawaler et al. (1995) determinaram $M = 0,61 \pm 0,02 M_{\odot}$ para a DOV PG2131+066 e Winget et al. (1991) encontraram uma massa de $0,59 \pm 0,01 M_{\odot}$ para a PG1159-035. Para a DBV GD358, Winget et al. (1994) determinaram $M = 0,58 \pm 0,03 M_{\odot}$. Estes resultados foram obtidos usando as observações do WET.

Para algumas anãs brancas cuja paralaxe é conhecida, pode-se estimar a massa usando a teoria de atmosfera estelar. Basta determinar a T_{eff} através de um ajuste aos dados observacionais, a luminosidade pela distância medida e, então, obter o raio da estrela. Com estes elementos, a massa é determinada usando uma relação massa-raio (por exemplo, Wood 1995). Koester, Shulz & Weidemann (1979) obtiveram desta forma a distribuição de massa para 122 DA e Shipman (1979) também usou a relação massa – raio para estimar a massa de 110 DA.

Também pode-se obter a massa através de uma medida direta do deslocamento para o vermelho devido à ação gravitacional (“gravitational redshift”) em espectros com alta resolução, em geral, sobre a linha $H\alpha$. Assim, pode-se medir o deslocamento do centro da linha provocado pelo forte campo gravitacional das estrelas degeneradas (por exemplo, Wegner, Reid & McMahan 1989), após descontar o deslocamento devido à velocidade radial. Usando os deslocamentos gravitacionais já publicados, Bergeron, Liebert & Fulbright (1995) determinaram a T_{eff} e $\log g$ para 35 DA, e com os modelos evolucionários de Wood (1995) encontraram a massa de cada estrela. Excluindo as massas obtidas por Wegner, Reid & Mc-

¹ Nós obtemos uma massa de $0,50 \pm 0,02 M_{\odot}$ usando espectros óticos (Tabela 3.3).

Mahan (1989), que apresentavam desvios maiores que as demais, Bergeron et al. encontraram que as massas obtidas pelo deslocamento gravitacional são similares às aquelas estimadas espectroscopicamente dentro de 1σ . Eles também analisaram a estrela DAV G117–B15A e concluíram que somente através da parametrização ML2 a massa espectroscópica concorda com a prevista gravitacionalmente.

O método atualmente mais utilizado está baseado na determinação da gravidade a partir da comparação entre espectros observados e espectros sintéticos obtidos dos modelos de atmosfera, como em nossos estudos. A massa, então, é calculada através de uma relação massa – gravidade fornecida pelos modelos evolutivos (por exemplo, Wood 1995). Além deste trabalho, esta técnica tem sido usada nas determinações de distribuições de massa por Bergeron, Saffer & Liebert (1992), Bragaglia, Renzine & Bergeron (1995) e Finley (1995).

4.2 A Distribuição de Massa das Estrelas DA

No capítulo anterior determinamos os parâmetros atmosféricos para 85 estrelas DA (Tabela 3.3). Agora vamos determinar a massa destas estrelas usando a relação $[(T_{\text{eff}}, \log g) \times M]$ fornecida pelos modelos evolutivos de Wood (1995)².

Os modelos evolutivos utilizados naquele trabalho possuem núcleo de carbono coberto por uma camada de hélio ($M_{\text{He}} = 10^{-2}M_{\star}$) que está abaixo de uma “fina” camada de hidrogênio ($M_{\text{H}} = 10^{-4}M_{\star}$). Como discutido por Bergeron, Saffer & Liebert (1992) a composição do núcleo ou a massa da camada de hélio não afetam significativamente as massas obtidas ($\Delta M \sim 0,004M_{\odot}$). Entretanto, a massa da camada de hidrogênio influencia fortemente a determinação de massa. Através do estudo das pulsações das estrelas ZZ Ceti têm sido possível estimar a massa da camada de hidrogênio. Análises sismológicas feitas por Fontaine et al. (1992) e Bergeron et al. (1993) sugerem que as estrelas G226–29 e GD165 possuem massa de hidrogênio de $\sim 10^{-4}$ ou $\sim 10^{-7}M_{\odot}$, se o modo do menor período de oscilação é $\ell = 1$ ou 2, respectivamente. Kepler et al. (1995b) mostram que assumindo $\ell = 1$ para o tripleto de 109 s, a massa da camada de hidrogênio para a G226–29

² As sequências evolutivas estão disponíveis via FTP anônimo para [kepler.pss.fit.edu no diretório /pub/wd](http://kepler.pss.fit.edu/pub/wd).

é $\sim 10^{-4}M_{\star}$. Robinson et al. (1995) mediram a amplitude da pulsação de 215 s em seis bandas (duas no UV e quatro no ótico) da DAV G117–B15A e compararam com espectros sintéticos para encontrar que o modo pulsa com $\ell = 1$. Eles determinaram, então, que $M_H = 1 \times 10^{-6}M_{\odot}$ se $k = 1$ ou $8 \times 10^{-5}M_{\odot}$ se $k = 2$. Para as DAV mais frias, Pfeiffer et al. (1995) mostram que a DAV GD154 tem $M_H = 2 \times 10^{-10}M_{\star}$ se $\ell = 1$ para o modo de menor período e Vauclair et al. (1992) estimam que $M_H \approx 10^{-8}M_{\star}$ para a DAV PG2303+241, mas ambos os resultados estão baseados numa fraca identificação dos modos. Como estas duas estrelas estão na borda vermelha da faixa de instabilidade das ZZ Ceti e possuem uma fina camada de hidrogênio os resultados indicam que as DAV da borda azul têm uma camada de hidrogênio mais espessa que aquelas da borda vermelha. Se esta tendência se mantém para todas as estrelas DA mais frias que a borda vermelha então modelos com diferentes massas de hidrogênio devem ser aplicados. Bergeron et al. (1995) estimam que a massa das estrelas ZZ Ceti seria $\sim 0,026M_{\odot}$ menor caso fossem usados modelos evolutivos sem hidrogênio. Como usamos modelos com $M_H = 10^{-4}M_{\star}$ para todas as estrelas da amostra a massa pode estar superestimada para as DA frias.

A Figura 4.1 mostra a dependência da massa em função de T_{eff} e $\log g$, onde cada linha tracejada representa um modelo de massa constante. A partir desta relação foi possível determinar a massa para as estrelas anãs brancas fazendo uma interpolação bi- dimensional, pois $M = M(T_{\text{eff}}, \log g)$.

Os valores de massa obtidos estão na Tabela 3.3 e os erros internos são, na média menores que $0,04 M_{\odot}$. Na Figura 4.2 está a distribuição de massa da nossa amostra juntamente com as determinações de Bergeron, Saffer & Liebert (1992;BSL), Bragaglia, Renzine & Bergeron (1995;BRB) e Weidemann & Koester (1984;WK). A massa média da nossa amostra é $\langle M \rangle = 0,585M_{\odot}$ e o desvio padrão é $\sigma_M = 0,158M_{\odot}$. Na Tabela 4.1 estão os valores obtidos pelas outras análises de distribuição de massa para estrelas DA.

Para determinar a massa, a amostra de BRB e a nossa utilizaram modelos evolutivos com hidrogênio enquanto BSL usou modelos sem hidrogênio, apesar de estarem ajustando estrelas DA. Assim, na Tabela 4.1 os valores maiores encontrados por nós e BRB concordam com as previsões teóricas que indicam maior massa para modelos com hidrogênio. A distribuição de massa obtida por WK foi baseada na determinação dos parâmetros atmosféricos

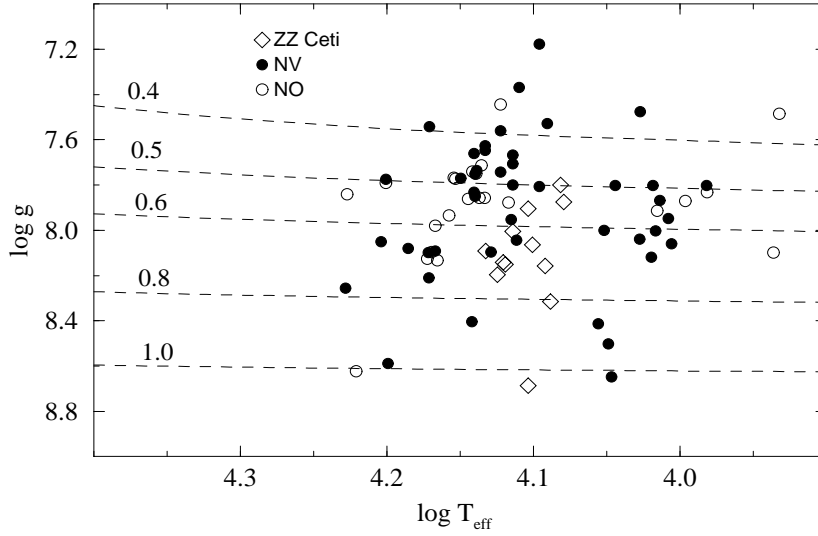


Fig. 4.1: Gravidade superficial como função da temperatura efetiva para 79 estrelas medidas. As linhas tracejadas representam modelos evolutivos com a respectiva massa (em M_{\odot}) indicada pelo número logo acima da curva. NV são as não-variáveis e NO as não observadas fotometricamente.

usando os índices fotométricos de Strömgren.

A nossa amostra possui características muito distintas das demais. Das 85 estrelas, apenas 9 têm T_{eff} maior que 16000 K. Sendo, portanto, o primeiro estudo espectroscópico com uma amostra razoável de estrelas DA (76) com $T_{\text{eff}} \leq 16000$ K. Bergeron, Saffer & Liebert possuem 23 estrelas abaixo de 16000 K, enquanto Bragaglia, Renzine & Bergeron contam com 20 estrelas abaixo deste limite. Como indicado pela função de luminosidade das anãs brancas (Figura 1.2), quanto menor a T_{eff} maior é o número de estrelas, e as análises estatísticas devem seguir os resultados observacionais para serem mais confiáveis.

