

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE FÍSICA

Determinação dos Modos de Pulsção da Anã Branca Pulsante G 185–32

Bárbara Garcia Castanheira ¹

Dissertação realizada sob orientação do
Prof. Kepler de Souza Oliveira Filho
e apresentada ao Instituto de Física da
UFRGS em preenchimento parcial dos re-
quisitos para a obtenção do título de Mes-
tre em Física.

Porto Alegre

Junho - 2003

¹ Bolsista do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq)

Aos meus amores Rudá Jr. e Agenor.

Agradecimentos

Desde o primeiro semestre da graduação, um professor sempre acreditou que algum dia esta dissertação estaria sendo concluída, ainda que muitas vezes eu mesma tenha duvidado disto. Eu quero muito agradecer ao Kepler, que tem sido, para mim, muito mais que um orientador, mas sim um “pai” na astronomia. Agradeço principalmente por ter me dado a mão para que eu pudesse dar meus próprios passos.

Eu gostaria de agradecer ao apoio, carinho, amor, preocupação, ... dos meus tios Nelson, Vera e Heloisa. Agradeço aos meus avós pelo carinho e por perdoarem a minha ausência. Agradeço aos meus pais por saber que tenho com quem contar na hora do aperto. Os demais familiares, mesmo que não tenham tido uma participação direta nesta etapa, contribuíram muito mais do que eles imaginam.

Agradeço ao Charles simplesmente por tudo, por todas as risadas, lágrimas, conversas, que compartilhamos. Agradeço também ao pessoal do departamento de astronomia que fazem do laboratório um ambiente de trabalho muito legal; aos que já se foram e aos que ainda estão por vir.

Um agradecimento especial aos meus amores. Rudá Jr., meu mano, sempre amigo e companheiro, mesmo longe, estavas muito presente no meu coração. Agenor, meu amado, agradeço por teres estado ao meu lado.

Via-Láctea XIII

“Ora (direis) ouvir estrelas! Certo
Perdeste o senso!” E eu vos direi, no entanto,
Que, para ouvi-las, muita vez desperto
E abro as janelas, pálido de espanto...

E conversamos toda a noite, enquanto
A via-láctea, como um pálido aberto,
Cintila. E, ao vir do sol, saudoso e em pranto,
Inda as procuro pelo céu deserto.

Direis agora: “Tresloucado amigo!
Que conversas com elas? Que sentido
tem o que dizem, quando estão contigo?”

E eu vos direi: “Amai para entendê-las!
Pois só quem ama pode ter ouvido
Capaz de ouvir e de entender estrelas”.

Sumário

Resumo	vi
Abstract	viii
1. Introdução	1
1.1 O que são anãs brancas?	1
1.1.1 Como foram descobertas?	4
1.1.2 Características	7
1.1.3 Classificação Espectral	9
1.2 Outros finais evolutivos	11
1.3 Por que estudar anãs brancas?	13
1.4 Sismologia e Pulsações	16
1.4.1 Harmônicos Esféricos	22
1.4.2 Modos de Pulsação	22
1.4.3 Pulsações das Anãs Brancas	25
1.4.4 Efeitos não-lineares	27
1.5 Transformada de Fourier	28
1.6 Qual é o objeto de estudo?	31
2. Observações com o WET	33
2.1 Transformada de Fourier com pesos	41

3. O conjunto de dados do HST	48
3.1 Amplitudes no ultravioleta	50
4. Comparação com amplitudes teóricas	59
5. Discussões	69
6. Comparação de T_{ef} e $\log g$ com outros métodos	84
7. Conclusões e Perspectivas	96
8. Programas	98

Resumo

Estrelas anãs brancas são o final evolutivo de quase 98% de todas as estrelas; após a perda de massa durante as fases de gigante e supergigante, elas vão se tornar anãs brancas. Nosso trabalho é estudar a estrutura das estrelas anãs brancas pulsantes, que apresentam variações multi-periódicas de luz, com períodos em torno de minutos, definindo faixas de instabilidade ao longo de suas seqüências de esfriamento. Nós determinamos a temperatura efetiva, gravidade superficial, massa e graus do esférico harmônico para a estrela DAV G 185-32, pelo estudo de sua curva de luz. Nós reportamos uma transformada de Fourier ponderada dos dados do Telescópio da Terra Inteira (WET); os pesos, para cada pedaço dos dados, são definidos como o inverso da nossa estimativa do ruído, que é a raiz quadrada da amplitude ao quadrado. Melhorando a razão sinal-ruído, nós detectamos 18 periodicidades na curva de luz. A periodicidade em 141,9s não se comporta como um modo normal, não ajustando nenhum modelo, e a periodicidade em 70,9s é a pulsação de período mais curto jamais detectada em qualquer anã branca pulsante. Nós comparamos a mudança na amplitude com o comprimento de onda das periodicidades detectadas para calcular a temperatura efetiva e a gravidade superficial. Nós também comparamos estes valores com outros métodos independentes de determinação: espectro óptico, índices de cor e espectro ultravioleta com paralaxe, usando densidades de probabilidade com uma distribuição normal. A melhor solução, consistente com todas as determinações, é $T_{\text{ef}} = 11\,960 \pm 80$ K, $\log g = 8,02 \pm 0,04$ e $M = 0,617 \pm 0,024 M_{\odot}$. O ângulo de inclinação do eixo de pulsação em relação à linha de

visada deve ser desfavorável, isto é, próximo a perpendicular se as pulsações são $m = 0$ ou ± 2 e perto de paralelo se $m = \pm 1$.

Abstract

White dwarf stars are the evolutive end of almost 98% of all stars; after mass loss during the giant and supergiant phases, they will become white dwarf stars. Our work is to study the structure of the pulsating white dwarf stars, which present multi-periodic light variations, with periods around minutes, defining instability strips along their cooling sequence. We determine the effective temperature, surface gravity, mass, and pulsation spherical harmonic degrees for the star DAV G185-32, by means of the study of its light curve. We report on a weighted Fourier transform of the Whole Earth Telescope (WET) data; the weights, for each chunk of data, are defined as the inverse of the our estimative of the noise, which is the square root of the average power. Improving the signal-to-noise ratio, we detected 18 periodicities in the light curve. The periodicity at 141.9s does not behave like a normal mode, not fitting any model, and the one at 70.9s is the shortest period pulsation ever detected in any pulsating white dwarf. We compared the change in amplitude with wavelength of the detected periodicities to calculate the effective temperature and surface gravity. We also compared these values to other independent methods of determination: optical spectra, color indices, and ultraviolet spectra with parallax, using probability densities with normal distribution. The solution consistent with all the determinations is $T_{\text{eff}} = 11\,960 \pm 80$ K, $\log g = 8.02 \pm 0.04$, and $M = 0.617 \pm 0.024 M_{\odot}$. The inclination angle of the pulsation axis in relation to the line of sight must be unfavorable, i.e., close to perpendicular if the pulsations are $m = 0$ or ± 2 , and close to parallel if $m = \pm 1$.

Capítulo 1

Introdução

1.1 O que são anãs brancas?

As estrelas nascem em uma nuvem de gás molecular com massa maior que a massa de Jeans, gravitacionalmente instável após sofrer uma perturbação mecânica de grande escala, tal como a passagem de ondas de densidade (braços de galáxias espirais) ou frentes de choque provocadas por explosões de supernovas. A nuvem começa a se contrair isotermicamente, propiciando sua fragmentação. Quando a contração passa a ser adiabática, a fragmentação se interrompe dando origem às proto-estrelas, sendo que aquelas cuja massa é maior ou igual a $0,08M_{\odot}$ entrarão na seqüência principal, logo que a convecção torna-se adiabática. O número (N) de estrelas que nasce com uma certa massa (M) é dado pela função de massa inicial (IMF), por exemplo a que foi proposta por Salpeter (1955), $\frac{dN}{dM} \propto M^{-2,3 \pm 0,3}$, para massas entre $0,4 \leq M/M_{\odot} \leq 10$, em massas solares.

Quando o núcleo da proto-estrela atinge temperaturas da ordem de 10^7 K, suficientemente altas para iniciar a fusão de hidrogênio (H) em hélio (He) no centro, ela entra na seqüência principal de idade zero (ZAMS), virando uma estrela. A estrela permanece cerca de 90% de sua vida, à exceção da fase de anã branca, na seqüência principal, fase em que ocorre a queima de H no núcleo. Após ter queimado aproximadamente 10% do conteúdo

total de H, a estrela pára a queima de H no núcleo, mas ainda não tem temperatura alta o suficiente para que a queima de He se inicie no núcleo. A pressão mecânica torna-se menor que a força gravitacional o que faz com que o caroço se contraia, liberando energia gravitacional. Metade desta energia vai ser irradiada e a outra metade convertida em energia térmica ($E_T = -\frac{1}{2}E_G$) aquecendo o núcleo e as camadas mais externas. No máximo da luminosidade atingida com a contração, o H começa a queimar em uma camada logo acima do núcleo, o que perdura nas etapas posteriores, até o topo do ramo assintótico das gigantes (AGB).

A estrela passa a ter o envelope totalmente convectivo, ficando com a menor temperatura que uma estrela pode ter, segundo modelos teóricos de Hayashi & Hoshi (1961) (limite de Hayashi). Nesta fase, em que a estrela é uma gigante vermelha, ocorre a primeira dragagem (*dredge up*), trazendo elementos processados termonuclearmente para a superfície. A luminosidade aumenta até a temperatura central atingir aproximadamente 10^8 K, quando se dá a ignição do He no núcleo pela reação do triplo- α . Se a estrela for de baixa massa ($M \lesssim 2,5M_\odot$), o núcleo está degenerado e a reação é explosiva (*flash* de He). Neste caso, a degenerescência do caroço é levantada por causa da grande quantidade de energia liberada no processo, fazendo com que ele se expanda e sua temperatura diminua. Com isto, a taxa de geração de energia nuclear diminui, bem como a luminosidade da estrela. As estrelas de alta massa não tem núcleo degenerado, então a ignição do triplo- α não é explosiva. Logo em seguida, a estrela, entra no ramo horizontal, também conhecido por seqüência principal do He. Esta é a principal fase de queima de He, sendo a segunda mais longa etapa da vida da estrela, antes da fase de anã branca. Os produtos desta queima formam um caroço de C e O.

Com a exaustão do He no núcleo, ocorre a contração deste, a uma temperatura muito baixa para acender a queima de elementos mais pesados (C e O). Na verdade, esta fase é similar ao final da queima de H no caroço, quando da saída da estrela da seqüência principal.

Com a energia liberada pela contração do núcleo, o He começa a queima em camada, como está acontecendo mais externamente ainda com o H.

A estrela percorre um caminho similar ao seguido após a sequência principal, atingindo novamente o limite de Hayashi, a uma luminosidade maior que a da fase de gigante vermelha. Nesta fase, na qual a estrela é uma supergigante, o envelope torna-se convectivo, e ocorre a segunda dragagem. As camadas mais externas se expandem e esfriam, cessando a queima de H em camada, mas depois se contraem e esquentam, reiniciando o processo, o que resulta em pulsos térmicos. Inicia-se aí uma perda substancial de energia por produção de neutrinos no núcleo. Para estrelas com massa inicial de 8 a 10 M_{\odot} , a ejeção da nebulosa planetária (cerca de $0,4M_{\odot}$ das camadas mais externas) pode ocorrer a qualquer momento. O ramo assintótico das gigantes (AGB) é o ponto em que a estrela atinge a maior luminosidade de toda a sua evolução, e onde se dá a terceira dragagem.

A fase seguinte ao AGB é aquela em que vai se caracterizar a nebulosa planetária, composta por um núcleo que tem o tamanho de um planeta e um envelope mais externo. Na verdade, este envelope corresponde às camadas mais externas que estão sendo ejetadas pela estrela. O caroço degenerado, composto basicamente por C e O, é o remanescente da estrela, o núcleo da nebulosa planetária ou *Planetary Nebula Nuclei* (PNN). Quando a pré-anã branca entra na sequência de esfriamento das anãs brancas, tem uma temperatura efetiva de aproximadamente 150 000 K e apresenta uma distribuição de massa centrada em $0,6M_{\odot}$. Sobra também um envelope fino, cuja composição química é dominada por H e/ou He. Exceto possivelmente para massas maiores ou iguais a $0,9M_{\odot}$, na fase de anã branca, a estrela não mais produz energia por reações nucleares no seu interior. O que a mantém brilhando é a perda da energia térmica acumulada ao longo de sua vida; a contração gravitacional é insignificante. Em outras palavras, a partir desta fase, a estrela só vai esfriar, buscando entrar em equilíbrio térmico com o Universo.

As principais fases de uma estrela de massa intermediária estão mostradas no diagrama

HR, na figura 1.1 do diagrama HR.

Se a estrela não faz parte de um sistema binário ou múltiplo, sua evolução depende somente de sua massa inicial. No caso de binárias, a evolução depende tanto da massa quanto da separação entre as estrelas que determinará quando, na evolução, as estrelas interagirão. As anãs brancas são o final evolutivo de estrelas que nascem com massa entre $0,7M_{\odot}$ e $8M_{\odot}$ a $10M_{\odot}$. Os limites são determinados pelas observações discutidas, por exemplo, em Weidemann (2000), como mostra a figura 1.2. A determinação precisa destes limites depende também da metalicidade da nuvem primordial.