O motivo da escolha deste limite se deve a razões puramente físicas. Acima de 16000 K, as atmosferas são completamente radiativas e, portanto, não sofrem a influência da para-

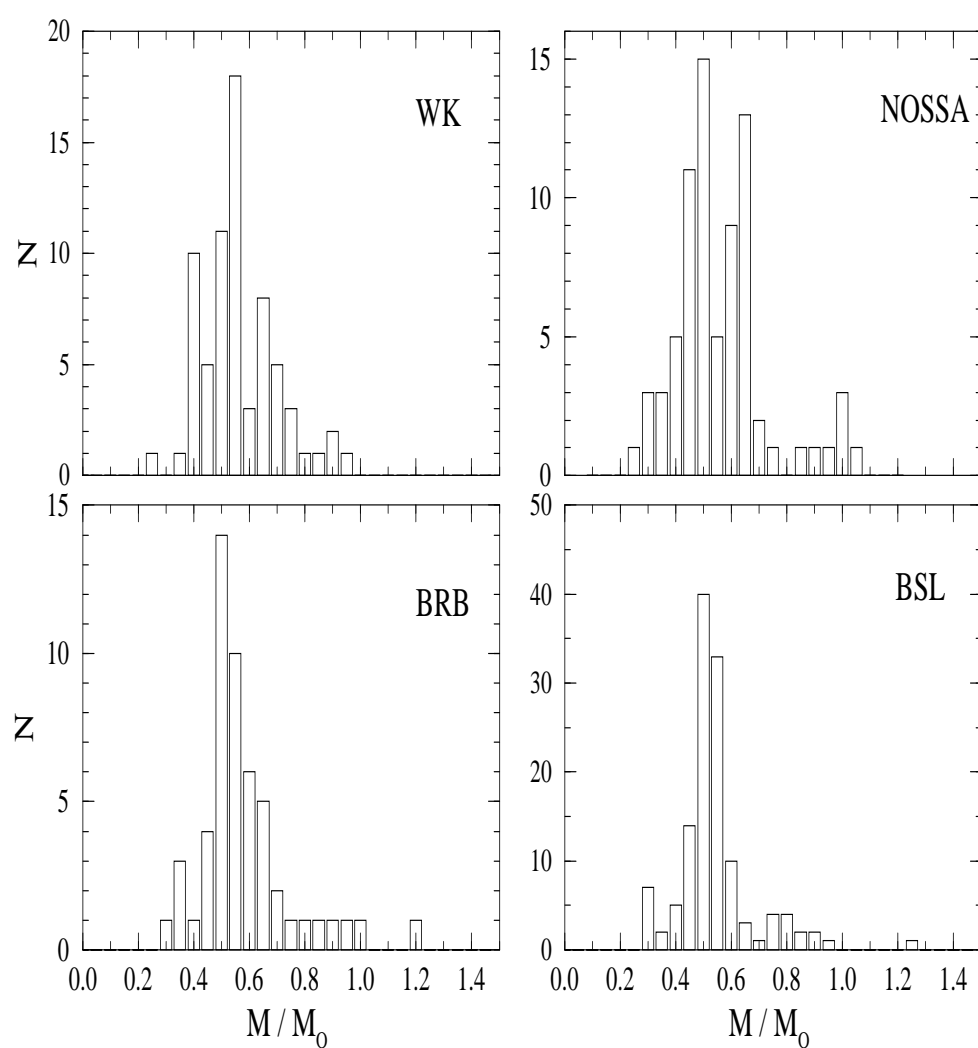


Fig. 4.2: Distribuição de massa em intervalos de $0,05M_{\odot}$. O eixo das ordenadas indica o número absoluto de estrelas para cada distribuição.

Tab. 4.1: *Valores médios para algumas amostras de DA*

	BSL	BRB	WK	Nossa
Parâmetro	(129 DA)	(52 DA)	(70 DA)	(79 DA)
$\langle \log g \rangle$	7,909	7,974	8,02	7,934
$\sigma_{\log g}$	0,257	0,314	0,22	0,288
$\langle M \rangle / M_{\odot}$	0,562	0,603	0,58	0,585
σ_M / M_{\odot}	0,137	0,169	0,13	0,158

metrização da MLT. Abaixo deste limite, no entanto, os parâmetros atmosféricos são muito sensíveis ao modelo de atmosfera adotado, os quais dependem da composição química do envelope e da MLT usada, pois a atmosfera torna-se convectiva (ver Capítulo 3). Porém, para estrelas com $T_{\text{eff}} \leq 12000$ K uma quantidade de hélio pode ser levada para a superfície devido à convecção, permanecendo invisível espectroscopicamente. O efeito da presença de hélio na superfície é o mesmo produzido pelo aumento da gravidade. Ambos modificam o perfil das linhas altas de Balmer e não se pode distinguir entre um e outro analisando os perfis (ver discussão no Capítulo 3). Bergeron et al. (1990) analisaram 37 DA frias para verificar a presença de hélio. Adotando $\log g = 8,0$ para todas, eles encontraram que havia uma quantidade razoável de hélio na superfície das DA. E em duas estrelas analisadas aqui, G67–23 e G1–7, foi determinado que a atmosfera seria completamente dominada por hélio [$N(\text{He})/N(\text{H}) > 10$].³

A nossa amostra inclui 20 estrelas com T_{eff} abaixo de 12000 K. Supondo que as massas para as estrelas com $T_{\text{eff}} \geq 20000$ K podem estar superestimadas, a massa média da amostra sem estas estrelas é $\langle M \rangle = (0,579 \pm 0,155) M_{\odot}$ e a massa média somente para as estrelas com $T_{\text{eff}} \leq 12000$ K é $\langle M \rangle = (0,601 \pm 0,164) M_{\odot}$. A diferença entre as duas é $(0,022 \pm 0,226) M_{\odot}$, estatisticamente desprezível ($< 1\sigma$). No entanto não podemos desconsiderar totalmente que o pequeno acréscimo da massa média da amostra das estrelas frias é um indício de que pode haver uma atmosfera de hidrogênio contaminada por baixas abundâncias de hélio, já que a ausência de hélio nos modelos de atmosfera que usamos implica uma massa maior nos

³ Nós encontramos $\log g = 8,648$ e $8,502$ para a G67–23 e G1–7, respectivamente.

objetos com atmosfera contaminada.

Na nossa distribuição de massa (Figura 4.2), o pico em $0,65M_{\odot}$ é interpretado como um resultado da amostra fria, ou seja, a possível presença de hélio na superfície das estrelas DA pode fazer com que os modelos com atmosfera pura de hidrogênio superestimem a massa calculada. Como o hélio só pode subir para a superfície caso $M_H < 10^{-8}$, existe uma forte evidência para finas camadas de hidrogênio abaixo de 12000 K, que confirmaria as determinações de M_H para as DAV PG2304+241 e GD154 (Pfeiffer et al. 1995 e Vauclair et al. 1992, respectivamente).

As estrelas anãs brancas com massa $M < 0,4M_{\odot}$ são, provavelmente, resultado da interação entre os membros de um sistema binário interagente, já que as estrelas que dão origem a elas evoluem com um tempo maior que o tempo de Hubble, $\tau > 1/H_0$ (> 10 Gano). Nestas condições, o processo de troca de massa pode acelerar a evolução de um dos membros possibilitando a formação de uma anã branca com núcleo de hélio. Além disso, a teoria de evolução estelar para sistemas isolados prediz que as estrelas progenitoras das anãs brancas de $0,4M_{\odot}$ têm massa menor que o limite para iniciar a fusão do hélio no núcleo e possuem um tempo de vida na sequência principal maior que a idade da Galáxia, reforçando a suposição de serem produtos de sistemas binários. Na nossa amostra existem 8 estrelas com $M < 0,4M_{\odot}$, representando $\sim 11\%$ e ocorrendo em todas as faixas de T_{eff} . Este valor concorda com as previsões de Iben & Tutukov (1987) que analisaram a distribuição de massa das estrelas na sequência principal e sugerem que $\sim 10\%$ das anãs brancas poderiam ser produtos de binárias próximas.

Na parte massiva da distribuição de massa (Figura 4.2) existem apenas 6 estrelas com massa $M > 0,8M_{\odot}$. Estas estrelas são, certamente, as remanescentes de estrelas com $M > 4M_{\odot}$ e podem possuir núcleo com elementos químicos mais pesados que carbono e oxigênio, como neônio e magnésio. A baixa incidência de anãs brancas de alta massa também mostra que as estrelas progenitoras mais massivas são menos frequentes, como se espera.

Sendo a nossa amostra mais fria (na comparação com as amostras de BSL e BRB), ela representa estágios mais adiantados da evolução das anãs brancas. Comparando as massas médias com as outras análises dominadas por estrelas mais quentes (por exemplo, BSL

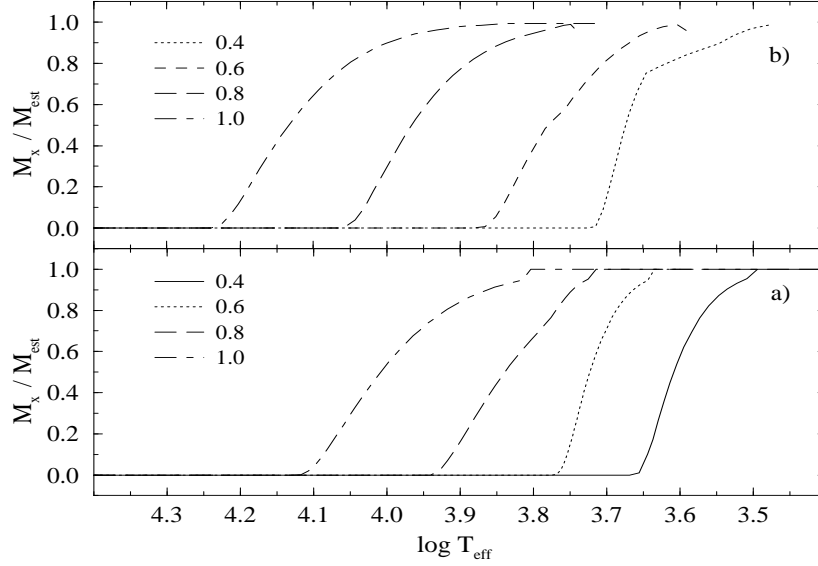


Fig. 4.3: M_x/M_* , a fração da massa da estrela que está cristalizada, em função da T_{eff} . Para núcleo de a) carbono e b) de C/O.

e BRB na Tabela 4.1), nós podemos concluir que não podem ocorrer perdas de massa significativas durante a evolução das estrelas DA já que a massa média se mantém aproximadamente constante.

4.3 Estrelas de Cristal

Como a nossa amostra é dominada por estrelas anãs brancas frias, nós podemos verificar se algumas delas estão passando pelo processo de cristalização. Quando as estrelas anãs brancas são suficientemente frias, a energia térmica dos íons do plasma torna-se muito menor que a energia das interações Coulombianas. Nestas condições ocorre uma mudança de fase do material estelar. O plasma nuclear sofre um processo de solidificação e transforma-se numa rede cristalina. Este processo de cristalização foi reconhecido independentemente por Abrikosov (1961) e Salpeter (1961).

Tab. 4.2: *Parâmetros da Cristalização*

Núcleo	Massa (M_{\odot})	$\log T_c$ (K)	$\log T_{\text{eff}}$ (K)	$\log L/L_{\odot}$
C	0,6	6,21	3,77	−3,78
C/O	0,6	6,58	3,86	−3,33
O	0,6	6,71	3,88	−3,31
Ne	0,6	6,83	3,94	−2,72
C	1,0	6,47	4,12	−2,76
C/O	1,0	7,05	4,23	−2,30
O	1,0	7,06	4,24	−2,29
Ne	1,0	7,17	4,30	−1,73

O parâmetro Γ , que indica o momento de início da cristalização, é definido por

$$\Gamma \equiv \frac{E_{\text{Coulomb}}}{E_{\text{Termica}}} = \frac{(Ze)^2/\langle r \rangle}{kT} = 2,28 \frac{Z^2}{A^{1/3}} \frac{(\rho_c/10^6 \text{ g cm}^{-3})^{1/3}}{T_c/10^7 \text{ K}}, \quad (4.1)$$

pois $\frac{4}{3}\pi\langle r \rangle^3 = \frac{\rho}{AH}$, onde $\langle r \rangle$ é o raio da esfera de um único íon. Segundo, por exemplo, Ogata & Ichimaru (1987), quando $\Gamma \simeq 180 \pm 1$ ocorre o início do processo de cristalização.

A cristalização inicia a partir do núcleo e se estende até o envelope após alguns bilhões de anos (D’Antona & Mazzitelli 1989). O processo começa em temperaturas mais altas (para uma mesma massa) à medida que aumenta o número atômico (Z) dos elementos químicos que compõem o núcleo (Figura 4.3). Na Figura 4.3 é mostrado a fração da massa estelar que se cristaliza durante o esfriamento para os modelos de Wood (1995) com diferentes massas e composição nuclear.

Usando os modelos evolutivos de Wood (1995) e a Equação 4.1 nós determinamos os parâmetros estelares no início da cristalização, adotando $\Gamma = 180$. Os valores estão na Tabela 4.2 onde a primeira coluna fornece a composição química do núcleo, a segunda a massa da estrela, na terceira coluna está a temperatura central (T_c), na terceira a T_{eff} , e na última coluna a luminosidade superficial da estrela quando o núcleo inicia a cristalização.

Na Tabela 4.2, os parâmetros para a sequência com núcleo de neônio foram calculados a partir de uma extrapolação dos valores para as sequências de carbono, C/O (50% e 50%)

e oxigênio. Se $\Gamma = 160$ a T_{eff} para o início da cristalização seria maior!

A cristalização é um processo de mudança de fase que libera calor latente de fusão. Lamb (1974) mostrou que apenas $\sim 1/1000$ da energia de calor latente era transformada em energia luminosa e Klumpe (1995) mostrou que a maior parte da energia de calor latente é utilizada pelos elétrons degenerados do núcleo. Porém, até recentemente (Wood 1995; Hernanz et al. 1995) os modelos previam que a energia liberada durante a mudança de fase era totalmente transformada em energia luminosa aumentando, desta forma, o tempo de esfriamento das anãs brancas em $\sim 2 - 3$ Ganos.

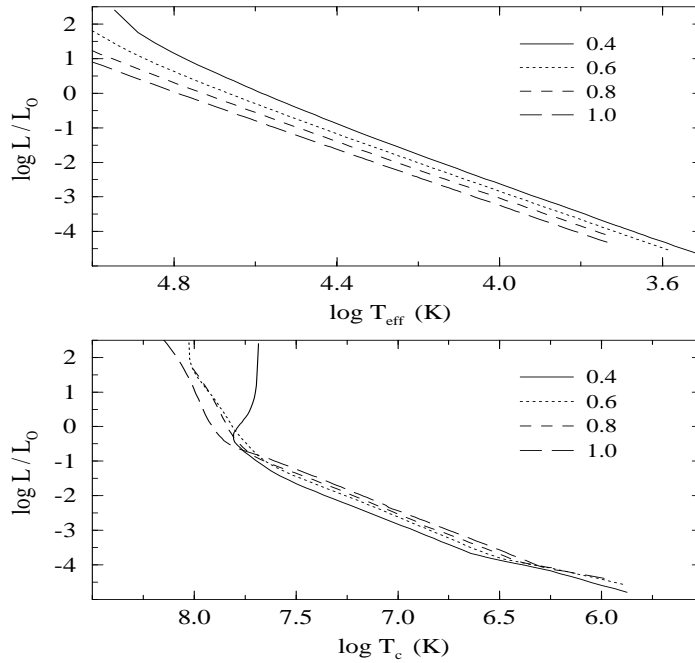


Fig. 4.4: Sequências evolutivas para modelos com núcleo de C/O e diferentes massas (em M_{\odot}). A figura superior mostra a variação da luminosidade superficial em função da T_{eff} e a de baixo em função da T_c

Por outro lado, a estrutura cristalina exata formada pelo núcleo de C/O não é conhecida. Suspeita-se que provavelmente seja uma rede cúbica de corpo centrado (bcc), pois esta estrutura minimiza a energia de interação eletrostática. A próxima estrutura de mais baixa energia é a cúbica de face centrada cuja energia é muito similar à da rede bcc, sugerindo que esta incerteza não tem grandes consequências. Mas o importante é que durante a cristalização ocorre uma mudança do calor específico dos íons (C_V^{ion}), aumentando ~ 6

vezes e retardando o esfriamento da estrela, até o núcleo atingir a temperatura de Debye (Θ_D). Θ_D é definido por (D’Antona & Mazzitelli 1989)

$$\Theta_D = 3,48 \times 10^3 (Z/A) \rho^{1/2}. \quad (4.2)$$

Portanto, colocando os valores fornecidos pelos modelos de Wood (1995) na Equação 4.2 encontramos que $\Theta_D \sim 9,8 \times 10^6$ K para o modelo de $1 M_\odot$ e $\sim 3,1 \times 10^6$ K para o modelo de $0,6 M_\odot$ (Figura 4.4).

Logo após a cristalização total, ocorre o início do esfriamento de Debye. Segundo D’Antona & Mazzitelli (1989), quando $\Theta_D/T_c \sim 10$ a energia não é mais suficiente para excitar os fônons dos níveis de energia mais altos e o calor específico começa a diminuir. Nestas condições, $C_V^{ion} \propto T^3$ e como a estrela está num processo de esfriamento, C_V diminui, e o conteúdo térmico vai a zero. Assim, um rápido esfriamento (mais rápido que em qualquer fase anterior) se inicia conduzindo a uma drástica redução do tempo de vida da estrela. Para uma estrela de $1,0 M_\odot$, o regime de Debye inicia quando $\log T_c \sim 5,99$ ($\log L/L_\odot \sim -4,3$; $T_{\text{eff}} \sim 9600$ K) e para uma estrela de $0,56 M_\odot$ a fase de Debye inicia para $\log T_c \sim 5,49$ ($\log L/L_\odot \sim -5,2$; $T_{\text{eff}} \sim 2500$ K). Estes valores foram determinados usando os modelos evolutivos de Wood (1995) com núcleo de C/O para $1 M_\odot$ (Figura 4.4) e de D’Antona & Mazzitelli (1989) com núcleo dominado por oxigênio para a menor massa. Na Figura 4.4 pode-se notar o rápido esfriamento do núcleo quando $T_c \sim 10^8$ K devido à intensa emissão de neutrinos. O final das sequências ocorre quando inicia a fase de Debye.

Como mostramos na Seção 1.4, a taxa de variação do período, \dot{P} , depende da estrutura térmica da estrela (Equação 1.35). Assim, se uma DAV já está no regime de Debye, \dot{P} será grande o suficiente para ser medido num curto espaço de tempo (5 — 8 anos), o que permitiria determinar a composição química do núcleo de uma anã branca pela primeira vez. Por sorte, uma estrela da amostra, a DAV BPM37093 é uma séria candidata, como veremos a seguir.

Com os valores de T_{eff} e massa dados na Tabela 3.3, e também de Bergeron et al. (1995) e Bragaglia, Renzini & Beregeron (1995), e comparando com as curvas da Figura 4.3 existem algumas estrelas que já iniciaram a cristalização dependendo da composição do núcleo assumida. Na Tabela 4.3 está uma estimativa da massa da estrela que já cristalizou

Tab. 4.3: *Fração da massa da estrela já cristalizada*

Objeto	Núcleo	M_x/M_* (%)
G1–7	C	< 5
	C/O	~ 65
GD31	C/O	< 5
BPM37093	C	< 5
	C/O	~ 70
L481–60	C/O	~ 45
LTT7879	C	< 30
	C/O	~ 80
G67–23	C	~ 55
	C/O	~ 85

(M_x), em função do núcleo assumido. A estrela LTT7879 pertence à amostra de BRB. Das 22 ZZ Ceti observadas por Bergeron et al. apenas a BPM37093 está cristalizando (resultado muito semelhante ao nosso, que é analisado a seguir).

A única estrela que poderia fornecer importantes informações sobre a composição do núcleo é a BPM37093 por ser uma variável em processo de cristalização. A BPM37093 com $M = 1,03M_\odot$ muito provavelmente é remanescente de uma estrela de alta massa cujo núcleo é, no mínimo, composto de C/O, podendo até mesmo ser constituído por neônio. Se o núcleo da BPM37093 for de neônio, provavelmente 100% da estrela estará cristalizada (comparando com a Tabela 4.2) e, portanto, no regime de esfriamento de Debye. Mas caso possua um núcleo de C/O, BPM37093 ainda não é fria o suficiente ($T_{\text{eff}} \approx 12690$ K) para estar na fase de Debye ($T_{\text{eff}} = 5300$ K). Faltarão apenas ~ 5 bilhões de anos para iniciar seu processo de rápido esfriamento! De qualquer forma, a DAV BPM37093 é uma séria candidata para as futuras campanhas observacionais do WET. Com suficientes dados poderemos determinar o \dot{P} e verificar qual a composição do seu núcleo.

Capítulo 5

A Estatística da Faixa de Instabilidade das ZZ Ceti

Como vimos no Capítulo 1, as estrelas DAV estão concentradas numa região bem definida do diagrama H–R. Esta região é conhecida como faixa de instabilidade das estrelas ZZ Ceti e seus limites são chamados de borda azul (o mais quente) e borda vermelha (o mais frio).

Desde o reconhecimento da faixa de instabilidade das ZZ Ceti (McGraw 1979), algumas questões sempre têm acompanhado suas análises:

1. São todas as estrelas DA dentro da faixa variáveis?
2. Quais os limites da faixa de instabilidade das ZZ Ceti?
3. Quais grandezas físicas determinam se a estrela é variável ou não?

A resolução da primeira questão é de grande importância do ponto de vista da evolução das estrelas anãs brancas, pois se todas as estrelas DA quando esfriam tornam-se variáveis então o resultado das análises sismológicas das pulsações das DAV pode ser aplicado para todas as DA (Winget 1988). E as oscilações das anãs brancas oferecem o meio mais confiável, senão único, para investigar a estrutura das estrelas anãs brancas e mesmo medir sua taxa evolutiva (Seção 1.4).

A segunda questão é um problema que tem se mantido ao longo da última década. A definição dos limites da faixa de instabilidade depende da determinação da T_{eff} das estrelas que definem a borda azul e vermelha. As temperaturas medidas dependem do tipo de análise (espectroscópica ou fotométrica), dos modelos de atmosfera e do método utilizado,

portanto, os limites variam conforme a análise realizada (por exemplo, Fontaine et al. 1985; Kepler & Nelan 1993; Bergeron et al. 1995).

Se todas as estrelas dentro da faixa de instabilidade são variáveis, então a T_{eff} é a única grandeza que determina se uma anã branca pulsa ou não. Caso contrário, outros parâmetros físicos, como massa da camada de hidrogênio ou massa da estrela, podem ser responsáveis por acionar as pulsações.

Neste capítulo vamos, inicialmente, apresentar os limites determinados aqui e comparar com outros publicados. Em seguida, usando as determinações de T_{eff} faremos uma análise estatística sobre a presença de estrelas não-variáveis dentro da faixa de instabilidade e, por último, vamos comparar os nossos resultados com aqueles previstos pelos modelos de pulsação publicados.