Apesar de não haver concordância entre muitas previsões teóricas, devido às incertezas no modelamento da convecção e na taxa de reação $C(\alpha, \gamma)O$, o limite superior de massa não é determinante para se dizer qual a percentagem de estrelas terminam sua vida como anãs brancas. De acordo com a IMF de Salpeter (1955), nascem muitas estrelas de baixa massa e poucas estrelas massivas, sendo que para cada estrela de $10M_{\odot}$, nascem 250 estrelas de $1M_{\odot}$. As anãs brancas são o produto final da evolução estelar para 95–98% de todas as estrelas.

1.1.1 Como foram descobertas?

A primeira anã branca descoberta foi Sírius B, companheira de Sírius, Alfa do Cão Maior, que é a estrela mais brilhante do céu, sem contar o Sol. Sírius B foi observada pela primeira vez por Alvan Graham Clarck Jr. como a estrela causadora das perturbações no movimento próprio de Sírius que, até 1862, era considerada uma binária astrométrica. Até 1917, apenas três anãs brancas eram conhecidas: Sírius B, Eridani 40 e van Maanen 2. Em 1926, Eddington já argumentava que estes objetos deviam ser abundantes, pois as três estrelas detectadas estavam na vizinhança solar.

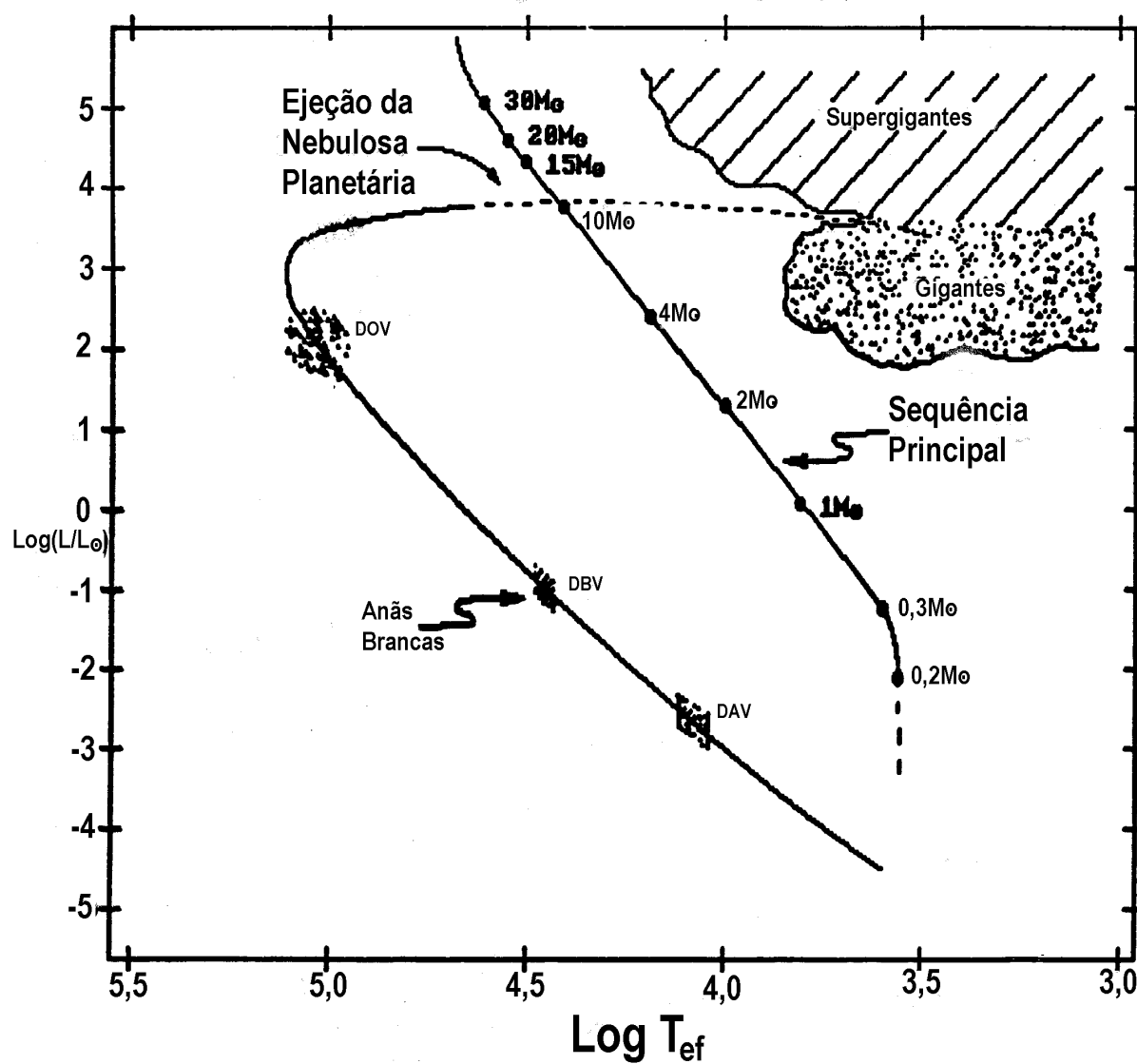


Fig. 1.1: Diagrama HR com as fases evolutivas de uma estrela de massa intermediária.

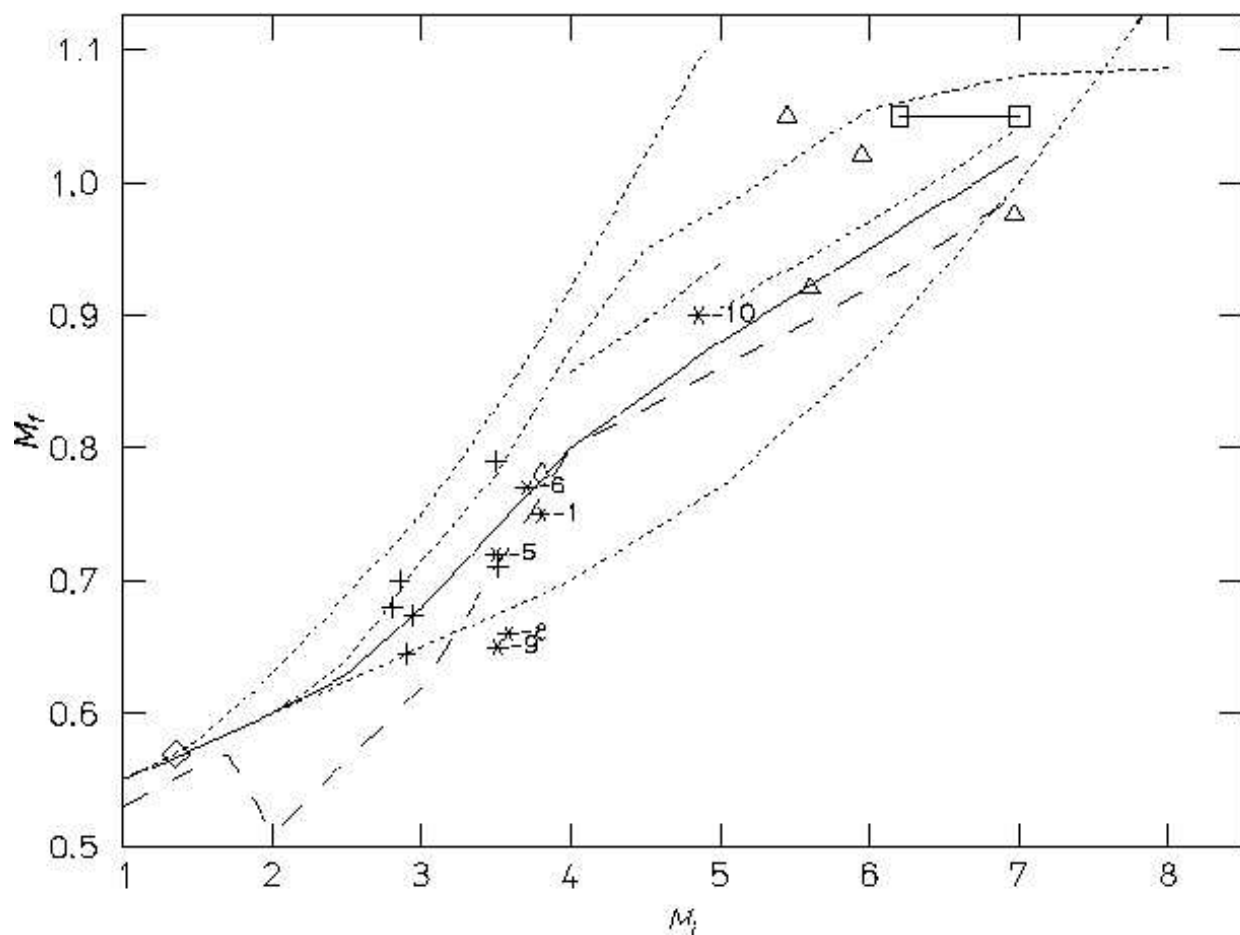


Fig. 1.2: Relação entre a massa inicial (M_i) e a massa final (M_f) para as anãs brancas de acordo com a relação semi-empírica derivada por Volker Weidemann (Weidemann 2000) (linha contínua), comparando com modelos teóricos de Leo Girardi (linha pontilhada à esquerda) e Paola Marigo com as observações de cúmulos abertos Hyades (+), NGC3532 (*), NGC2516 (triângulos), Plêiades (quadrados) e M67 (diamantes). A linha pontilhada inferior é a relação anterior de Weidemann (1987) e a superior de Herwig (1995).

McCook & Sion (1999) catalogaram 2249 anãs brancas identificadas por espectroscopia. Destas, 41 são pulsantes (DAVs e DBVs) e 15 são pré-anãs brancas pulsantes (DOVs e

PNNVs) e há ainda centenas de candidatas a pulsantes, estrelas azuis de baixa luminosidade, descobertas pelas buscas de quasares, como 2dF (*Two Degree Field*) QSO Redshift Survey, na Austrália, e SDSS (*Sloan Digital Sky Survey*), nos EUA.

1.1.2 Características

O intervalo de massa das anãs brancas vai de aproximadamente $0,4M_{\odot}$ (por evolução de binárias) até $1,44M_{\odot}$, o limite de Chandrasekhar, onde a velocidade dos elétrons é relativística ($v_{\text{el}} \sim c$), ainda que este intervalo seja consideravelmente maior para as progenitoras, como discutido anteriormente (veja figura 1.3). O que ocorre é que a perda de massa ao longo da vida da estrela é proporcional à massa inicial. As anãs brancas não-binárias têm uma distribuição de massa centrada em $0,6M_{\odot}$ (ex.: Weidemann & Yuan 1989, Giovannini et al. 1998). O valor máximo para a massa de uma anã branca é resultado de modelos teóricos, evitando que a força gravitacional seja maior que a pressão, pois isto resultaria no colapso da estrela. A densidade média é de $1,5 \times 10^5 \text{ g cm}^{-3}$, pois o raio é da ordem de 10 000 km, tipicamente o tamanho da Terra ($R_{\oplus} = 6348 \text{ km}$). Existem anãs brancas com temperaturas efetivas desde 150 000 K (logo após a ejeção da nebulosa planetária) até 3 700 K (valor mínimo observado), correspondendo a luminosidades entre $3 \geq \log L/L_{\odot} \geq -4.5$

Como é possível suportar densidades tão grandes? A pressão que suporta tais densidades é a pressão de degenerescência dos elétrons. Por apresentar altas densidades, os elétrons no núcleo totalmente degenerado estão bastante próximos. Do princípio da incerteza de Heisenberg, tem-se que:

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2} \quad (1.1)$$

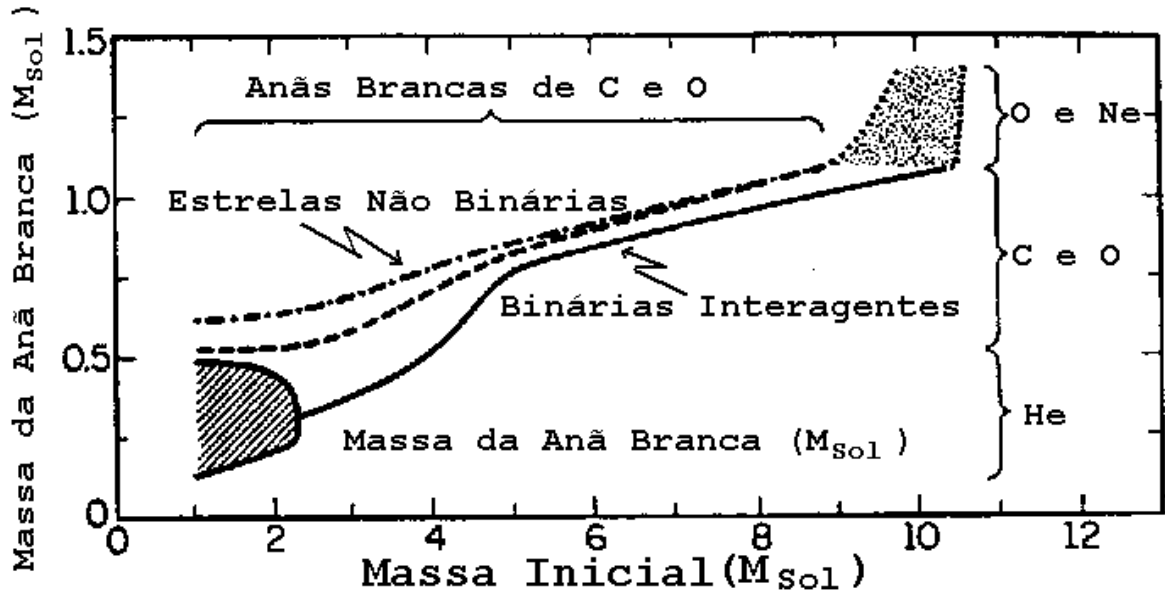


Fig. 1.3: Relação massa inicial e massa final, mostrando que o intervalo de massa para as progenitoras é maior que o das anãs brancas, segundo modelos de Icko Iben Jr.

onde x é a posição da partícula e p_x é seu momentum associado.