5.1 Os Limites da Faixa de Instabilidade

Conforme mostra a Tabela 3.3, existe uma região bem definida onde estão todas as estrelas variáveis observadas por nós (12 de um total de 24 conhecidas) e pelo estudo completo de Bergeron et al. (1995). A estrela DAV G226-29 define o limite azul da faixa de instabilidade com $T_{\text{eff}} = 13563 \pm 165$ K enquanto a DAV R808 define a borda vermelha com $T_{\text{eff}} = 12000 \pm 159$ K, portanto, a largura da faixa é de 1563 ± 229 K. Também podemos notar que entre estes limites da faixa estão presentes algumas estrelas DA que não são variáveis e outras que ainda não possuem séries temporais fotométricas (Tabela 5.2).

Para uma análise comparativa, na Tabela 5.1 estão os limites da faixa de instabilidade determinadas por outras análises juntamente com a nossa. Na primeira coluna está a referência do trabalho, a segunda coluna indica qual o tipo de análise feita para determinar a T_{eff} : fotométrica (Fot) — Strömgren ou Multi-canal (MCSP) — ou espectroscópica (Esp) — ótica ou ultra-violeta (IUE), a terceira coluna mostra o número (N) de estrelas ZZ Ceti analisadas, a quarta coluna mostra a T_{eff} da borda azul (quente) e a estrela que define este limite, e a quinta coluna refere-se à borda vermelha (fria) da faixa de instabilidade com sua respectiva estrela. Na Tabela 5.1 as estrelas que definem as bordas não estão em algumas análises (usando a mesma numeração para as referências): a R808 somente não está em 3;

Tab. 5.1: *Limites da Faixa de Instabilidade das Estrelas ZZ Ceti*

Referência	Tipo de Análise	N	Borda Azul (K) (Objeto)	Borda Vermelha (K) (Objeto)
0	Esp	12	13563 (G226–29)	12000 (R808)
1	Esp	22	13650 (G226–29)	11960 (R808)
2	Esp (IUE)	11	13150 (G117–B15A)	11560 (BPM37093)
3	Esp	10	13420 (GD165)	11320 (GD154)
4	Fot (Strömgren)	11	13000 (G117–B15A)	11000 (R808)
5	Fot (MCSP)	11	13010 (G117–B15A)	10060 (G255–2)
6	Fot (MCSP)	14	12130 (G117–B15A)	10450 (GD154)
7	Fot (Strömgren)	10	13640 (G117–B15A)	10315 (BPM30551)

Referências: 0 – Este trabalho; 1 – Bergeron et al. (1995); 2 – Kepler & Nelan (1993); 3 – Daou et al. (1990); 4 – Fontaine et al. (1985); 5 – Weidemann & Koester (1984); 6 – Greenstein (1982); 7 – McGraw (1979).

a BPM37093, como é uma ZZ Ceti recente (Kanaan et al. 1992), somente foi incluída nas análises 0, 1 e 2; a GD154 não está em 0, 4, 5 e 7; a G255–2 está incluída em 1, 5 e 6; a BPM30551 não foi analisada em 3, 5 e 6; a G226–29 não está em 7; a GD165 aparece em 1 e 3; a G117–B15A está em todas.

Os limites da faixa de instabilidade oferecem uma oportunidade para aprender sobre a estrutura das camadas externas das anãs brancas DA. Devido à região da T_{eff} onde estão as DAV, McGraw (1979) sugeriu que as pulsações estão relacionadas à ionização parcial do hidrogênio. Winget, van Horn & Hansen (1981) mostraram que as pulsações observadas nas estrelas DAV surgem da ressonância entre o comprimento de onda do modo de oscilação e a espessura da camada de hidrogênio e que o mecanismo de excitação é realmente o processo γ atuando na zona de ionização parcial do hidrogênio. Usando estas informações, Winget et al. (1982) e Dolez & Vauclair (1981) independentemente calcularam modelos de pulsação e mostraram que existe uma correlação entre a amplitude de pulsação e o período do modo observado: quanto maior o período maior será a amplitude. A região no interior da estrela onde as pulsações são acionadas funciona como uma cavidade ressonante. Assim, um aumento da espessura da camada de ionização parcial do hidrogênio acarreta um maior

período de oscilação. E durante o esfriamento da anã branca (diminuição da sua T_{eff}) a base da zona de ionização parcial move-se para regiões mais profundas da estrela. Como resultado, o período dos modos ressonantes será maior na medida que a DA esfria. Portanto, como mostraram Fontaine & Winget (1987) e Clemens (1993a), as DAV mais frias possuem períodos de pulsação maiores e de maior amplitude que as DAV quentes e, a borda azul, onde estão as DAV com os menores períodos, é sensível a estrutura da zona de convecção do hidrogênio.

Por outro lado, quando as DA esfriam abaixo de ~ 12000 K, inicia-se um processo convectivo que mistura a camada superficial de hidrogênio com a camada de hélio que está abaixo, se $M_H < 10^{-8} M_\star$. Como a borda vermelha está ao redor de 12000 K, este fenômeno pode fazer com que as oscilações cessem e as DAV voltem à estabilidade (Winget & Fontaine 1982). Ele também pode explicar a diminuição da razão DA/nDA ao redor de 10000 K (Tabela 1.2) devido à contaminação de hélio na superfície das estrelas anãs brancas DA.

Então, pelas razões expostas acima, as DAV não podem estar aleatoriamente distribuídas dentro da faixa de instabilidade (cuja largura é de 1563 K) e, como vemos na Tabela 5.1, não é por acaso que a mesma estrela aparece definindo uma das bordas (G117–B15A ou G226–29 para a borda azul; R808 ou GD154 para a borda vermelha) em análises diferentes.

5.2 A Presença de Estrelas Não-Variáveis

Devido às incertezas na determinação das T_{eff} das estrelas (Tabela 3.3) e, portanto, nos limites da faixa de instabilidade, é necessário fazer uma estimativa da significância do resultado indicando que existem estrelas não-variáveis dentro da faixa de instabilidade. Em outras palavras, queremos determinar qual é a probabilidade que uma estrela DA não-variável esteja dentro da faixa de instabilidade, excluindo-se os erros observacionais.

A análise está baseada nos erros internos da determinação da T_{eff} e fornecerá uma estatística sobre a frequência de estrelas não-variáveis na faixa de instabilidade. Utilizaremos somente os erros internos porque os limites das bordas foram obtidos pelo mesmo método, isto é, um erro na determinação absoluta da T_{eff} afeta todas as medidas da mesma forma.

Tab. 5.2: *Probabilidade das Estrelas Não-variáveis*

WD#	Nome	V ou NV	T_{eff} (K)	Massa (M_{\odot})	P_{fora} (%)
1616-591	BPM24047	NV	14679	0,665	99,6
2047+372	G210-36	NV	14632	0,689	99,8
2306+131	PG2306+131		14365	0,576	99,5
0938+286	TON20		14258	0,489	99,5
1610+116	GD196		14231	0,490	99,2
1555-089	G152-B4B	NV	14107	0,490	98,9
1355+340	G165-B5B		13948	0,535	92,2
0037-006	PG0037-006	NV	13867	0,861	79,4
1827-106	G155-19	NV	13856	0,475	87,5
1448+077	G66-32	NV	13819	0,520	75,2
0401+250	G8-8	NV	13814	0,439	83,9
1327-083	G14-58	NV	13798	0,480	78,2
0951-035	G161-36	NV	13791	0,529	85,8
2322+205	PG2322+207		13775	0,479	85,5
1716+020	G19-20	NV	13754	0,473	75,2
2149+372	GD397		13699	0,533	68,4
1253+482	GD320	NV	13655	0,462	62,9
1636+160	GD202		13590	0,532	51,1
2341+322	G130-5	NV	13582	0,432	53,6
0151+017	G71-41	NV	13571	0,423	51,6
1647+591	G226-29	V	13563	0,663	
2302-773	EC2302-773		13447	0,666	36,7
2326+049	G29-38	V	13323	0,726	
1606+422	CASE2	NV	13253	0,395	9,8
1418-005	PG1418-005	NV	13252	0,475	31,0
0943+441	G116-52	NV	13250	0,357	8,7
0921+354	G117-B15A	V	13196	0,692	
1425-811	L19-2	V	13150	0,697	
1654+637	GD515		13083	0,542	1,9
2126+734	G261-43		13036	0,583	4,0
1116+026	GD133	NV	13004	0,439	0,2
0950-572	BPM19738	NV	13004	0,457	40,1
1950+250	GD385	V	13002	0,613	
1026+023	PG1026+023	NV	12995	0,502	0,4
1714-547	BPM24754	NV	12926	0,635	4,4
0339+523	RUBIN70	NV	12866	0,336	0,0
0133-116	R548	V	12692	0,555	
1236-495	BPM37093	V	12690	1,033	
2348-242	EC2348-242	V	12602	0,646	
1101+364	PG1101+364		12470	0,282	2,2
2311+552	GD556	NV	12464	0,504	7,6
0104-464	BPM30551	V	12355	0,700	
1022+050	PG1022+050	NV	12309	0,379	9,0
2303+241	PG2303+241	V	12253	0,799	
0341-459	BPM31594	V	12057	0,497	
1559+369	R808	V	12000	0,537	
1544-377	L481-60	NV	11367	0,864	78,0
2105-820	BPM1266	NV	11264	0,606	100,0

Primeiro, definimos os limites da faixa de instabilidade (Tabela 5.1) e calculamos para cada estrela a diferença (ΔT_{eff}) entre a sua temperatura efetiva ($T_{\text{eff}}^{\text{est}}$) e a T_{eff} de cada uma das bordas ($T_{\text{eff}}^{\text{bor}da}$) da seguinte forma,

$$\Delta T_{\text{eff}} = T_{\text{eff}}^{\text{est}} - T_{\text{eff}}^{\text{bor}da}. \quad (5.1)$$

O erro associado a ΔT_{eff} é, portanto,

$$\sigma_{\Delta} = \sqrt{\sigma_{\text{bor}da}^2 + \sigma_{\text{est}}^2} \quad (5.2)$$

onde $\sigma_{\text{bor}da}$ e σ_{est} referem-se aos erros associados a T_{eff} da borda e da estrela, respectivamente. Então, usando as Equações 5.1 e 5.2, determinamos ΔT_{eff} e σ_{Δ} para cada estrela em relação a borda azul e vermelha.

Com estes dados calculamos a significância de ΔT_{eff} em relação a cada uma das bordas da seguinte forma,

$$n_{\sigma} = \frac{\Delta T_{\text{eff}}}{\sigma_{\Delta}}. \quad (5.3)$$

Portanto, n_{σ} fornece o nível de significância (número de sigmas) de ΔT_{eff} em relação às bordas da faixa de instabilidade. Assim, é possível determinar a probabilidade da estrela estar dentro ou fora da faixa de instabilidade, assumindo que o erro é aleatório.

Os resultados da probabilidade de que cada estrela não-variável esteja fora da faixa de instabilidade estão na Tabela 5.2. Na Tabela 5.2 aparecem somente as estrelas que têm probabilidade menor de 99,9% ($n_{\sigma} < 3$) para estarem fora da faixa. As colunas 1, 2, 4 e 5 possuem as designações usuais, a terceira coluna indica se a estrela é variável (V) ou não-variável (NV) e a última fornece a probabilidade que estrela esteja fora da faixa de instabilidade (P_{fora}). A Figura 5.1 mostra distribuição das estrelas variáveis, não-variáveis e aquelas ainda não-observadas em função da T_{eff} .

A probabilidade de que a faixa de instabilidade seja pura (P_{pura}), isto é, somente com estrelas variáveis, é o produtório de P_{fora} das n estrelas não-variáveis, pois estas probabilidades são independentes. Então,

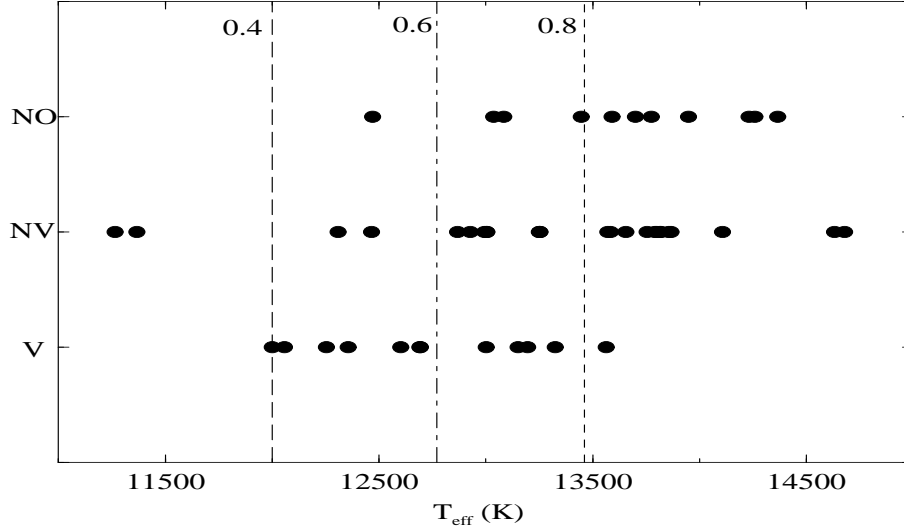


Fig. 5.1: *Distribuição das estrelas DA variáveis (V), não-variáveis (NV) e não-observadas (NO) fotometricamente em função da T_{eff} . As linhas tracejas representam o limite teórico da borda azul da faixa de instabilidade (Seção 5.3) para a respectiva massa (em M_{\odot}).*

$$P_{\text{pura}} = \prod_{i=1}^n (P_{\text{fora}})_i, \quad (5.4)$$

portanto, a probabilidade que a faixa de instabilidade contenha somente estrelas variáveis é $P_{\text{pura}} = 6,2 \times 10^{-14}$ ou 1 chance em $1,6 \times 10^{13}$ para não haver estrelas não-variáveis dentro da faixa de instabilidade. Impossível tornar a faixa de instabilidade pura!

5.3 Borda Azul \times Massa da Estrela

Até o início da década de 90, os modelos de pulsação afirmavam que as DAV deveriam ter $10^{-12} < M_H/M_{\star} < 10^{-8}$ para que a borda azul teórica da faixa de instabilidade correspondesse a T_{eff} da borda azul observada de ~ 13000 K (Winget et al. 1982; Bradley, Winget & Wood 1989). E a borda azul baixaria para 8000 K se $M_H > 10^{-8}M_{\star}$, que é incompatível com as observações. Ao mesmo tempo, Cox et al. (1987) mostravam que modelos com $M_H = 10^{-4}M_{\star}$ — consistente com os modelos evolutivos (Koester & Schönberber 1986;

D'Antona & Mazzitelli 1990; Iben 1991) — alcançam a mesma T_{eff} da borda azul que os modelos com camadas de hidrogênio mais finas. Porém, eles não obtinham uma borda azul mais quente que 11500 K sem usar uma eficiência convectiva muito alta ($\alpha > 2$), e seus modelos apresentavam sérios problemas numéricos (Fontaine et al. 1989).

Bradley & Winget (1994b) re-analisaram os mesmos modelos usados nos trabalhos anteriores e mostraram que a T_{eff} da borda azul da faixa de instabilidade teórica é sensível à resolução (ou número de camadas usadas nos modelos) da região das pulsações. Este fato fez com que fossem re-examinados o comportamento da taxa de crescimento do período de pulsação próximo à borda azul para ver se realmente havia um amortecimento dos períodos quando mudava-se a massa da camada de hidrogênio. Se a taxa de crescimento é positiva, então o modelo de pulsação é estável; se for negativo, as pulsações tendem a desaparecer e o modelo é considerado instável. Bradley & Winget então concluíram que a taxa de crescimento aumenta com a diminuição da M_H e o seu sinal permanece positivo; a estrela continuando oscilando. Assim, nestes modelos recentes, a borda azul da faixa de instabilidade das ZZ Ceti não depende de M_H . Resultado semelhante também foi encontrado por Fontaine et al. (1994) usando modelos de pulsação totalmente independentes, pois seus modelos foram calculados pelo método de diferenças finitas, enquanto os modelos de Bradley & Winget resolvem as equações diferenciais numericamente.

O principal resultado obtido por Bradley & Winget é que a T_{eff} da borda azul da faixa de instabilidade é altamente dependente da massa total da estrela. Desta forma, a região de instabilidade passa a ser constituída por varias faixas definidas pela massa da estrela. As estrelas mais massivas tornam-se instáveis para T_{eff} mais altas. Ou seja, as pulsações iniciam mais cedo para as estrelas mais pesadas. Para cada uma das faixas de instabilidade a largura prevista pelos modelos de pulsação é de ~ 1000 K. Na Figura 5.1 as linhas verticais indicam o início da faixa de instabilidade para as DAV com massa de 0,4, 0,6 e 0,8 M_{\odot} .

Na Tabela 5.3 estão os valores teóricos da faixa de instabilidade determinados por Bradley & Winget usando modelos com núcleo de carbono e $M_{He} = 10^{-4}M_{\star}$. A primeira coluna é a massa da estrela (M_{\star}), a segunda a massa de hidrogênio (em M_{\star}) e a terceira coluna o valor teórico da T_{eff} da borda azul da faixa de instabilidade das ZZ Ceti. A borda azul teórica independe da M_{He} porém é afetada pela eficiência convectiva. Somente a versão mais

Tab. 5.3: *Valores Teóricos da Borda Azul da Faixa de Instabilidade*

$M_{\star}(M_{\odot})$	$\log M_H (M_{\star})$	$T_{\text{eff}} \text{ (K)}$
0,4	−10	12000
0,5	−6	12220
0,5	−8	12310
0,5	−10	12270
0,6	−10	12770
0,7	−6	12890
0,7	−8	12920
0,7	−10	12990
0,8	−10	13460

eficiente ML3 produz uma borda azul próximo a 13000 K que corresponde às observações. O uso da parametrização ML3 para os modelos de pulsação não é contraditório com a ML2 usada pelos modelos de atmosfera por dois motivos: 1) as pulsações são acionadas próximo ao fundo da zona de convecção, que é uma região mais profunda que a descrita pelos modelos de atmosfera. Assim, uma convecção mais eficiente é necessária; 2) a eficiência convectiva não precisa ser a mesma desde o núcleo até a superfície, já que a estrutura da estrela muda substancialmente e o modelo de convecção é local.

Usando os valores da Tabela 5.3 podemos comparar com a T_{eff} e a massa das estrelas dadas na Tabela 5.2 para fazer uma estimativa sobre a presença de estrelas não-variáveis em relação às faixas de instabilidade definidas teoricamente em função da massa total da estrela.

Todas as estrelas DA não-variáveis próximas ou dentro da faixa satisfazem totalmente às previsões teóricas, ou seja, elas não pulsam porque estão fora da faixa de instabilidade determinada para sua massa (Tabela 5.3). Mas uma estrela merece destaque, a BPM24754 está muito próxima do limite previsto para sua faixa de instabilidade e, como o limite de não-variabilidade é alto (~ 8 mma) esta estrela é uma séria candidata para futuras observações fotométricas.

Para as DAV, das 6 estrelas mais frias, 4 delas estão dentro da região de instabilidade prevista para suas massas. Entretanto, todas as demais DAV estão fora das respectivas faixas. Considerando que a largura de cada faixa é de 1000 K e que o erro externo na determinação da T_{eff} é de ~ 400 K (Bragaglia, Renzini & Bergeron 1995), então podemos calcular a significância de ΔT_{eff} em relação à borda mais próxima admitindo que $\sigma_{\Delta} = \sqrt{\sigma_{\text{borda}}^2 + \sigma_{\text{est}}^2} \approx 400$ K, pois $\sigma_{\text{borda}} < 100$ (Tabela 5.3). Usando a Equação 5.3, encontramos os seguintes valores de confiabilidade para as DAV em relação às respectivas faixas de instabilidade (lembrando que se $n_{\sigma} > 3$ a estrela tem mais de 99% de chance de estar fora da sua faixa): $1,7\sigma$ para G226–29; $0,5\sigma$ para G29–38; $0,5\sigma$ para G117–B15A; $0,6\sigma$ para L19–2; $0,5\sigma$ para GD385; $0,5\sigma$ para R548; $0,3\sigma$ para BPM37093; $0,5\sigma$ para PG2303+241. Portanto, exceto para a DAV G226–29, todas as demais concordam com sua respectiva faixa de instabilidade em $\sim 0,5\sigma$.

Todas as estrelas ZZ Ceti possuem $M \geq 0,5M_{\odot}$, mas pela Tabela 5.3 abaixo de 12000 K poderia haver estrelas variáveis caso $M \leq 0,4M_{\odot}$. Se observarmos a Figura 4.1 existem 8 estrelas com massa abaixo deste limite e, destas, apenas duas com $T_{\text{eff}} < 12000$ K, a GD176 e a GD110. A GD176 é uma não-variável com limite de 2,4 mma e a GD110 ainda não possui séries temporais fotométricas. Assim, não temos uma boa quantidade de objetos (com $T_{\text{eff}} \leq 12000$ K e $M \leq 0,4M_{\odot}$) para poder afirmar se os modelos para sistemas isolados reproduzem as observações. Além disso, como comentamos no Capítulo 4, as estrelas com massa $< 0,4M_{\odot}$ devem vir de sistemas binários, portanto, sua estrutura e, principalmente, sua temperatura superficial podem ser muito diferentes dos modelos estudados.

Mesmo que os modelos de pulsação não estejam corretos, o que é uma hipótese plausível já que o objetivo de Bradley & Winget foi resolver as instabilidades numéricas do código de pulsação, nós podemos afirmar, independentemente, que a T_{eff} **não é o único indicador se uma estrela é variável ou não**. Mas como a massa é o único fator extra determinante, os resultados da sismologia são aplicáveis a todas as anãs brancas.

Conclusões

Neste Capítulo vamos sumarizar nossas conclusões obtidas nas discussões dos Capítulos anteriores e apresentar as possibilidades de trabalhos futuros baseados nas conclusões desta tese.

No final do Capítulo 1 enumeramos uma série de questões que nós propusemos resolver através deste trabalho. Agora, vamos respondê-las!