Portanto, se a separação (Δx) entre os elétrons é muito pequena, a diferença de momentum (Δp_x), a quantidade de movimento, que eles têm é muito grande, indicando velocidades relativísticas (próximas a c , no topo do mar de Fermi). Além disto, pelo princípio da exclusão de Pauli, dois elétrons de mesmo spin não podem ocupar o mesmo nível de energia, isto é, os elétrons ocupam níveis cada vez mais energéticos. Por conseguinte, os elétrons degenerados têm momenta e energia cinética altos o suficiente para contrabalançar a força gravitacional, até o limite de massa de Chandrasekhar (Chandrasekhar 1931) dado por:

$$M_{\text{Ch}} = 1,456 \left(\frac{2}{\mu_e} \right)^2 \quad (1.2)$$

onde μ_e é o peso molecular médio dos elétrons, e é igual a 2 para He, C ou O totalmente ionizados.

Como dito anteriormente, a maioria das anãs brancas não produz energia via processos

nucleares, nem por contração gravitacional, de forma significativa. Entretanto, para as pré-anãs brancas quentes, o valor da taxa de contração \dot{R} , onde R é o raio R da estrela, é significativo. A energia que a estrela emite durante toda a seqüência de esfriamento das anãs brancas até entrar em equilíbrio térmico com o universo (tornar-se uma anã preta) é a quantidade de energia que a estrela produziu ao longo de todas as fases evolutivas anteriores; a estrela está literalmente apenas esfriando. Quanto mais quente estiver a anã branca, maior a quantidade de energia que a estrela emite por unidade de tempo, pois $L = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{ef}}^4$ e o raio é constante. O tempo que uma pré-anã branca leva para diminuir a sua temperatura efetiva por um fator de 2 é muito menor que quando ela estiver mais fria (10^6 anos para $T_{\text{ef}} \sim 140\,000$ K e 10^9 anos para $T_{\text{ef}} \sim 12\,000$ K). Em outras palavras, a estrela permanece menos tempo em fases de alta temperatura e mais tempo em fases de baixa temperatura, fato este que pode ser evidenciado pela função de luminosidade das anãs brancas, contando-se o número de estrelas com uma certa luminosidade e explicado pela teoria de esfriamento de Mestel (1957), $t_{\text{esfriar}} \propto L^{-5/7}$.

1.1.3 Classificação Espectral

As anãs brancas são classificadas de acordo com o tipo espectral, ou seja, a abundância dos elementos na atmosfera, a qual vai depender do momento exato em que ocorreu a ejeção da nebulosa planetária e do fato de haver ou não queima no envelope na fase de nebulosa planetária (Hine 1988) e por não ser observado acreção do meio interestelar, mesmo após 10^8 anos na fase de anã branca. A classificação atual foi proposta por Sion et al. (1983) com o intuito de aprimorar o esquema original de Greenstein (1960).

A letra D é a primeira, a qual aparece para denotar o fato de o núcleo destas estrelas estar completamente degenerado. Se a estrela for variável, a última letra é V, depois da

composição atmosférica. Em termos das abundâncias químicas, as anãs brancas se dividem basicamente em duas classes: 80% tem atmosfera com H puro (DAs) e o restante tem atmosfera de He puro (DBs). A presença de um ou outro elemento depende fortemente de como se deu a evolução da estrela.

Quando a estrela está no ramo assintótico das gigantes (AGB), ela apresenta variações, os pulsos térmicos, mencionados anteriormente. O tempo em que a atmosfera permanece expandida, ou seja, a duração total dos pulsos, é da ordem de 15% do tempo total que a estrela passa nesta fase.

Caso a ejeção da nebulosa planetária ocorra durante o pulso, mesmo camadas mais internas da estrela vão ser ejetadas. Isto significa que todo, ou quase todo, o conteúdo de H será ejetado, pois a maior parte está na superfície, resultando uma anã branca com atmosfera praticamente composta apenas por He. A DAV GD 154 tem a menor quantidade de H observada entre todas as DAVs, com $M_H \sim 2 \times 10^{-10} M_\star$ (Pfeiffer et al. 1996), sendo este o limite inferior observado para as DAs. Segundo modelos teóricos (ex.: Fontaine & Wesemael 1997), a quantidade máxima de H que uma DB pode conter para que continue sendo uma DB é $M_H \sim 10^{-15} M_\star$; durante as dragagens nas fases anteriores houve mistura dos elementos, carregando algum H para camadas mais internas. Outro modo alternativo de gerar DBs são as Wolf-Rayet, fase evolutiva de estrelas muito massivas. Se forem de alta metalicidade e tiverem fortes ventos, estes são capazes de ejetar grandes quantidades de matéria, inclusive todo o H que a estrela tinha inicialmente; a pressão de radiação é uma fração considerável ($\sim 60\%$) da pressão crítica, que mantém a estrela estável. Outra possibilidade ainda é terem evoluído das subanãs (sdBs), passando diretamente do ramo horizontal para a sequência de esfriamento das anãs brancas, por perda de massa (ex.: Charpinet et al. 1996). A diferença é que o núcleo destas últimas estrelas vai ser composto essencialmente por He. Existem também as estrelas que entram na sequência de esfriamento com uma grande quantidade de He, capazes de reacender a queima de He ainda quando

$T_{\text{ef}} > 80\,000\text{ K}$, conhecidas por renascidas (*born again*, ex.: Schönberner 1979, Iben 1982). Isto pode acontecer em até 100 000 anos depois de a estrela virar uma anã branca. Este pode ser considerado um último pulso térmico que queima todo o H na superfície da estrela.

Por outro lado, se a estrela ejeta a nebulosa planetária na base do pulso térmico, que é a situação mais provável por passar mais tempo nesta fase, apenas uma parte do H é ejetao, resultando estrelas com atmosferas predominantemente de H.

Para uma pequena fração de estrelas, o conteúdo atmosférico é uma mistura de H e He, e a classificação depende de qual é o elemento mais abundante. Uma DAB é uma DA com um pouco de He, a qual possivelmente origina-se de uma pré-anã branca com convecção mais eficiente que o normal. O caso inverso, uma DBA é uma DB com um pouco de H, provavelmente resultado da evolução de binárias, onde uma DB acreta matéria, composta principalmente de H, de sua companheira. A terceira letra aparece, em ambos os casos, para descrever o tipo espectral secundário.

Ainda quando estão muito quentes, as anãs brancas são conhecidas por DOs, apresentando poucas linhas no ótico e linhas de C e O, no ultravioleta. Quando apresentam linhas metálicas, as anãs brancas são denominadas DZs. No caso de apresentarem somente um espectro contínuo, são as DCs. Recebem o nome de DQs se tiverem carbono, molecular ou atômico, em qualquer parte do espectro.

A tabela 1.1 apresenta um resumo da classificação espectral.

1.2 Outros finais evolutivos

Nem todas as estrelas nascem dentro do intervalo da massa que resulta em anãs brancas. O intervalo estelar também abrange estrelas mais massivas, com massa entre $10M_{\odot}$ e $100M_{\odot}$. Qual o final evolutivo da fração pequena (2–5%) de estrelas que não se tornam anãs brancas?

Tipo Espectral	Características
DA	Somente linhas de Balmer, não há He I nem metais
DB	Linhas de He I; não há H nem metais
DC	Espectro contínuo, sem linhas mais profundas que 5%
DO	Linhas de He II muito intensas; He I e H presentes
DZ	Apenas linhas metálicas; não há H ou He
DQ	Presença de carbono, molecular ou atômico em qualquer parte do espectro
V	Símbolo que denota variabilidade

Tab. 1.1: Classificação espectral das anãs brancas

Para a metalicidade solar, a massa máxima suportada pela pressão gravitacional está em torno de $100M_{\odot}$. O final evolutivo destas estrelas é uma explosão de supernova. Pode-se dividir as estrelas massivas em dois grandes conjuntos: as que têm massa inicial entre $10M_{\odot}$ e $25M_{\odot}$ e entre $25M_{\odot}$ e $100M_{\odot}$, aproximadamente. Nesta divisão, o resultado da explosão das menos massivas, provavelmente, é uma estrela de nêutrons, enquanto que para as mais massivas, pode sobrar um buraco negro estelar ou, simplesmente, nada (disrupção total da matéria).

Uma consideração importante é que os limites sugeridos acima não são fixos, podendo variar de acordo com as hipóteses dos modelos utilizados, tais como: idade, metalicidade, localização (interação com outras estrelas ou o meio), entre outras.

Na figura 1.4 está um esquema simplificado da evolução estelar nos vários intervalos de massa, acima de $0,8M_{\odot}$.

Há ainda as estrelas cuja massa inicial é inferior ao valor mínimo estimado para terminar a vida como anãs brancas. O domínio estelar inferior se estende até massas da ordem de $\sim 0,08M_{\odot}$, mas estas estrelas demoram um tempo maior que a idade do universo para saírem da seqüência principal; quando evoluírem, resultarão anãs brancas com núcleo de

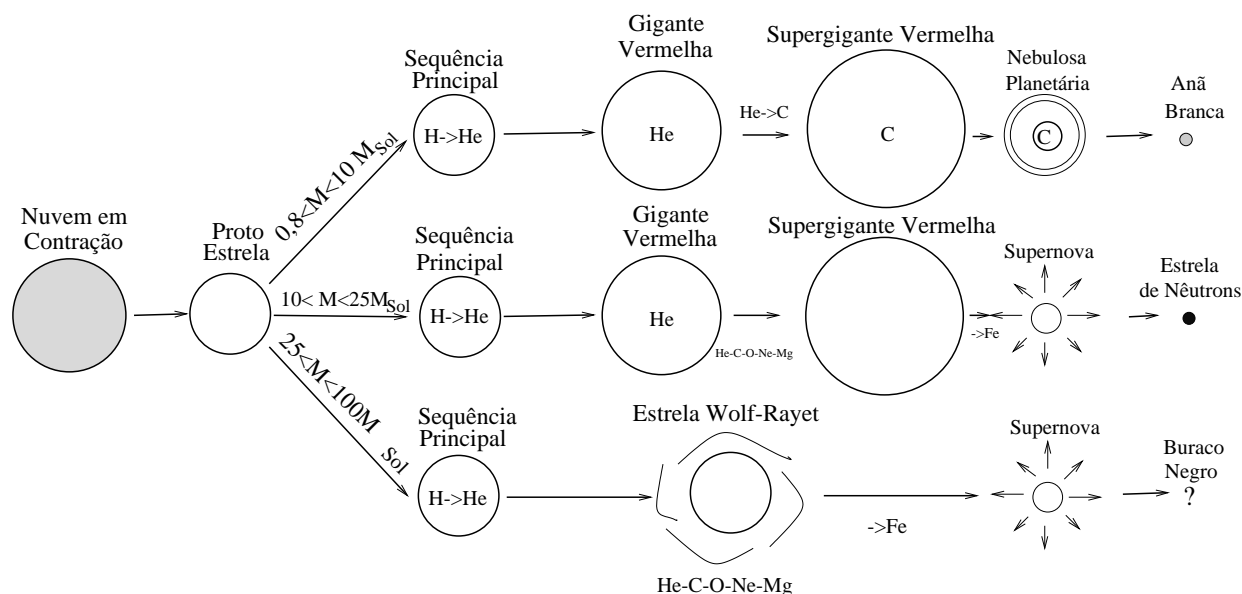


Fig. 1.4: Esquema simplificado da evolução estelar para diferentes intervalos de massa, acima de $0,8M_{\odot}$.

He, pois sua contração nuclear não será eficiente para acender a queima de He. Para massas ainda menores, já no domínio sub-estelar, as proto-estrelas dão origem às anãs marrons, as quais não têm temperatura suficiente para queimar H em He; as anãs marrons jamais entram na sequência principal.