1. Obtivemos o espectro de amplitude de 48 estrelas DA. Apenas uma foi detectada como sendo variável, BPM37093, que oscila com um período de ~ 600 s e amplitude de ~ 4 mma. Para as demais foi obtido um limite superior de não-variabilidade. A média dos limites de não-variabilidade é $3,3 \pm 1,8$ mma.
2. Usando uma grade $T_{\text{eff}} - \log g$ obtivemos os parâmetros atmosféricos para 85 estrelas DA. A média dos erros internos na T_{eff} é 225 ± 150 K e $0,085 \pm 0,044$ para $\log g$.
3. É a maior amostra de espectros óticos para estrelas DA com $T_{\text{eff}} \leq 16000$ K (76 estrelas).
4. A massa de cada estrela foi calculada usando modelos evolutivos com núcleo de carbono e atmosfera de hélio e hidrogênio. A massa média da distribuição é $0,58 \pm 0,02 M_{\odot}$. Este valor é semelhante ao das amostras mais quentes evidenciando que se houver perda de massa, ou acreção de matéria, a taxa deve ser insignificante.
5. Tomando somente as estrelas com $T_{\text{eff}} \leq 12000$ K (20 estrelas), obtivemos uma massa média de $0,60 \pm 0,04 M_{\odot}$. Para as estrelas com $T_{\text{eff}} > 12000$ K, a massa média é $0,58 \pm 0,02 M_{\odot}$. Esta diferença ($0,02 \pm 0,04$) é estatisticamente desprezível e não

podemos afirmar que pode ocorrer uma contaminação de hélio na superfície das anãs brancas DA.

6. Usando modelos evolutivos com núcleo de C/O, encontramos 3 estrelas com mais de 70% da sua massa cristalizada. Supondo que o núcleo é composto por neônio, então a DAV BPM37093 está 100% cristalizada e, portanto, na fase de Debye ou esfriamento rápido e a medida do \dot{P} poderá ser determinada em poucos anos.
7. Entre as 12 ZZ Ceti observadas estão aquelas que definem as bordas da faixa de instabilidade. Os limites encontrados são: $T_{\text{eff}} = 13563 \pm 165$ K para a borda azul e $T_{\text{eff}} = 12000 \pm 159$ K para a borda vermelha. A largura da faixa de instabilidade é, portanto, de 1569 ± 229 K.
8. Encontramos 10 estrelas não-variáveis dentro da faixa de instabilidade, indicando que a T_{eff} não é o único parâmetro físico que determina se a estrela varia ou não. Usando os erros internos da T_{eff} calculamos que a probabilidade da faixa de instabilidade conter apenas estrelas variáveis é de 1 chance em $1,6 \times 10^{13}$.
9. Modelos recentes de pulsação mostram que a T_{eff} da borda azul da faixa de instabilidade depende da massa total da estrela. Quanto maior a massa mais quente será a borda azul. Comparando nossos resultados (T_{eff} e massa) com as previsões teóricas encontramos que todas as estrelas não-variáveis estão fora das suas respectivas faixas de instabilidade, ou seja, a faixa de instabilidade para cada massa é pura. Portanto, além da T_{eff} , a massa é a grandeza física que indica a variabilidade das estrelas DA.
10. Os resultados das análises sismológicas podem ser aplicados para todas as estrelas DA, pois a massa é o único fator extra determinante para a variabilidade.

Obviamente, muita coisa precisa ser feita. Baseados nas discussões e conclusões, propomos como continuação deste trabalho uma investigação mais detalhada nos seguintes assuntos:

1. A observação das estrelas DA através da técnica de série temporal continuará a ser realizada para objetos com limite maior que 3 mma e também para os objetos que

ainda não foram observados mas podem ser variáveis devido a sua posição em relação a faixa de instabilidade. Uma estrela merece atenção: BPM24754.

2. Diminuir o valor dos erros internos na determinação dos parâmetros atmosféricos, otimizando o método de comparação entre os espectros observados e sintéticos. Consequentemente, haverá uma diminuição na incerteza da massa calculada. Além disso, vamos determinar os parâmetros atmosféricos usando espectros sintéticos produzidos com modelos $ML2/\alpha = 0,6$ que mostram ser mais consistentes na determinação dos parâmetros tanto no ótico como no ultra-violeta.
3. Aumentar a amostra para estrelas mais frias que 12000 K e com massa menor que $0,4M_{\odot}$, para testar tanto as previsões dos modelos de evolução estelar para sistemas isolados como aquelas dos modelos de pulsação.
4. Calcular sequências evolutivas para as anãs brancas com núcleo de neônio e elementos de maior número atômico, pois esta pode ser a composição do núcleo para as anãs brancas mais massivas.
5. Determinar a taxa de variação do período (\dot{P}) para a BPM37093 é o grande teste para poder “observar” uma “estrela de cristal”. Futuras campanhas com o WET serão fundamentais para testar a teoria sismológica.
6. Uma das grandes tarefas será explicar a mudança da massa da camada de hidrogênio na região das ZZ Ceti. Observacionalmente, a razão DA/nDA diminui para $T_{\text{eff}} < 10000$ K e teoricamente isto é possível somente se $M_H < 10^{-8}M_{\star}$. Nossos resultados mostram que abaixo de 12000 K pode ocorrer uma contaminação por hélio na superfície indicando que $M_H \leq 10^{-8}M_{\star}$. Análises sismológicas e fotométricas indicam que as DAV mais quentes tem $M_H > 10^{-6}M_{\star}$ enquanto as mais frias tem $M_H < 10^{-7}M_{\star}$. Caso seja confirmada esta tendência é preciso explicar como a massa da camada de hidrogênio pode ser reduzida durante a passagem da anã branca pela faixa de instabilidade que leva $\sim 0,5$ Gano. Uma possível explicação seria que durante este período a queima de hidrogênio na interface do núcleo degenerado que ocorre quando

$M_H \sim 10^{-4} M_\star$, poderia reduzir a massa de hidrogênio aos valores exigidos para ocorrer mistura convectiva com o hélio. Outra sugestão é que as pulsações podem expelir o hidrogênio superficial. Isto poderia ser testado através de um excesso de radiação infra-vermelha, mas até o momento não se tem notícias de tais evidências, exceto para a DAV G29–38 (Zuckerman & Becklin 1987). É mais uma tarefa observacional que deverá ser realizada!

Referências

- Abrikosov, A. 1961, *Soviet Phys.* **12**, 1254.
- Barnbaum, C. & Zuckerman, B. 1992, *ApJ*, **396**, L31.
- Bergeron, P. et al. 1993, *AJ*, **106**, 1987.
- Bergeron, P., Liebert, J. & Fulbright, M.S. 1995, *ApJ*, **444**, 810.
- Bergeron, P., Saffer, R.A. & Liebert, J. 1992, *ApJ*, **394**, 228.
- Bergeron, P., Wesemael, F. & Fontaine, G. 1992, *ApJ*, **387**, 288.
- Bergeron, P., Wesemael, F., Fontaine, G. & Liebert, J. 1990, *ApJ*, **351**, L21.
- Bergeron, P., Wesemael, F., Lamontagne, R., Fontaine, G., Saffer, R.A. & Allard, N.F. 1995, *ApJ*, **449**, 258.
- Böhm-Vitense, E. 1958, *Z. Astrophys.*, **46**, 108.
- Böhm, K.-H. 1968, *Ap. Sp. Sci.* **2**, 375.
- Böhm, K.-H. & Cassinelli, J.P. 1971, *A&A*, **12**, 21.
- Bond, H.E. 1988, *Bull. A.A.S.* **20**, 735.
- Bradley, P. 1993a, *Baltic Astronomy*, **2**, 545.
- Bradley, P. 1993b, *Baltic Astronomy*, **2**, 559.
- Bradley, P. & Winget, D.E. 1994b, *ApJ*, **421**, 236.
- Bradley, P. & Winget, D.E. 1994a, *ApJ*, **430**, 850.

- Bradley, P., Winget, D.E. & Wood, M.A. 1989, in: *Proc. of IAU Coll. 114, White Dwarfs*; ed. G. Wegner, (Berlin:Springer), p.286.
- Bradley, P., Winget, D.E. & Wood, M. 1993, *ApJ*, **406**, 661.
- Bragaglia, A., Renzini, A. & Bergeron, P. 1995, *ApJ*, **443**, 735.
- Brassard, P., Fontaine, G., Wesemael, F. & Kawaler, S.D. 1989, in: *Proc. of IAU Coll. 114, White Dwarfs*; ed. G. Wegner, (Berlin:Springer), p. 263.
- Breger, M. 1995, *Baltic Astronomy*, **4**, 421.
- Canuto, V.M. & Mazzitelli, I. 1992, *ApJ*, **389**, 724.
- Chanmugam, G. 1972. *Nature Phys. Sci.*, **236**, 83.
- Chapman, S., & Cowling, T.G. 1960. *The Mathematical Theory of Non-Uniform Gases*; (Cambridge:Cambridge University Press).
- Clayton, D. 1983, *Principles of Stellar Evolution and Nucleosynthesis*, (Chicago:University of Chicago Press).
- Clemens, J.C. 1993a, *Baltic Astronomy*, **2**, 407.
- Clemens, J.C. 1993b, *Baltic Astronomy*, **2**, 501.
- Clemens, J.C. et al. 1993, in: *White Dwarfs: Advances in Observation and Theory*, ed. M.A. Barstow, (Dordrecht:Kluwer), p.515.
- Cox, A.N., Starrfield, S.G., Kidman, R.B. & Pesnell, W.D. 1987, *ApJ*, **317**, 303.
- Daou, D., Wesemael, F., Bergeron, P., Fontaine, G. & Holberg, J.B. 1990, *ApJ*, **364**, 242.
- D'Antona, F. & Mazzitelli, I. 1979, *A&A*, **74**, 161.
- D'Antona, F. & Mazzitelli, I. 1989, *ApJ*, **347**, 934.
- D'Antona, F. & Mazzitelli, I. 1990, *ARA&A*, **28**, 139.

- Deeming, T.J. 1975, *Ap. Sp. Sci.* **36**, 137.
- Dolez, N. & Vauclair, G. 1981, *A&A*, **102**, 375.
- Dolez, N., Vauclair, G. & Koester, D. 1991, in: *White Dwarfs*; ed. G. Vauclair, (Berlin:Springer), p.361.
- Dziembowski, W. 1977. *Acta Astron.* **27**, 203.
- Eggen O.J. 1985, *PASP*, **97**, 1029.
- Fleming, T.A., Libert, J. & Green, R.F. 1986, *ApJ*, **308**, 176.
- Finley, D.S. 1995, in: *Proc. of the 9th European Workshop on White Dwarfs, White Dwarfs*, eds. D. Koester & K. Werner, (Berlin:Springer-Verlag), p.150.
- Fontaine, G. & Wesemael, F. 1987, in: *Proc. of IAU Colloq. 95, The Second Conference on Faint Blue Stars*; eds. A.G. Davis Philip, D.S. Hayes & J. Liebert, (Schenectady:L.Davis Press), p.319.
- Fontaine, G. & Winget, D.E. 1987, in: *Proc. of IAU Colloq. 95, The Second Conference on Faint Blue Stars*, eds. A.G.D. Phillip, D.S. Hayes & J. Liebert, (Schenectady:L.Davis Press). p.234.
- Fontaine, G., & Wesemael, F. 1991, in: *Proc. of IAU Symp. No. 145, The Photospheric Abundance Connection*; eds. G. Michaud & A. Tutukov, (Dordrecht:Reidel), p.421.
- Fontaine, G. & Brassard, P. 1994, in: *Proc. of IAU Colloq. 147, The Equation of State in Astrophysics*; eds. G. Chabrier & E. Schatzman, (Cambridge:Cambridge University Press), p.347.
- Fontaine, G., Villeneuve, B. & Wilson, J. 1981, *A&A*, **243**, 550.
- Fontaine, G., McGraw, J.T., Dearborn, D.S.P., Gustafson, J. & Lacombe, P. 1982, *ApJ*, **258**, 651.
- Fontaine, G., Bergeron, P., Lacombe, P., Lamontagne, R. & Talon, A. 1985, *AJ*, **90**, 1094.

- Fontaine, G., Brassard, P. Bergeron, P. & Wesemael, F. 1992, *ApJ*, **399**, L91.
- Fontaine, G., Brassard, P., Wesemael, F. & Tassoul, M. 1994, *ApJ*, **428**, L61.
- Fowler, W.A., Caughlan, G.R. & Zimmerman, B.A. 1975, *ARA&A*, **13**, 69.
- Gatewood, G.D. & Gatewood, C.V. 1978, *ApJ*, **225**, 191.
- Graham, J.A. 1972, *AJ*, **77**, 144.
- Grauer, A.D. & Bond, H.E. 1984, *ApJ*, **277**, 211.
- Green, R.F., Schmidt, M. & Liebert, J. 1986, *ApJS*, **61**, 305.
- Greenstein, J.L. 1960, in: *Stars and Stellar Systems, Stellar Atmospheres*, ed. J.L. Greenstein, (Chicago:University of Chicago Press), Vol 6, p.676.
- Greenstein, J.L. 1976, *AJ*, **81**, 323.
- Greenstein, J.L. 1982, *ApJ*, **258**, 661.
- Greenstein, J.L. 1984, *ApJ*, **276**, 602.
- Handler et al. 1995, in: *Proc. of Astrophysical Application of Stellar Pulsation*, ed. R.S. Stobie & P.A. Whitelock, (San Francisco:PASP), ASP Conf. Series, **83**, 331.
- Hansen, C.J. & Kawaler, S.D. 1994, *Stellar Interiors*; (Berlin:Springer-Verlag).
- Heintz, W.D. 1974, *A.J.* **79**, 819.
- Hernanz, M., Garcia-Berro, E., Isern, J. & Mochkovitch, R. 1995, in: *Proc. of the 9th European Workshop on White Dwarfs*; eds. D. Koester & K. Werner, (Berlin:Springer-Verlag), p.36.
- Hine, B.H. & Nather, R.E. 1987, in: *Proc. of IAU Colloq. 95, The Second Conference on Faint Blue Stars*, eds. A.G.D. Phillip, D.S. Hayes & J. Liebert, (Schenectady:L.Davis Press). p.619.
- Hummer, D. & Mihalas, D. 1988, *ApJ*, **331**, 794.

- Iben, I., Jr. & McDonald, J. 1985, *ApJ*, **296**, 540.
- Iben, I., Jr. & Laughlin, G. 1989, *ApJ*, **341**, 312.
- Iben, I., Jr. & Tutukov, A.V. 1984, *ApJ*, **282**, 615.
- Iben, I., Jr. & Tutukov, A.V. 1987, *ApJ*, **313**, 727.
- Iben, I., Jr. 1991, *ApJS*, **76**, 55.
- Irwin, A.W., Fletcher, J.M., Yang, S.L.S., Walker, G.A.H. & Goodenough, C. 1992, *PASP*, **104**, 489.
- Kanaan, A. 1990, Dissertação de Mestrado, UFRGS, Porto Alegre.
- Kanaan, A., Kepler, S.O., Giovannini, O. & Diaz, M. 1992, *ApJ*, **390**, L89.
- Kawaler, S.D. 1990, in: *Proc. of Confrontation Between Stellar Pulsation and Evolution*; eds. C. Cacciari & G. Clementini, ASP Conf. Ser. **11**, 494.
- Kawaler, S.D. & Bradley, P.A. 1994, *ApJ*, **427**, 415.
- Kawaler, S.D. et al. 1995, *ApJ*, **450**, 350.
- Kepler, J. 1619, *A harmonia dos Mundos*.
- Kepler, S.O. 1984, *ApJ*, **286**, 314.
- Kepler, S.O. 1993, *Baltic Astronomy*, **2**, 515.
- Kepler, S.O. & Nelan, E.P. 1993, *AJ*, **105**, 608.
- Kepler, S.O., Robinson, E.L., Nather, R.E., & McGraw, J.T. 1982, *ApJ*, **254**, 676.
- Kepler, S.O., Giovannini, O., Kanaan, A., Wood, M.A. & Claver. C.F. 1995a, *Baltic Astronomy*, **4**, 157.
- Kepler, S.O. et al. 1991, *ApJ*, **378**, L45.
- Kepler, S.O. et al. 1995c, *Baltic Astronomy*, **4**, 221.

- Kepler, S.O. et al. 1995b, *ApJ*, **447**, 874.
- Kleinman, S.J. et al. 1994, *ApJ*, **436**, 875.
- Klumpe, E. 1995, M. Sc. Thesis, University of Texas, Austin, EUA.
- Koester, D. 1976, *A&A*, **42**, 414.
- Koester, D. & Weidemann, V. 1980, *A&A*, **81**, 145.
- Koester, D. & Schönberner, D. 1986, *A&A*, **154**, 125.
- Koester, D., Schulz, H. & Weidemann, V. 1979, *A&A*, **76**, 262.
- Koester, D., Allard, N.F. & Vauclair, G. 1994, *A&A*, **291**, L9.
- Lacombe, P. & Fontaine, G. 1981, *A&AS*, **43**, 367.
- Lamb, D.Q. 1974, Ph.D. Dissertation, University of Rochester, Rochester, EUA.
- Lamb, D.Q. & Van Horn, H.M. 1975, *ApJ* **200**, 306.
- Landolt, A.U. 1968, *ApJ*, **153**, 151.
- Libert, J. 1980, *ARA&A*, **18**, 363.
- Liebert, J., Dahn, C.C. & Monet, D.G. 1988, *ApJ*, **332**, 891.
- Mazzitelli, I. 1989, *ApJ*, **340**, 249.
- Mazzitelli, I. 1994, in: *Proc. of IAU Colloq. 147, The Equation of State in Astrophysics*; eds. G. Chabrier & E. Schatzman, (Cambridge:Cambridge University Press), p.144.
- Mazzitelli, I. & D'Antona, F. 1986, *ApJ*, **308**, 706.
- McCook, G.P. & Sion, E.M. 1987, *ApJS*, **65**, 603.
- McGraw, J.T. 1977, Ph.D. Dissertation, University of Texas, Austin, EUA.
- McGraw, J.T. 1979, *ApJ*, **229**, 203.

- McMahan, R. K. 1989, *ApJ*, **336**, 409.
- Mestel, L. 1952, *MNRAS*, **112**, 583.
- Nather, R.E. 1973, *Vistas of Astronomy*, **15**, 91.
- Nather, R.E. 1989, in: *Proc. of IAU Coll. 114, White Dwarfs*; ed. G. Wegner, (Berlin:Springer-Verlag), p.109.
- Nather, R.E, Winget, D.E., Clemens, J.C., Hansen, C.J. & Hine, B.P. 1990, *ApJ*, **361**, 309.
- Noh, H.-R. & Scalo, J. 1990, *ApJ*, **352**, 605.
- Ogata, S. & Ichimaru, S. 1987, *Phys. Rev. A*, **36**, 5451.
- Oswald, T.D., Hintzen, P.M. & Luyten, W.J. 1988, *ApJS*, **66**, 391.
- Pfeiffer, B. et al. 1995, *Baltic Astronomy*, **4**, 245.
- Popper, D.M. 1980. *ARA&A*, **18**, 115.
- Press, W.H., Vetterling, W.T., Teukolsky, S.A. & Flannery, B.P. 1992, *Numerical Recipes in FORTRAN: The Art of Science Computing*, 2° ed. (Cambridge:Cambridge University Press).
- Provencal, J.L. 1995, in: *Proc. 9th European Workshop on White Dwarf Stars*; eds. D. Koester & K. Werner, (Berlin:Springer), p.254.
- Reimers, D. & Koester, D. 1994, *A&A*, **285**, 451.
- Robinson, E.L., Kepler, S.O., & Nather, R.E. 1982. *ApJ*, **259**, 219.
- Robinson, E.L., Mailloux, T.M., Zhang, E., Koester, D., Stiening, R.F., Bless, R.C., Percival, J.W., Taylor, M.J. & van Citters, G.W. 1995, *ApJ*, **438**, 908.
- Salpeter, E. 1961, *ApJ*, **134**, 669.
- Sauvenier-Goffin, E. 1949, *Ann. d'Ap.* **24**, 237.

- Scargle, J.D. 1982, *ApJ*, **263**, 835.
- Schimdt, G., Stockman, Smith, 1992, *ApJ*, **398**, 257.
- Schwarzschild, M. 1958, *Structure and Evolution of Stars*, (New York:Princeton University Press).
- Shipman, H.L. 1989, in: *Proc. of IAU Colloq. 114, White Dwarfs*; ed. G. Wegner, (Berlin:Springer-Verlag), p.220.
- Shipman, H.L. 1979, *ApJ*, **228**, 240.
- Sion, E.M., Liebert, J. & Stanfield, S. 1985, *ApJ*, **292**, 471.
- Sion, E.M., Wesemael, F. & Guinan, E.F. 1984, *ApJ*, **279**, 758.
- Sion, E.M., Greenstein, J.L., Landstreet, J.D., Liebert, J., Shipman, H.L. & Wegner, G. 1983, *ApJ*, **269**, 253.
- Starrfield, S., Cox, A.N., Kidman, R.B. & Pesnell, W.D. 1984, *ApJ*, **281**, 800.
- Starrfield, S., Cox, A.N., Kidman, R.B. & Pesnell, W.D. 1985, *ApJ*, **293**, 223.
- Stobie, R.S., Chen, A., O'Donoghue, D. & Kilkenney, D. 1993, *MNRAS*, **263**, L13.
- Stone, R.P.S. & Baldwin, J. 1983, *MNRAS*, **204**, 347.
- Tassoul, M., Fontaine, G., & Winget, D.E. 1990, *ApJS*, **72**, 335.
- Thejll, P., Vennes, S., & Shipman, H.L. 1991, *ApJ*, **370**, 355.
- Unno, W., Osaki, Y., Ando, H., Saio, H. & Shibahashi, H. 1989 *Nonradial Oscillations of Stars*, (Tokyo:University of Tokyo Press).
- von Hippel, T., Gilmore, G., & Jones, D.H.P. 1995, *MNRAS*, **273**, L39
- Vauclair, G. & Reisse, C. 1977, *A&A*, **61**, 415.
- Vauclair, G., Belmonte, J.A., Pfeiffer, B., Grauer, A.D., Jimenez, A., Chevreton, M., Dolez, N., Vidal, I. & Herpe, G. 1992, *A&A*, **264**, 547.