1.3 Por que estudar anãs brancas?

Na vizinhança solar, dentro de um raio de 100 pc, as anãs brancas são bastante numerosas, representando 25% do total de estrelas. Além de aparecerem em grande quantidade e serem o final evolutivo mais comum, as anãs brancas passam por faixas de instabilidade à medida que esfriam, onde são observadas como variáveis pulsantes. Detectar a maior quantidade de modos de pulsação é importante, pois cada periodicidade fornece um vínculo independente para a determinação da estrutura estelar (por exemplo, Bradley 1998). O

estudo das anãs brancas pulsantes tem nos permitido medir a massa estelar e as camadas de composição, provando a física em altas densidades, incluindo fenômenos tais como cristalização (por exemplo, Winget et al. 1997). Para as anãs brancas do tipo DOV, a luminosidade através de neutrinos é mais de 10 vezes maior que a luminosidade por fótons (Wood 1995). Portanto, a medida da taxa evolutiva da estrela DOV PG 1159-035 (Costa, Kepler & Winget 1999) é uma medida direta do fluxo de neutrinos. No caso da estrela G 117-B15A, uma DAV fria, a taxa de esfriamento medida por Kepler et al. (2000b) coloca o melhor limite atual na taxa de áxions (Córscico et al. 2001). Assim, temos cronômetros para medir a idade das estrelas mais velhas e, conseqüentemente, a idade da Galáxia (Winget et al. 1987, Hansen et al. 2002). As informações sobre o seu interior são essenciais para se definir a evolução estelar na Galáxia, uma vez que elas são os remanescentes da grande maioria das estrelas. Estudar o final evolutivo significa estipular vínculos sobre a formação e evolução das progenitoras.

O fato de que as anãs brancas poderiam ser utilizadas como cosmocronômetros foi proposto há mais de 40 anos por Maarten Schmidt (1959). Apenas a partir do final da década de 80 é que este potencial alcançou um nível prático de aplicação, por causa do brilho intrínseco fraco das anãs brancas mais frias e mais velhas; embora as pré-anãs brancas tenham $M_V \sim 4$, a magnitude absoluta da maioria das anãs brancas está entre $M_V \sim 10$ e 17, dificultando a sua observação.

A asterosismologia consiste em determinar a estrutura das anãs brancas pela comparação das propriedades de pulsação, principalmente as autofrequências, com aquelas previstas pelos modelos de interiores estelares. A sismologia das anãs brancas pulsantes é crucial para compreender as propriedades estruturais de anãs brancas em geral, já que a variabilidade é apenas um estado evolutivo das anãs brancas normais. Por exemplo, a determinação da massa da camada de H nas DAVs ou ZZ Ceti é extremamente importante. Reduzindo a incerteza nesta quantidade, reduz-se também a incerteza nas idades inferidas das anãs

brancas e na na massa total das DAs, em geral.

As anãs brancas pulsantes ainda podem ser usadas para detecção de planetas extra-solares, partindo-se do pressuposto de que o período de pulsação permanece constante em escalas de tempo seculares. Para detectar planetas usando anãs brancas, é necessário que se observe a taxa de variação do período principal da estrela. De posse desta informação pode-se definir se a variação é parabólica, uma vez que o efeito evolucionário, em primeira ordem, é uma parábola. Se a variação for sinusoidal ou periódica, o efeito é causado pela órbita de uma estrela ou até mesmo de planeta gigante ($M \geq \frac{1}{10}M_{\text{Jupiter}}$, mas para órbitas com períodos de até ~ 10 anos), em torno da anã branca (Kepler et al. 1991). Estes períodos, similares aos de Saturno e Júpiter, não podem ser observados pelos métodos espectroscópicos atuais.

É importante ressaltar que há um projeto que busca anãs brancas variáveis, cujo principal objetivo é encontrar planetas extra-solares, e que já encontrou 33 novas DAVs (Anjum Mukadam, Fergal Mullali, Don Winget, R. Ed Nather, S. O. Kepler, Ted von Hippel & Denis Sullivan), ainda não publicadas.

Anãs brancas em aglomerados abertos e em globulares oferecem um método novo e independente de determinação de distância e de idade, e também da relação entre a massa inicial e final das estrelas. Em geral, a idade dos aglomerados é determinada pelo ajuste de isócronas, as quais dependem da idade e da metalicidade, ao ponto de inflexão ou ponto de saída das estrelas da sequência principal (*turnoff*). A dificuldade deste método é que o *turnoff* e a sequência principal de aglomerados são regiões alargadas nos diagramas cor-magnitude. A utilização de anãs brancas consiste em ajustar uma isócrona à sequência de esfriamento, com a grande vantagem de não haver dependência com a metalicidade. A desvantagem é que este método só é viável quando a sequência de esfriamento está bem definida, ou seja, quando se consegue medir até altas magnitudes (estrelas muito fracas).

1.4 Sismologia e Pulsações

No interior das estrelas existe um gradiente radial de temperatura, resultando em um fluxo de radiação no sentido núcleo–atmosfera; naturalmente, a energia está fluindo de uma zona mais quente para outra mais fria. As formas mais comuns de transporte de energia são: radiação, condução e convecção.

A condução é um processo que ocorre em nível microscópico e que depende do livre caminho médio dos íons e elétrons que compõem o gás. Nos interiores estelares, o livre caminho médio é, em geral, muito pequeno em comparação ao raio da estrela. A condução é, então, um processo extremamente lento e, por isto, pouco eficiente. Contudo, para um gás degenerado, como é o caso do interior das anãs brancas, estrelas de nêutrons e núcleos de gigantes vermelhas, o livre caminho médio dos elétrons é muito grande, privilegiando a condução por elétrons.

Radiação e convecção são os principais mecanismos de transporte de energia nos interiores estelares. Basicamente, o que define qual destes dois mecanismos vai ser o dominante em uma certa camada é a sua opacidade e a quantidade de energia que ela está transportando. O fluxo radiativo de energia é proporcional ao gradiente de temperatura e inversamente proporcional à opacidade.

O transporte de energia por convecção envolve movimento de massa e ocorre quando o equilíbrio radiativo não é satisfeito, pois a camada é bastante opaca à radiação ou pelo gradiente de temperaturas ser muito acentuado, como no interior das estrelas massivas, que são convectivas por causa da taxa de geração de energia pelo ciclo CNO ser proporcional a T^{20} , $\epsilon_{CNO} \propto T^{20}$. O fluxo radiativo proveniente do interior, ao atingir um elemento de massa de uma camada opaca, é absorvido por ele, aumentando sua temperatura em relação ao meio. Este elemento se expande e a pressão no seu interior diminui. Se o critério

de Karl Schwarzschild (1906) não for satisfeito, o que implica em que o gradiente real de temperatura seja maior que o gradiente adiabático de temperatura, o elemento em questão é instável com relação a movimentos convectivos, propiciando seu deslocamento para cima. Em contrapartida, um elemento mais frio, proveniente de uma camada mais externa, desce. Eis o movimento de massa.

Erika Böhm-Vitense (1958) propôs uma teoria unidimensional para tratar a convecção em interiores estelares conhecida por Teoria do Comprimento de Mistura (MLT). Nesta formulação, a convecção depende apenas de variáveis termodinâmicas locais, sendo que o comprimento de mistura l , a distância vertical média da bolha ascendente, é um parâmetro livre, segundo a expressão:

$$l = \alpha H_P \quad (1.3)$$

onde α define a eficiência do transporte convectivo e H_P (*pressure scale height*) é a distância em que a pressão do gás diminui por um fator de e . ML1 é definido com $\alpha = 1$. ML2, mais eficiente, é definida limitando-se as perdas horizontais, tendo sido proposta por Böhm e Cassinelli (1971).

Outro parâmetro ajustável é o *overshooting* (dl) que diz respeito à existência de mistura convectiva de matéria e calor mesmo após a interface convectiva, por causa da desaceleração dos elementos ainda em movimento neste ponto. Mesmo que a MLT seja uma teoria meramente fenomenológica, ela funciona bem em muitos casos, como para as estrelas da sequência principal. Notoriamente, MLT é uma simplificação do problema real, visto que a convecção é um processo não-local.

Existe, entretanto, uma inconsistência para o caso das ZZ Ceti. Determinações pelo espectro sugerem $ML1/\alpha \approx 1,5$ (ou $ML2/\alpha=0,6$). Por outro lado, como a faixa de instabilidade observada está entre 12 500 e 11 200 K, a eficiência convectiva requerida pelos modelos de pulsação é maior $\alpha > 2,5$. O problema de α é que ajustar uma temperatura superficial

observada não garante que o perfil de temperatura interno esteja correto.

As tentativas de simulação numérica (Ludwig, Jordan & Steffen 1994) buscam calibrar e verificar a validade da MLT, para anãs brancas. Efetivamente, os modelos bi-dimensionais ainda não tiveram grande êxito.

Outra alternativa é a Teoria Turbulenta proposta por Canuto & Mazzitelli (1991) e aprimorada por Canuto, Goldman & Mazzitelli (1996), CGM, a qual descreve o empilhamento vertical de bolhas; as bolhas menores estão próximas ao topo da zona convectiva e as maiores estão na base da camada convectiva. Este fenômeno é peculiar à turbulência convectiva, causada por efeitos não-lineares de compressibilidade e não por interação. A quantidade de energia transportada por cada bolha é diretamente proporcional ao seu tamanho. A bolha é freada por 2 processos: viscosidade turbulenta (espalhamento causado por colisões com bolhas menores) e interação com a fonte (energia contida na bolha). Os modelos de pulsação das ZZ Ceti de La Plata, coordenado por Omar Benvenuto, incluem a teoria de CGM (ex.: Althaus e Benvenuto 1996, Benvenuto et al. 2002).

Suponhamos uma camada extremamente quente; à medida que a camada esfria, ela torna-se mais e mais opaca, até virar uma zona de ionização parcial. Na zona de ionização parcial, geralmente composta por H ou He nos interiores estelares, os fótons provenientes do interior ionizam o gás. Quando o gás passa a ser ionizado, o número de partículas é maior, pois os elétrons não mais estão ligados aos núcleos. Aumentando o número de partículas, a pressão do gás aumenta, e a camada se expande. Ao se expandir, ela esfria, diminuindo a velocidade e a energia das partículas, as quais eventualmente se recombina formando átomos neutros, diminuindo o número de partículas. Assim sendo, a pressão também diminui e a camada se contrai, aumentando a densidade e a opacidade; recomeça, então, o processo, o qual vai ser responsável pela pulsação nas estrelas. Sendo assim, a pulsação é um mecanismo auxiliar no transporte de energia para as estrelas.

Em uma região de ionização parcial, a opacidade aumenta quando a temperatura au-

menta, e a energia se acumula nesta camada. O elemento de massa torna-se mais quente que sua vizinhança, sendo instável à pulsação. Este é o mecanismo- κ , em alusão à opacidade κ . Por exemplo, a segunda ionização do He, responsável pela excitação das estrelas Cefeidas, ocorre em aproximadamente 40 000 K, onde o último elétron está sendo removido e recombinado. O trabalho de compressão é parcialmente responsável por ionizar o He, e as temperaturas não aumentam tanto quanto se a ionização não estivesse acontecendo. Então, a região de ionização tende a ser mais fria que as regiões circundantes sob compressão, e o calor tende a fluir para dentro da região ionizante. Esta parte do processo de desestabilização é chamada mecanismo- γ (Cox 1960).

Se a zona de ionização for muito superficial, o efeito de expansão da camada opaca faz com que a estrela perca uma pequena fração de massa, impossibilitando a pulsação. Em compensação, se a zona for muito interna, a energia transportada por esta não é suficiente para levantar as camadas acima dela, ou seja, a estrela também não pulsa. Nas anãs brancas pulsantes, a zona de ionização corresponde no máximo 20% do valor total de energia, não perturbando a estrela como um todo. Por conseguinte, para que haja pulsação, ou melhor, para que uma zona de ionização interfira na luminosidade da estrela, sua profundidade deve ser tal que a energia transportada seja capaz de deslocar as camadas superiores, causando variações de brilho. Dentro de uma faixa de instabilidade, quanto mais fria for a estrela, mais interna será a zona de ionização, maior é a quantidade de energia transportada pela pulsação, logo, maior é a amplitude real da variação de luminosidade. Ainda, quanto mais interna estiver a camada, maior é período, que é o tempo térmico, similar ao tempo dinâmico da camada.

A pulsação ocorre quando não há equilíbrio hidrostático e um elemento de massa se move, similar à condução de convecção. As forças não são contrabalançadas e a aceleração local causa o movimento dos fluidos. O tempo dinâmico ou de queda livre pode ser estimado calculando-se a desobediência ao equilíbrio hidrostático. Supondo que, em algum ponto da

estrela, a aceleração gravitacional de uma fração de massa f não seja contrabalançada pela força de pressão, acelerando uma certa quantidade de matéria, temos que:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = f \frac{GM_r}{r^2} \quad (1.4)$$

A aceleração causa um deslocamento $dr = fR$, onde R é o raio da estrela. Assumindo que o movimento seja retilíneo e uniformemente acelerado, resolve-se esta equação para dt :

$$dr = \frac{1}{2} \frac{d^2 r}{dt^2} dt^2 \equiv fR \quad (1.5)$$

$$\tau_{din} = dt = \left(\frac{2fR}{d^2 r/dt^2} \right)^{\frac{1}{2}} \approx \left(G \frac{M}{R^3} \right)^{-\frac{1}{2}} \approx \left(\frac{1}{G\bar{\rho}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.6)$$

onde $\bar{\rho}$ é a densidade média. Calculando para um ponto médio do Sol, $\tau_{din} \sim 15$ min.