- Warner, B., & Robinson, E.L. 1972. *Nature Phys. Sci*, **234**, 2.
- Weidmann, V. 1968, *ARAA*, **6**, 351.
- Weidmann, V. 1969, in: *Low Luminosity Stars*; ed. Gordon, p.81.
- Weidmann, V. & Koester, D. 1984, *A&A*, **132**, 195.
- Wegner, G. 1979, *AJ*, **84**, 1384.
- Wegner, G. 1983, *AJ*, **88**, 109.
- Wegner, G., Reid, I.N. & McMahan, R.K. 1989, in: *Proc of IAU Coll. 114, White Dwarfs*, ed. G. Wegner, (Berlin:Springer-Verlag), p.345.
- Werner, K. 1992, *A&A*, **247**, 476.
- Werner, K. & Heber, U. 1991, *A&A*, **247**, 476.
- Winget, D.E. 1988, in: *Proc. of IAU Symposium 123, Advances in Helio- and Asteroseismology*; eds. J. Cristensen Dalsgaard & S. Frandsen, (Dordrecht:D.Reidel), p.305.
- Winget, D.E., Van Horn, H.M. & Hansen, C.J. 1981, *ApJ*, **245**, L33.
- Winget, D.E. & Fontaine, G. 1982, in: *Pulsation in Classical and Cataclysmic Variables Stars*, eds. J.P. Cox e C.J. Hansen, (Boulder:University of Colorado Press), p.46.
- Winget, D.E., Van Horn, H.M., Tassoul, M., Hansen, C.J., Fontaine, G., and Carroll, B.W. 1982, *ApJ*, **252**, L65.
- Winget, D.E., Hansen, C.J., & Van Horn, H.M. 1983, *Nature* **303**, 781.
- Winget, D.E., Van Horn, H.M., Tassoul, M., Hansen, C.J., Fontaine, G. 1983, *ApJ*, **268**, L33.
- Winget, D.E., Robison, E.L., Nather, R.E., Kepler, S.O. & O'Donoghue, D. 1985, *ApJ*, **292**, 606.

- Winget, D.E., Hansen, C.J., Liebert, J., Van Horn, H.M., Fontaine, G., Nather, R.E., Kepler, S.O., & Lamb, D.Q. 1987, *ApJ*, **315**, L77.
- Winget, D.E., et al. 1990, *ApJ*, **357**, 630.
- Winget, D.E., et al. 1991, *ApJ*, **378**, 326.
- Winget, D.E., et al. 1994, *ApJ*, **430**, 839.
- Wood, M.A. 1992, *ApJ*, **386**, 539.
- Wood, M.A. 1995, in: *Proc. of the 9th European Workshop on White Dwarfs* D. Koester & K. Werner, (Berlin:Springer-Verlag), p.41.
- Zhang, E.-H., Robinson, E.L. & Nather, R.E. 1986, *ApJ*, **305**, 740.
- Zuckerman, B. & Becklin, E.E. 1987, *Nature*, **330**, 138.

Publicações

- Bica, E.D., Bonatto, C. & Giovannini, O. 1996, “A Library of IUE White Dwarfs Spectra for Stellar Populations Analyses”, A&A Supl. Ser. **119**, 211.
- Clemens, J.C. Barstow, M.A., Nather, R.E., Winget, D.E., Bradley, P.A., Claver, C.F., Dixon, J.S., Kanaan, A., Kleinman, S.J., Provencal, J., Wood, M.A., Sullivan, D., Wickramasinghe, D.T., Ferrario, L., Marar, T.M.K., Seetha, S., Ashoka, B.N., Leibowitz, E., Mendelson, H., O’Donoghue, D., Buckley, D.A., Chen, A.-L., Zola, S., Krzesinski, J., Moskalik, P., Vauclair, G., Fremy, J.-R., Chevreton, M., Kepler, S.O. & Odilon, G. 1993, “Whole Earth Telescope Observations of the DBV White Dwarf PG1115+158: Preliminary Results”, in *White Dwarfs: Advances in Observation and Theory*, ed. M.A. Barstow, (Kluwer: Dordrecht), NATO ASI Series, p. 515.
- Giovannini, O., Kepler, S.O. & Kanaan, A. 1990, “Determination of Radial Velocity Variations in the Ap Star HR1217”, Rev. Mex. Astron. Astrof. **21**, 417.
- Handler, G., O’Donoghue, D., Buckley, D.A.H., Giovannini, O., Kepler, S.O., Provencal, J.L., Wood, M.A., Clemens, J.C., O’Brien, M.S., Kleinman, S.J., Watson, T.K., Nather, R.E., Winget, D.E., Kanaan, A., Nitta, A., Montgomery, M.H., Klumpe, E., Bradley, P.A., Sullivan, D.J., Wu, K. & Leibowitz, E. (1995), “New WET Observations of the δ Scuti Star CD-24 7599; amplitude variability and discovery of 13 pulsation modes”, in *Astrophysical Applications of Stellar Pulsation*, ed. Stobie, R.S., & Whitelock, P.A. (PASP: San Francisco), A.S.P. Conf. Series, **83**, 331.
- Kanaan, A., Kepler, S.O., Giovannini, O. & Diaz, M.P. 1992, “The Discovery of a New DAV Star Using IUE Temperature Determination”, ApJ, **390**, L89.

- Kawaler, S.D., O'Brien, M.S., Clemens, J.C., Nather, R.E., Winget, D.E., Watson, T.K., Yanagida, K., Dixon, J.S., Bradley, P.A., Wood, M.A., Sullivan, D.J., Kleinman, S.J., Meistas, E., Leibowitz, E.M., Moskalik, P., Zola, S., Pajdosz, G., Krzesinski, J., Solheim, J.-E., Bruvold, A., O'Donoghue, D., Katz, M., Vauclair, G., Dolez, N., Chevreton, M., Barstow, M.A., Kanaan, A., Kepler, S.O., Giovannini, O., Provencal, J.L. & Hansen, C.J. 1995, "Whole Earth Telescope Observations and Seismological analysis of the Pre-White Dwarf PG2131+066", *ApJ*, **450**, 350.
- Kepler, S.O., Giovannini, O., Kanaan, A., Wood, M.A. & Claver, C. F. 1995, "Non-variable Stars Inside the ZZ Ceti Instability Strip", *Baltic Astronomy*, **4**, 157.
- Kepler, S.O., Giovannini O., Costa, A.F.M., Winget D.E., Nather R.E., Kanaan A., Kleinman S.J., Marar T.M.K., Ashoka B.N., Mahra, H.S., Solheim J.-E., Emanuelsen P.-I., Olsen, O., Meistas, E., Thereshchenko, V., Kardapolov, V., Raspaev, F., Sullivan D.J., Wickramasinghe D.T., Bessell, M.S., Wu, K., O'Donoghue, D., Buckley, D.A., Warner, B., Haswell, C., Baptista, R., Neill, D. & Birch, P. 1995, "Multi-site Observations of the DAV R548", *Baltic Astronomy*, **4**, 238.
- Kepler, S.O., Giovannini O., Wood M.A., Nather R.E., Winget D.E., Kanaan A., Kleinman S.J., Bradley P.A., Provencal J.L., Clemens J.C., Claver C.F., Watson T.K., Yanagida K., Krisciunas K., Marar T.M.K., Seetha S., Ashoka B.N., Leibowitz E., Mendelson H., Mazeh T., Moskalik P., Krzesiński J., Pajdosz G., Zoła S., Solheim J.-E., Emanuelsen P.-I., Dolez N., Vauclair G., Chevreton M., Fremy J.-R., Barstow M. A., Sansom A.E., Tweedy R.W, Wickramasinghe D.T., Ferrario L., Sullivan D.J., van der Peet A.J., Buckley D.A.H. & Chen A.-L. 1995, "Whole Earth Telescope Observations of the DAV White Dwarf G 226-29", *ApJ*, **447**, 874.
- Kleinman, S.J., Nather R.E., Winget D.E., Clemens J.C., Bradley P.A., Kanaan A., Provencal J.L., Claver C.F., Watson T.K., Yanagida K., Dixon J.S., Wood M.A., Sullivan D.J., Meistas E., Leibowitz E.M., Moskalik P., Zola S., Pajdosz G., Krzesinski J., Solheim J.-E., Bruvold A., O'Donoghue D., Katz M., Vauclair G., Dolez N., Chevreton M., Barstow A., Kepler S.O., Giovannini O., Hansen C.J. & Kawaler S.D. 1994,

- “Observational Limits on Companions to G29-38”, *ApJ*, **436**, 876.
- O’Donoghue, D., Buckley, D.A.H., Warner, B., Solheim, J.-E., Meistas, E., Pajdosz, G., Kepler, S. O., Giovannini, O., Haswell, C. A., Baptista, R., Kanaan, A., Sullivan, D. J., Wu, K., Bessell, M. S., Wickramasinghe, D. T., Thereschenko, V., Kardapolov, V., Rspaev, F., Marar, T. M. K., Seetha, S., Ashoka, B. N., and Mahra, H. S. 1995, “Fast Multi-Site Optical Photometry of AE Aqr”, *Cape Magnetic Cataclysmic Variable Workshop*, eds. D. A. H. Buckley & B. Warner, (San Francisco:PASP), ASP Conf. Series, Vol. 85, p. 384.
- Pfeiffer, B., Vauclair, G., Dolez, N., Chevreton, M., Fremy, J.-R., Barstow, M.A. Belmonte, J. A., Kepler, S.O., Kanaan, A., Giovannini, O., Fontaine, G., Bergeron, P., Wesemael, F. Grauer, A.D., Nather, R.E., Winget, D.E., Provencal, J., Clemens, J.C., Bradley, P., Dixon, J.S., Kleinman, S.J., Watson, T.K., Claver, C.F., Mazeh, T., Leibowitz, E. M. & Moskalik, P. 1995, “Whole Earth Telescope Observations and Seismological Analysis of the Cool ZZ Ceti Star GD 154”, *Baltic Astronomy*, **4**, 245.
- Pfeiffer, B., Vauclair, G., Dolez, N., Chevreton, M., Fremy, J.R., Herpe, G., Barstow, M., Kleinman, S.J., Watson, T.K., Belmonte, J.A., Kepler, S.O., Kanaan A., Giovannini, O., Nather, R.E., Winget, D.E., Provencal, J., Clemens, J.C., Bradley, P.A., Dixon, J., Grauer, A.D., Fontaine, G., Bergeron, P., Wesemael, F., Claver, C.F., Matzeh, T., Leibowitz, E. & Moskalik, P. 1993, “Observation of a Variable, ZZ Ceti White Dwarf: GD 154”, *Ap. Sp. Sci.* **210**, 201.
- Pfeiffer, B., Vauclair, G., Barstow, M., Belmonte, J.A., Bergeron, P., Bradley, P.A., Claver, C.F., Chevreton, M., Clemens, J.C., Dixon, J., Dolez, N., Fontaine, G., Fremy, J.R., Giovannini, O., Grauer, A.D., Herpe, G., Kanaan, A., Kepler, S.O., Kleinman, S.J., Leibowitz, E., Matzeh, T., Moskalik, P., Nather, R.E., Provencal, J., Watson, T.K., Wesemael, F. & Winget, D.E. 1993, “W.E.T. Observations of the DAV GD154”, in *White Dwarfs: Advances in Observations and Theory*, ed. M.A. Barstow (Kluwer:Dordrecht), NATO ASI Series, p. 507.