Qualquer não cumprimento da condição de equilíbrio hidrostático causa deslocamentos grandes e rápidos. O resultado relevante da derivação acima é que o período de pulsação radial, o tempo dinâmico, é dado por $P \approx \frac{1}{(G\bar{\rho})^{1/2}}$. A camada se ioniza e se desioniza periodicamente, causando a modulação do fluxo radiativo que perturba toda a estrela e atinge sua superfície.

Para calcular os períodos das pulsações em interiores estelares, a primeira aproximação feita é a adiabática; supõe-se que não há mudança de energia na estrela. Desta forma, a energia transportada pela pulsação ao atingir a atmosfera é refletida para o interior. Esta é uma grande simplificação do problema que o torna solúvel, mas toda e qualquer informação sobre o que está gerando a pulsação, bem como a determinação sobre o valor de sua amplitude, está sendo perdida. O cálculo das amplitudes e o estudo das características da instabilidade são possíveis utilizando-se a aproximação não-adiabática, que leva em conta o calor trocado entre os elementos que estão em movimento por causa da pulsação.

As pulsações em interiores estelares podem ser consideradas como ondas sonoras, com

comprimento de onda da ordem do raio da estrela. O período de pulsação P é igual ao tempo dinâmico, a menos de alguns fatores numéricos da ordem de 1, já que as pulsações radiais ou não-radiais de baixa ordem e os processos dinâmicos são determinados pela energia gravitacional da estrela. A expressão correta para o período radial de pulsação é:

$$P = \frac{2\pi}{[(3\Gamma_1 - 4)\frac{4\pi}{3}G\bar{\rho}]^{1/2}} \quad (1.7)$$

onde $\Gamma_1 = \left(\frac{\partial \ln P}{\partial \ln \rho}\right)_{\text{ad}}$ é a relação Lagrangeana entre mudanças em pressão e mudanças em densidade.

Considerando-se anãs brancas com $\bar{\rho}_{ab} \simeq 10^6 \text{ g cm}^{-3}$ e supergigantes com $\bar{\rho}_G \simeq 10^{-9} \text{ g cm}^{-3}$, os períodos radiais podem variar de 3 s a 1 000 dias.

As pulsações radiais são aquelas em que ocorre mudança de raio, ou seja, a estrela aumenta o tamanho e depois retorna ao tamanho original; a simetria radial da estrela é mantida. Este tipo de pulsação é característico das variáveis clássicas, por exemplo as Cefeidas e as Miras. As pulsações não-radiais, nas quais a simetria radial não é preservada, são típicas do Sol, das anãs brancas pulsantes, das δ Scuti, das roAp e outros tipos de variáveis.

A descrição das grandezas que caracterizam as pulsações, tais como deslocamentos radial e angular, variações de temperatura e fluxo de energia, podem ser separadas em duas componentes, uma radial e outra angular, na forma:

$$\delta F(r, \theta, \phi) = \Re\{F_k(r) Y_\ell^m(\theta, \phi) e^{i\sigma t}\} \quad (1.8)$$

onde $F_k(r)$ é uma função que varia com o raio r e σ é a frequência de pulsação dada por $\sigma = \frac{1}{P}$. O índice k é o número de nodos entre a superfície da estrela e o centro. Neste sentido, mesmo que a pulsação seja gerada em uma zona de ionização no envelope da estrela, este efeito se propaga em toda a estrela. O termo $Y_\ell^m(\theta, \phi)$ é uma função, chamada harmônico

esférico, que varia com os ângulos θ e ϕ . O índice ℓ é o grau do harmônico esférico e m é o número azimutal.

1.4.1 Harmônicos Esféricos

Os harmônicos esféricos constituem uma base completa de funções. Isto significa que as funções são linearmente independentes entre si, ou ainda, ortogonais; nenhum harmônico esférico pode ser escrito em termos de outros. Qualquer outra função angular pode ser descrita como uma combinação linear das funções da base dos harmônicos esféricos.

As funções de harmônicos esféricos $Y_\ell^m(\theta, \phi)$ são dadas para $m \geq 0$, por:

$$Y_\ell^m(\theta, \phi) = \frac{(-1)^\ell}{2^\ell \ell!} \sqrt{\frac{2\ell+1}{4\pi} \frac{(\ell-m)!}{(\ell+m)!}} e^{im\phi} \frac{1}{\sin^m \theta} \frac{d^{\ell-m}}{d(\cos \theta)^{\ell-m}} (\sin \theta)^{2\ell} \quad (1.9)$$

Define-se $Y_\ell^{-m}(\theta, \phi)$ como:

$$Y_\ell^{-m}(\theta, \phi) = (-1)^m [Y_\ell^m(\theta, \phi)]^* \quad (1.10)$$

ℓ pode ter qualquer valor natural, $\ell = 0, 1, \dots$, e m é limitado pelo valor de ℓ na forma: $|m| \leq \ell$.

Na figura 1.5 está a visualização dos harmônicos esféricos para diferentes ℓ e m (Metcalf 2001).

1.4.2 Modos de Pulsação

Os modos de pulsação são classificados segundo a força que atua no elemento em movimento no sentido de reestabelecer o equilíbrio. Na tabela 2.2 estão os modos de pulsação e

Spherical Harmonic Visualizations

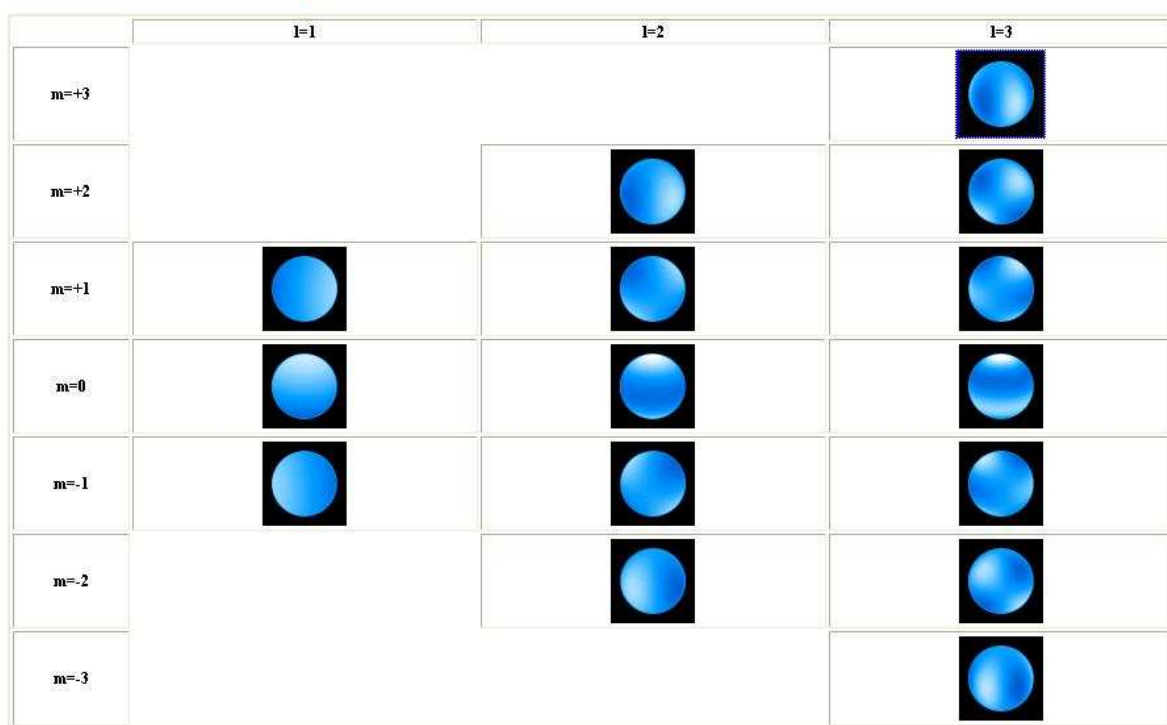


Fig. 1.5: Figura que mostra os harmônicos esféricos, da tese de doutorado de Travis Scott Metcalfe.

Modos	Força Restauradora
g	Gravitacional
p	Pressão do gás
r	Coriolis
s	Fricção

Tab. 1.2: Modos de Pulsação

suas respectivas forças restauradoras. Cowling (1941) introduziu também a nomenclatura de um modo f (fundamental), com período entre os modos p e g .

Quando ℓ é igual a zero, os modos p de pulsação são radiais, pois não há nenhuma contribuição angular, já que $Y_0^0(\theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}$.

É importante salientar que estes são apenas alguns dos vários modos de pulsação possíveis que existem, se a estrutura não for gasosa, como nas estrelas de nêutrons¹. Dos modos listados, os que serão tratados aqui são os modos- g , que ocorrem nas anãs brancas, e os modos- p , que são os observados no Sol. Estes são os modos dominantes para os limites evolucionários. O Sol é, sem dúvida alguma, a estrela mais conhecida por nós. Entre todas as demais classes de estrelas pulsantes, as anãs brancas são mais compreendidas, principalmente por causa de sua estrutura simples.

Os modos- p , detectados no Sol, constituem-se nos modos de alta frequência do espectro de oscilações não-radiais, apresentando uma grande quantidade de frequências. Assintoticamente, as frequências são igualmente espaçadas, amostrando a estrutura de temperatura, pois a pressão do gás não-degenerado depende da temperatura.

Os modos- g , responsáveis pela pulsação nas anãs brancas, são de baixa frequência re-

¹ Modos estranhos (*strange*) também aparecem nos modelos de estrelas na sequência principal ou gigantes, PNNV, Wolf-Rayet; são modos radiais que aparecem nos cálculos não-adiabáticos, causados por ressonâncias nas camadas acima e abaixo da zona de ionização parcial (Buchler, Yecko & Kollath 1997)

lativamente ao modo- p e aparecem em menor quantidade. Para estes modos, os períodos é que são igualmente espaçados para valores assintóticos de k , o que é muito útil para a análise das anãs brancas pulsantes, e são muito sensíveis ao valor de ℓ , $P \propto \frac{1}{\ell(\ell+1)}$.

1.4.3 Pulsações das Anãs Brancas

A primeira anã branca pulsante descoberta foi a estrela HL Tau 76 por Arlo Landolt em 1968. Ele estava definindo estrelas padrões quando, por acaso, deparou-se com uma anã branca que apresentava variações periódicas de brilho. Por terem períodos entre 100 s e 1 200 s, quando os períodos radiais deveriam ter ~ 3 s, foram logo consideradas como pulsações não-radiais (Robinson 1979).

Os modos- g se propagam no envelope das anãs brancas, enquanto que os modos- p , com períodos de poucos segundos e ainda não observados (Kepler et al. 1982), se propagam no seu interior. Este comportamento é oposto ao que se observa no Sol.

A causa da instabilidade é a mesma que excita as variáveis clássicas, estando associada às zonas de ionização parcial do H e do He. Para objetos mais quentes, como é o caso das DOVs, os modelos teóricos mostram que os elementos responsáveis pelas pulsações são o C e o O, que estão quase completamente ionizados; a temperatura é extremamente alta ($T_{\text{ef}} \sim 70\,000$ K a $140\,000$ K), de modo que o H e He estão completamente ionizados. Um detalhe interessante é que as DOVs não têm zonas convectivas, apenas radiativas.

As anãs brancas definem faixas de instabilidade ao longo de sua sequência de esfriamento. A faixa de instabilidade das DBVs é a única classe de variáveis que foi predita antes de ser observada (Winget et al. 1983). Até agora são conhecidas apenas 9 DBVs. A pequena quantidade de DBVs observadas dificulta a delimitação e as propriedades da faixa de instabilidade. Resultados de modelos sugerem que as DBs começam a pulsar com

$T_{\text{ef}} \simeq 30\,000\text{ K}$, cessando em $T_{\text{ef}} \simeq 20\,000\text{ K}$.

A faixa de pulsação causada pela ionização do H é bem mais conhecida em função da quantidade razoável de DAVs conhecidas. As estrelas que definem a borda azul da faixa de instabilidade têm $T_{\text{ef}} \simeq 12\,500\text{ K}$, enquanto que as que definem a borda vermelha têm $T_{\text{ef}} \simeq 11\,200\text{ K}$ (Bergeron et al. 1995). Observacionalmente determinou-se a dependência da faixa de instabilidade com a massa da anã branca; quanto mais massiva for a estrela, maior a T_{ef} com a qual ela começará a pulsar (Giovannini et al. 1998). Os trabalhos teóricos de Bradley & Winget (1994), Fontaine et al. (1994) também apontam esta relação. Apesar desta forte dependência, o tamanho da faixa de instabilidade ($\sim 1\,500\text{ K}$) é similar para todas as massas.

As DAVs que definem a borda azul da faixa de instabilidade têm períodos de pulsação muito próximos de 215 s, de baixa amplitude ($\sim 2\%$). A amplitude, ao passo que a estrela esfria, vai aumentando. Este primeiro bloco de períodos deve ser o modo $k = 1$ ou 2, $\ell = 1$; entretanto, os modelos de Don Winget dizem que os primeiros modos excitados são $\ell = 3$ e $k = 1$ para períodos da ordem de 100 s. Uma das estrelas que definem a borda azul é a G 226–29 com período de pulsação de 109 s, com mesmo k e ℓ , separado por rotação (Kepler et al. 1995). Kepler et al. (2000) compararam a amplitude de pulsação no ótico com o ultravioleta, demonstrando que este modo é um $\ell = 1$.

A borda vermelha da faixa de instabilidade, quando a estrela pára de pulsar, é caracterizada por períodos de pulsação próximos de 600 s, de alta amplitude ($\sim 20\%$). O intrigante é que não existem estrelas com pulsações de baixa amplitude mais frias que as da borda vermelha. Na verdade, a amplitude cai pelo menos por um fator de 40, já que o limite de detecção de Kanaan et al. (2002) era de 5 mma (ma \equiv modulação de amplitude; 10 mma=1%), e as variáveis na borda vermelha têm amplitude em torno de 40 vezes maior.

As pulsações detectadas nas anãs brancas têm $\ell = 1$ ou 2, com variações de raio e temperatura da ordem de 1 metro e de 200 K, respectivamente (Robinson, Kepler & Nather

1982, RKN).

1.4.4 Efeitos não-lineares

Os harmônicos são oscilações cujas frequências são múltiplos inteiros de uma frequência principal. Seja uma periodicidade de frequência f , o primeiro harmônico tem $2f$, o segundo harmônico tem $3f$, e assim por diante.

Os processos que podem gerar harmônicos e combinações lineares em uma estrela variável são: resposta não-linear do fluxo a uma variação de temperatura, resposta não-linear da zona de convecção a uma perturbação oscilatória que a atravessa, ressonância entre os modos de pulsação e excitação não-linear dos modos. Os processos de resposta não-linear, chamados de distorções na forma do pulso, têm origem na resposta não-linear do meio estelar às pulsações.

No caso de pulsações não-radiais, o espectro de frequências é bastante denso, tendo várias pulsações simultâneas, possibilitando ressonâncias. As ressonâncias podem causar chaveamento de frequências, isto é, frequências aproximadamente ressonantes podem ser deslocadas de modo que se observem frequências exatamente ressonantes, com amplitudes constantes (Buchler, Goupil & Hansen 1997).

Como a zona de ionização parcial é a causa da pulsação, as amplitudes das pulsações devem aumentar de acordo com a escala de tempo evolucionário, já que a zona de ionização parcial está se deslocando para dentro com o esfriamento da estrela. A energia térmica cresce exponencialmente à medida que a ionização vai se aprofundando, logo, a energia disponível para a pulsação também cresce na mesma taxa. Quando a amplitude de pulsação cresce até atingir proporções não-lineares, um modo normal não pode mais ser descrito por meio de harmônicos esféricos.

Nas teorias lineares de ressonância, as combinações de três ou mais frequências devem ter amplitudes muito menores do que as combinações de duas frequências, porque envolvem coeficientes de mais alta ordem.

1.5 Transformada de Fourier

Com o objetivo de identificar como a estrela está variando sua luminosidade, é necessário analisar sua curva de luz. A transformada de Fourier é usada como a ferramenta matemática neste procedimento, para que possamos passar do espaço temporal para o de frequências e encontrar as periodicidades da estrela variável.

A transformada de Fourier clássica de uma função $f(x)$ pode ser definida como:

$$\mathcal{F}[f(x)] \equiv F(w_x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-2i\pi w_x x} dx \quad (1.11)$$

e a transformada inversa que recupera a função original:

$$\mathcal{F}^{-1}[F(w_x)] \equiv f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(w_x) e^{+2i\pi w_x x} dw_x \quad (1.12)$$

onde w_x é a frequência e $i \equiv \sqrt{-1}$

A função $f(x)$ deve ser integrável e finita, isto é:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)| dx < \infty \quad (1.13)$$

Lembramos que:

$$e^{-2i\pi w_x x} \equiv \cos(2\pi w_x x) - i \sin(2\pi w_x x) \quad (1.14)$$

Na prática, a função que estamos analisando é discreta, já que a observação da estrela e, conseqüentemente, a obtenção de sua curva de luz, se dá em um tempo finito e discreto, ao contrário do que sugere a expressão analítica acima. Para discretizar a expressão analítica, substitui-se a integral por uma soma discreta sobre todos os pontos observados e os limites para cobrir apenas o intervalo referente ao tempo de observação. A transformada discreta (DFT) de um sinal é então:

$$\mathcal{F}[f(x)] \equiv F(w_x) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{x=0}^{N-1} f(x) e^{-2i\pi w_x x/N} \quad (1.15)$$

onde N é o número total de pontos observados, w_k é o índice de cada ponto da curva de luz e x é a separação de cada ponto k da curva de luz, para $N = 0, 1, \dots, N-1$.

E a transformada inversa:

$$\mathcal{F}^{-1}[F(w_x)] \equiv f(x) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{w_x=0}^{N-1} F(w_x) e^{2i\pi w_x x/N} \quad (1.16)$$

Ao adaptar as expressões discretas para a análise da estrela, tem-se que $x = t$, o tempo entre cada contagem fotométrica que compõe a curva de luz, N o número total de pontos, sendo o tempo total de observação T dado por $T = t \times N$, se as observações forem igualmente espaçadas. Uma vez que estamos interessados no espaço de frequências f e não de frequências angulares $w_x = \frac{f}{2\pi}$, deve-se trocar a variável envolvida na transformação. Reescrevendo a expressão da transformada de Fourier, para uma função $g(t)$:

$$\mathcal{F}[g(t)] = G(f) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{t=0}^{N-1} g(t) e^{-itf/N} \quad (1.17)$$

Supondo que existam duas senóides cujas frequências são f_1 e f_2 , elas causarão batimento com uma frequência $f_b = \frac{f_1 - f_2}{2}$. Neste caso, para verificar a presença das duas frequências é necessário ter um tempo de observação total de $T = \frac{1}{f_b} = \frac{2}{f_1 - f_2} = \frac{2}{\Delta f}$, pelo menos.

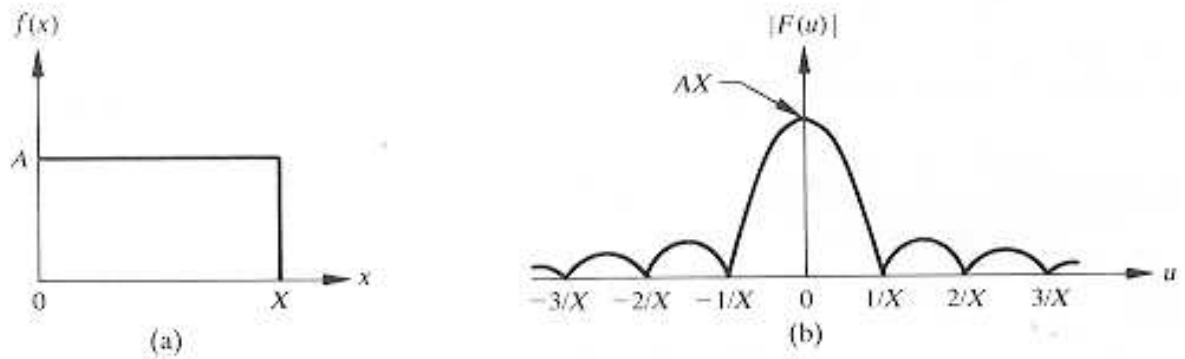


Fig. 1.6: Parte real da transformada de Fourier de um pulso retangular.

Calculando a transformada de Fourier de um pulso retangular, definido por:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } |x| < T \\ 0 & \text{se } |x| \geq T \end{cases}$$

A transformada de Fourier $F(w)$ de $f(x)$ é dada por:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}[f(x)] \equiv F(w) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-iwx} dx \\ &= \int_{-T}^T 1 \cdot e^{-iwx} dx \\ &= \left. \frac{e^{-iwx}}{-iw} \right|_{-T}^T \\ &= \frac{1}{-iw} (e^{-iwT} - e^{iwT}) \\ &= 2T \frac{\sin(wT)}{wT} \\ &= 2T \text{sinc}(wT), \end{aligned}$$

já que

$$\sin(wt) = \frac{e^{+iwt} - e^{-iwt}}{2i}.$$

o que está na figura 1.6.

O teorema da convolução enuncia que a transformada de Fourier de duas funções convoluídas no espaço temporal é igual ao produto das duas funções no espaço de frequências (domínio de Fourier):

$$\mathcal{F}[f(x) * h(x)] = F(w_x)H(w_x) \quad (1.18)$$

onde o operador $*$ denota a operação de convolução.

Na prática, o que fazemos para analisar as observações é usar este teorema, uma vez que as observações são o produto de uma caixa com a curva de luz da estrela. A caixa representa a finitude das observações. Em geral, os turnos de observações ocorrem ao longo de vários dias e podem ser interrompidos por nuvens; então, tem-se várias caixas.

1.6 Qual é o objeto de estudo?

O objeto do meu estudo foi a estrela anã branca pulsante G 185–32, uma DAV, também chamada de PY Vul, que foi descoberta pulsante por McGraw et al. (1981). Eles encontraram uma estrutura de períodos complexa, de baixa amplitude. A periodicidade principal está em $P=215\text{ s}$ (f_0), e há outras em 141 s ($\frac{3f_0}{2}$) e 71 s ($3f_0$). Eles constataram que o primeiro harmônico $2f_0$ ($\sim 107\text{ s}$) não apareceu em nenhum momento com uma amplitude significativa. Analisando a transformada de Fourier deles, nós pudemos reconhecer os picos em torno de 300 s e 370 s .

Entre todas as anãs brancas pulsantes, esta estrela mostra a periodicidade de menor período observada até agora. Além disto, a amplitude das pulsações é pequena comparada com a das demais ZZ Ceti com períodos similares. A estrela apresenta pulsações em períodos curtos ($\sim 71\text{ s}$), bem como em períodos longos ($\sim 560\text{ s}$). As periodicidades curtas são características de DAVs na borda azul, quando a estrela começa a pulsar. Por outro lado, as periodicidades longas são representativas de DAVs na borda vermelha.

Kepler et al. (2000) estudaram os espectros de séries temporais desta estrela obtidos com o Espectrógrafo de Objetos Fracos (FOS) do Telescópio Espacial Hubble e detectaram

periodicidades em 215,7 s, 370,1 s, 70,9 s, 72,5 s, 301,3 s, 300,0 s, 560,0 s e 141,8 s. Eles mostraram que a amplitude da periodicidade em 141,8 s não aumenta para o ultravioleta como predito pelos modelos (RKN, Robinson et. al 1995). Eles também determinaram os valores de ℓ para estas periodicidades, supondo valores fixos de temperatura efetiva e gravidade superficial. O resultado que eles obtiveram foi $\ell = 1$ para todos os períodos, inclusive para os curtos (em torno de 71 s).

Trabalhos prévios em determinações de parâmetros atmosféricos foram feitos por Bergeron et al. (1995); eles obtiveram $\log g = 8,05 \pm 0,05$ e $T_{\text{ef}} = 12\,130 \pm 200$ K para modelo de atmosfera com $ML2/\alpha = 0,6$ ajustado ao espectro óptico. Koester & Allard (2000) mostram que a magnitude V observada, paralaxe e espectro UV podem ser usados para restringir a gravidade, obtendo $\log g = 7,92 \pm 0,10$ e $T_{\text{ef}} = 11\,820 \pm 110$ K. Kepler et al. (2000), usando o espectro médio do HST, obtiveram o valor de temperatura efetiva $T_{\text{ef}} = 11\,770 \pm 30$ K, para a gravidade superficial de Koester & Allard.

Thompson & Clemens (2003) reportam séries temporais de espectroscopia obtidas no telescópio Keck de 10 m no Havaí e propuseram que o ângulo do eixo de pulsação tem uma inclinação de 90° com o plano do céu, pois eles não observaram nenhuma variação de velocidade. Seguindo esta interpretação, o pico na transformada de Fourier em 285,1 s, que eles chamaram de f_3 , é um pequeno pico que, segundo eles, é o modo normal, e os picos em 141,9 s ($2f_3$), 95,1 s ($3f_3$) e 70,9 s ($4f_3$) são seus harmônicos.

Capítulo 2

Observações com o WET

O Telescópio da Terra Inteira (Whole Earth Telescope, WET) é uma colaboração de astrônomos distribuídos por todo o mundo para observar continuamente estrelas variáveis com períodos de minutos. As anãs brancas pulsantes, que apresentam variações multi-periódicas de luz com períodos desta ordem, são um excelente exemplo de objetos alvo do WET. Esta associação é composta atualmente por vinte e três telescópios com diferentes aberturas e em diferentes localizações ao redor do globo. Nas campanhas do WET, obtém-se dados aproximadamente contínuos ao longo de poucas semanas de observação.

A estrela G 185–32 foi observada pelo grupo de astrônomos do WET, em 1992, durante a oitava campanha (Xcov 8), como mostrado na tabela 2.1. O tempo total de observação foi de 76,4 horas, sendo o ciclo de funcionamento de 34%. Todos os oito telescópios utilizados tinham fotômetros de 2 canais; enquanto o primeiro canal observava a estrela G 185–32, o segundo estava monitorando uma estrela próxima para garantir que variações na sua curva de luz não estavam sendo causadas por variações na transparência do céu.

Os dados obtidos com o WET, que consistem de um conjunto de curvas de luz para cada noite (ou parte dela), foram reduzidos e analisados como descrito por Kepler (1993); o procedimento de redução dos dados consiste em corrigir por perdas de tempo morto, fundo do céu, extinção, como unir falhas temporais menores que um ciclo de período de variação

Telescópio	Turno	Data	UT	Tamanho (s)
Suhora 0,6 m	x8004	1992 Set 21	21:55:45	1540
Suhora 0,6 m	x8005	1992 Set 21	22:21:50	6650
LNA 1,6 m	ro017	1992 Set 22	0:04:20	8810
McDonald 2,1 m	pab-0142	1992 Set 22	3:33:30	10770
Suhora 0,6 m	x8007	1992 Set 22	19:12:20	13185
LNA 1,6 m	ro019	1992 Set 22	22:20:10	14430
Suhora 0,6 m	x8009	1992 Set 23	19:05:00	15185
McDonald 2,1 m	pab-0146	1992 Set 24	1:47:00	18210
Suhora 0,6 m	x8010	1992 Set 24	18:58:00	13760
McDonald 2,1 m	pab-0152	1992 Set 25	1:46:30	14590
Mauna Kea 0,6 m	maw-0103	1992 Set 25	5:47:15	8130
Suhora 0,6 m	x8012	1992 Set 25	18:08:45	18335
Suhora 0,6 m	x8014	1992 Set 26	17:31:25	14060
Suhora 0,6 m	x8015	1992 Set 26	21:32:15	9570
La Palma INT 2,5 m	int-0018	1992 Set 26	22:33:00	11765
McDonald 2,1 m	pab-0159	1992 Set 27	1:46:00	21870
Mauna Kea 0,6 m	maw-0106	1992 Set 27	7:17:30	7875
Suhora 0,6 m	x8017	1992 Set 27	18:04:25	10205
La Palma INT 2,5 m	int-0021	1992 Set 27	20:02:00	18800
CTIO 1,5 m	jlp-0125	1992 Set 27	23:57:30	7175
McDonald 2,1 m	pab-0162	1992 Set 28	1:48:00	17220
Mauna Kea 0,6 m	maw-0108	1992 Set 28	5:17:00	14845
Siding Spring Obs 1,0 m	sjk-0204	1992 Set 28	9:54:00	12260
Maidanak 1,0 m	jesem-14	1992 Set 28	15:58:20	11035
McDonald 2,1 m	pab-0165	1992 Set 29	1:45:30	20285
Mauna Kea 0,6 m	maw-0109	1992 Set 29	5:13:20	19445
Siding Spring Obs 1,0 m	sjk-0205	1992 Set 30	9:33:00	5300
Mauna Kea 0,6 m	maw-0113	1992 Out 01	5:20:00	10865
Mauna Kea 0,6 m	maw-0116	1992 Out 03	5:21:00	1070

Tab. 2.1: Jornal de Observações

nos dados, normalização dos dados pela intensidade média e subtração da média. Feito isto, os dados estão em intensidades moduladas (fracionárias) normalizadas. Para estas reduções usamos o programa QED 1.15, escrito por Edward Nather, da Universidade do Texas (Nather 1973, Nather et al. 1990).

As observações também precisam estar na mesma escala temporal. Como a Terra se move em torno do baricentro do sistema Solar, existe uma pequena oscilação na distância entre nós e a estrela, que translada o tempo de chegada de fótons por até ± 499 s, incluindo o atraso de até 3 s devido ao efeito dos planetas gigantes no baricentro do sistema solar. Esta é a correção feita em relação ao baricentro do sistema solar, transformando a escala temporal de Tempo Universal Coordenado (UCT), para a escala uniforme de Tempo de Coordenada Baricêntrica (BCT).

A curva de luz total é uma combinação simples de todas as curvas de luz reduzidas, obtidas em cada telescópio.

Após as correções descritas acima, usei um algoritmo de Transformada de Fourier Discreta (DFT), apropriado para dados não igualmente espaçados, descrito por Terry Deeming (Deeming 1975), à curva de luz total, com o programa “dft2.f”, escrito por Kepler. A transformada de Fourier de uma senóide contínua e infinita é uma delta de Dirac. Como estou trabalhando com uma curva que é a combinação de várias senóides, descontínua e finita, a forma da transformada não é esta. Quando se calcula a transformada de Fourier deste conjunto de dados, cada frequência coerente, referente a uma periodicidade, aparece como um pico de altura finita, com lobos laterais descritos aproximadamente por uma função erro ($\frac{\text{sen } wt}{wt}$), além do ruído (veja secção 1.5). A transformada de uma sinusoidal com o mesmo espaçamento dos dados é chamada de janela espectral. Na figura 2.1 está a janela espectral para os dados do WET na mesma escala de frequência da transformada de Fourier da figura 2.2, calculada pelo programa “win.f”, escrito por Kepler.

No caso de existirem muitas periodicidades nos dados, cada pico na transformada de

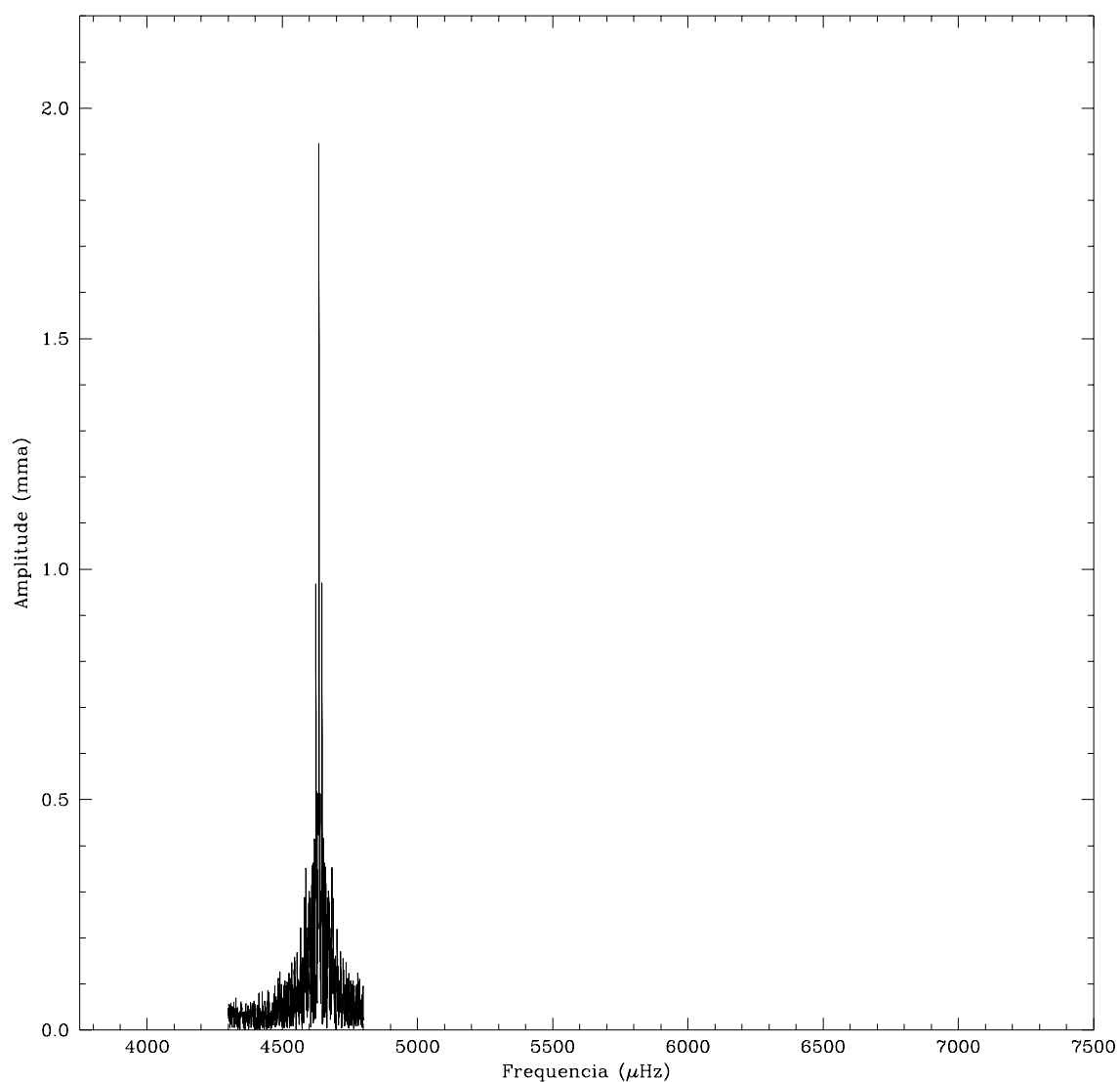


Fig. 2.1: Transformada de Fourier de uma frequência coerente, que é a janela espectral para o período de 215 s, na mesma escala de frequências da figura 2.2. Na figura 2.6 está a mesma janela, em escala expandida.

Fourier aparece com sua correspondente janela espectral. Por esta razão, nem todos os picos na curva transformada são devidos a periodicidades reais.

Para cálculo da fase, deve-se calcular a transformada com uma resolução em frequência (f) de, ao menos, 5 vezes a mínima ($\Delta f = 1/T$), para um tempo de observação total T . Para ter mais precisão, em geral, calcula-se a 10 vezes:

$$\Delta f = \frac{1}{10T} \quad (2.1)$$

Qualquer transformada de Fourier deve ser calculada no máximo até a frequência de Nyquist, dada por:

$$f_{\text{Nyquist}} = \frac{1}{2\Delta t} \quad (2.2)$$

onde Δt é o tempo de integração. A menor frequência estudada deve corresponder ao menos a um ciclo no conjunto de dados, apesar de os períodos e as amplitudes serem precisas apenas para períodos maiores que $10\Delta t$.

Na figura 2.2 está o espectro de Fourier, ou seja, a transformada de Fourier da curva de luz reduzida.

Para saber se um pico na transformada de Fourier é real ou não, deve-se estimar a probabilidade de que qualquer pico seja devido apenas ao ruído (*False Alarm Probability*). Como a estatística simples de transformada de Fourier de séries infinitas não pode ser diretamente aplicada a dados com interrupções, Kepler (1993) demonstrou que o ruído em uma transformada de Fourier pode ser estimado como sendo a amplitude média em todas as frequências, a raiz quadrada da amplitude quadrática. Eu calculei a amplitude média quadrática local na transformada de Fourier da seguinte maneira:

$$\langle A \rangle = \sqrt{\sum_{i=1}^N \frac{A_i^2}{N}} \quad (2.3)$$

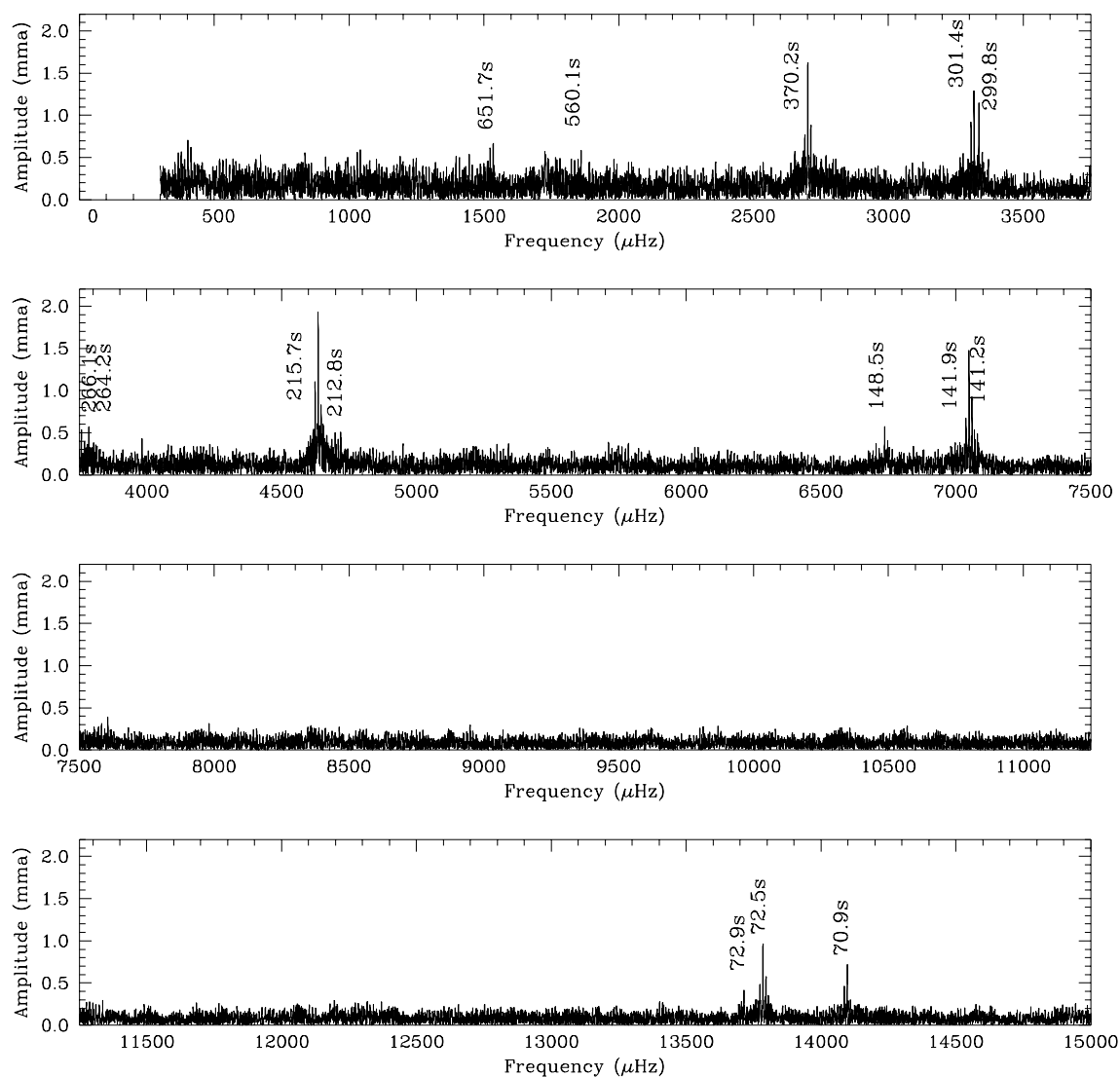


Fig. 2.2: Transformada de Fourier da curva de luz total dos dados do WET. As periodicidades identificadas estão listadas na tabela 3.1. A periodicidade em 560 s não foi encontrada neste conjunto de dados.

onde A_i são os valores das amplitudes em cada ponto i da transformada de Fourier que tem N pontos. Deve-se ter cuidado ao selecionar a região de cálculo da média, para que os efeitos de flutuações na transparência atmosférica sejam levados em conta: a média muda para baixas frequências. Esta mudança pode, por exemplo, ser verificada visualmente na figura 2.2. O ruído em altas frequências (quarto painel) é bem menor que em baixas frequências (primeiro painel). Neste tipo de dados, um pico central, com a mesma forma de uma janela espectral, e amplitude acima de $4\langle A \rangle$ tem probabilidade 1 em 1 000 de ser ruído. Este é o limite de detecção usado para estes dados.

Com a finalidade de obter amplitudes e fases precisas e as suas respectivas incertezas, deve-se ajustar senóides aos conjuntos de dados por mínimos quadrados lineares, com os períodos determinados pela transformada de Fourier, sendo apenas amplitudes e fases livres. Para obter incertezas nos períodos, deve-se ajustar senóides com períodos, amplitudes e fases livres ao conjunto de dados, por mínimos quadrados não-lineares.

Seguindo com a identificação de quais picos são correspondentes a variações na curva de luz e quais são ruído ou apenas parte da janela espectral, eu fiz o branqueamento (*pre-whitening*) dos dados, que consiste em subtrair dos dados uma senóide ideal com mesma frequência, amplitude e fase do pico principal da transformada de Fourier. Subtraindo a senóide dos dados, subtrai-se toda a janela espectral associada ao pico da transformada, incluindo a informação de fase. Após esta subtração, uma nova transformada de Fourier é calculada. O processo de subtração é refeito para o segundo maior pico e assim sucessivamente até que os picos restantes estejam abaixo do limite de detecção com o qual estou trabalhando. Se os picos remanescentes não tiverem a mesma forma da janela espectral que o pico principal, eles são, provavelmente, devido ao ruído. Na tabela 2.2 estão os valores característicos de cada uma das periodicidades acima do limite de detecção, na ordem em que foram subtraídas.

Para fazer o branqueamento dos dados, eu usei os programas "dft2.f", baseado no algo-

Período (s)	Amplitude (mma)	Tempo de Máximo (s)
215,7352	1,929	110,9306
370,1996	1,624	92,3679
141,8663	1,473	38,9002
301,4131	1,294	26,2508
299,7865	1,148	205,3607
72,5434	0,9618	28,5916
70,9341	0,7162	26,7875
651,6460	0,6664	73,0722
148,4510	0,5713	25,7761
264,1906	0,5694	135,9582
266,1158	0,5353	13,2248
212,8241	0,5024	48,5385
141,2350	0,4908	64,3047
72,9163	0,4118	15,2215

Tab. 2.2: Valores utilizados como entrada do programa “dft2.f”, que faz o branqueamento dos dados. Os períodos estão ordenados segundo a ordem em que foram subtraídos, do de maior amplitude para o de menor.

ritmo de Deeming, e “llspd.f”, ambos escritos por Kepler. A entrada do programa “llspd.f” é a curva de luz original e o período da senóide que se quer subtrair. O resultado deste é o valor do tempo de máximo, ou seja, da fase, e da amplitude. A subtração foi feita usando o programa “dft2.f” que também tem como arquivo de entrada a curva de luz original, as frequências inicial e final, o intervalo entre cada frequência e as características das senóides correspondentes às periodicidades da estrela que se quer subtrair: amplitude, período e tempo de máximo. O período pode ser facilmente obtido determinando-se o pico na transformada de Fourier diretamente ou por interpolação. Eu fiz esta determinação usando o programa “max.f”, que interpola uma gaussiana ao pico. A figura 2.3 é a transformada de Fourier após todas as subtrações dos picos que estão acima do limite de detecção.

O conjunto de dados do WET possibilitou que eu identificasse as seguintes periodicidades: 651,6 s, 266,1 s, 264,2 s, 212,2 s, 148,5 s, 141,2 s e 72,9 s. Não foi possível encontrar a periodicidade em 560 s, a qual aparece no espectro de Fourier dos dados do HST para esta estrela (Kepler et al. 2000).

2.1 Transformada de Fourier com pesos

O procedimento descrito anteriormente não leva em conta nenhum peso devido à abertura do telescópio, sítio de observação ou extensão dos dados. Para melhorar a razão sinal-ruído, eu calculei a transformada de Fourier com pesos (ponderada), os quais dependem não apenas do tamanho do telescópio e do número de pontos adquiridos, mas também das condições climáticas e das particularidades do sítio e instrumento.

Em primeiro lugar, identifiquei as periodicidades que estavam acima de quatro vezes a amplitude média quadrática ($\langle A \rangle$) da curva de luz total, ou seja, com probabilidade menor que 1/1 000 de serem devido ao ruído, como descrito na seção anterior. Eu subtraí de cada

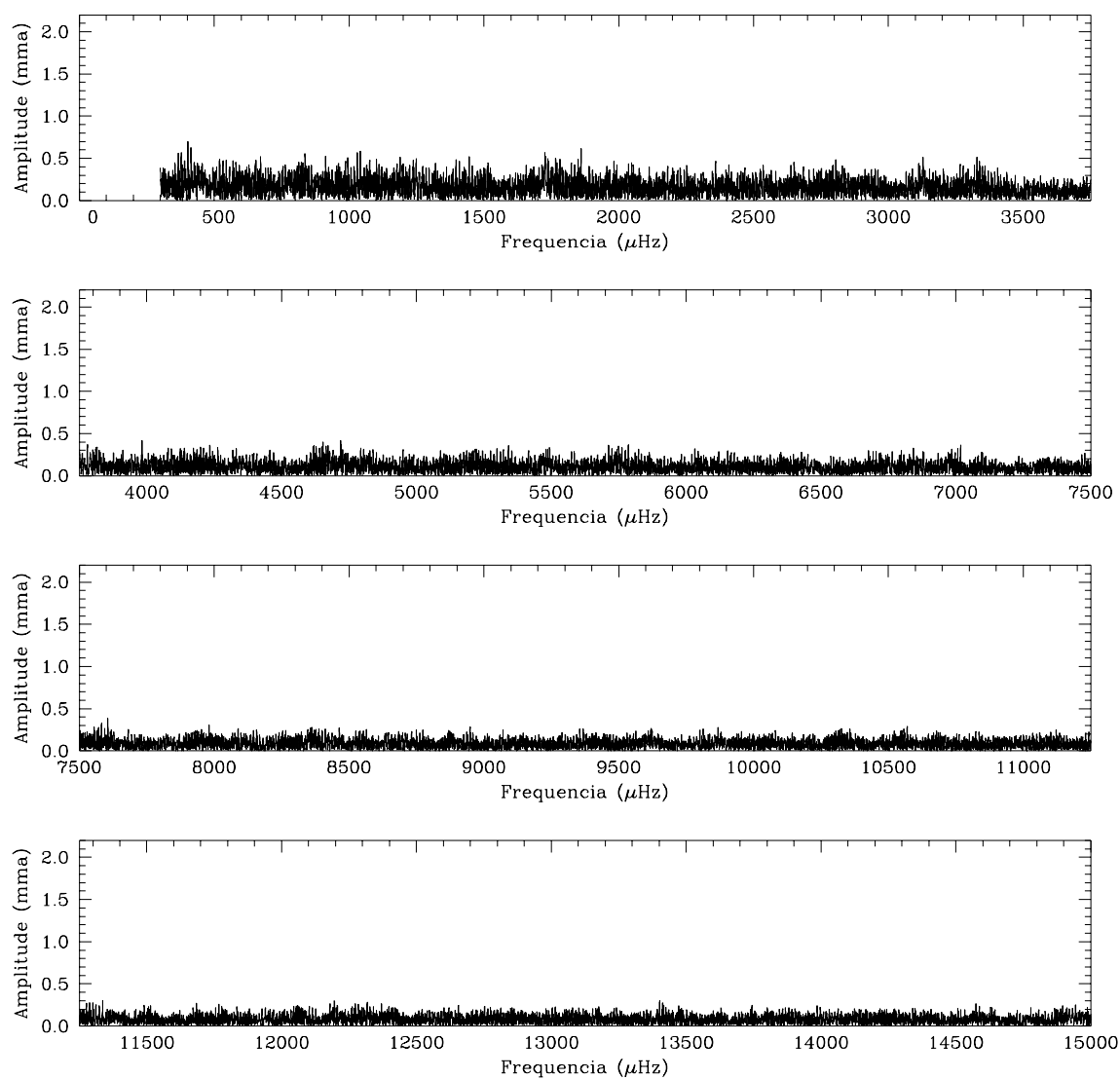


Fig. 2.3: Gráfico com a transformada de Fourier após a subtração dos picos reais. A única coisa que sobra é o ruído (ou picos reais abaixo do limite detectado).

um dos 179 pedaços da curva de luz estas periodicidades e fiz as transformadas de Fourier individuais. Então, calculei a amplitude média quadrática, estimando o ruído do pedaço (turno de observação de um telescópio em uma noite ou parte deste, com interrupção por nuvens ou medidas do céu inferior a 35s, metade do menor período). Isto garante que a estimativa do ruído não está sendo afetada pela presença de pulsações de grande amplitude. O peso é definido como o inverso da amplitude quadrática média. Na figura 2.4 está o valor do peso para cada pedaço de turno, usando diferentes telescópios. É interessante notar que, mesmo para um determinado telescópio, os pesos de cada observação são diferentes, pois dependem também das condições climáticas. Outra constatação não menos importante é que o sítio de observação também é determinante, pois telescópios equivalentes ou similares (por exemplo, de mesmo tamanho) podem ter melhor ou pior razão sinal-ruído de acordo com a localização geográfica, altitude, condição do espelho e ruído eletrônico no equipamento.

A transformada de Fourier com pesos da curva de luz total está na figura 2.5 e foi calculada com o programa “dft95.f” escrito por José Eduardo da Silveira Costa, do IF-UFRGS. Este programa lê o conjunto de dados e o peso para cada pedaço, multiplicando as curvas transformadas pelo peso correspondente, estimado para os pedaços de observações. A normalização leva em conta a soma dos pesos. Além das periodicidades já detectadas na transformada sem peso dos dados do WET, também identifiquei outras em 537,6s e 454,6s, acima do novo limite de detecção ($4\langle A \rangle$)

Na figura 2.6, está a comparação entre as janelas espectrais para um modo de pulsação, para os casos com e sem pesos. Como eu estou atribuindo pesos, estou dando peso muito pequeno para alguns pedaços (turnos) dos dados da curva de luz obtida com o WET. Isto é equivalente a usar menos dados, ou ainda, a basicamente usar somente as observações com menor ruído. Apesar de a janela espectral para a transformada com pesos parecer pior que a sem pesos (pior resolução), a razão sinal-ruído na transformada é maior. Uma estimativa da redução do ruído pode ser obtida da mudança da amplitude média, ($\langle A \rangle$), de 0,154 para

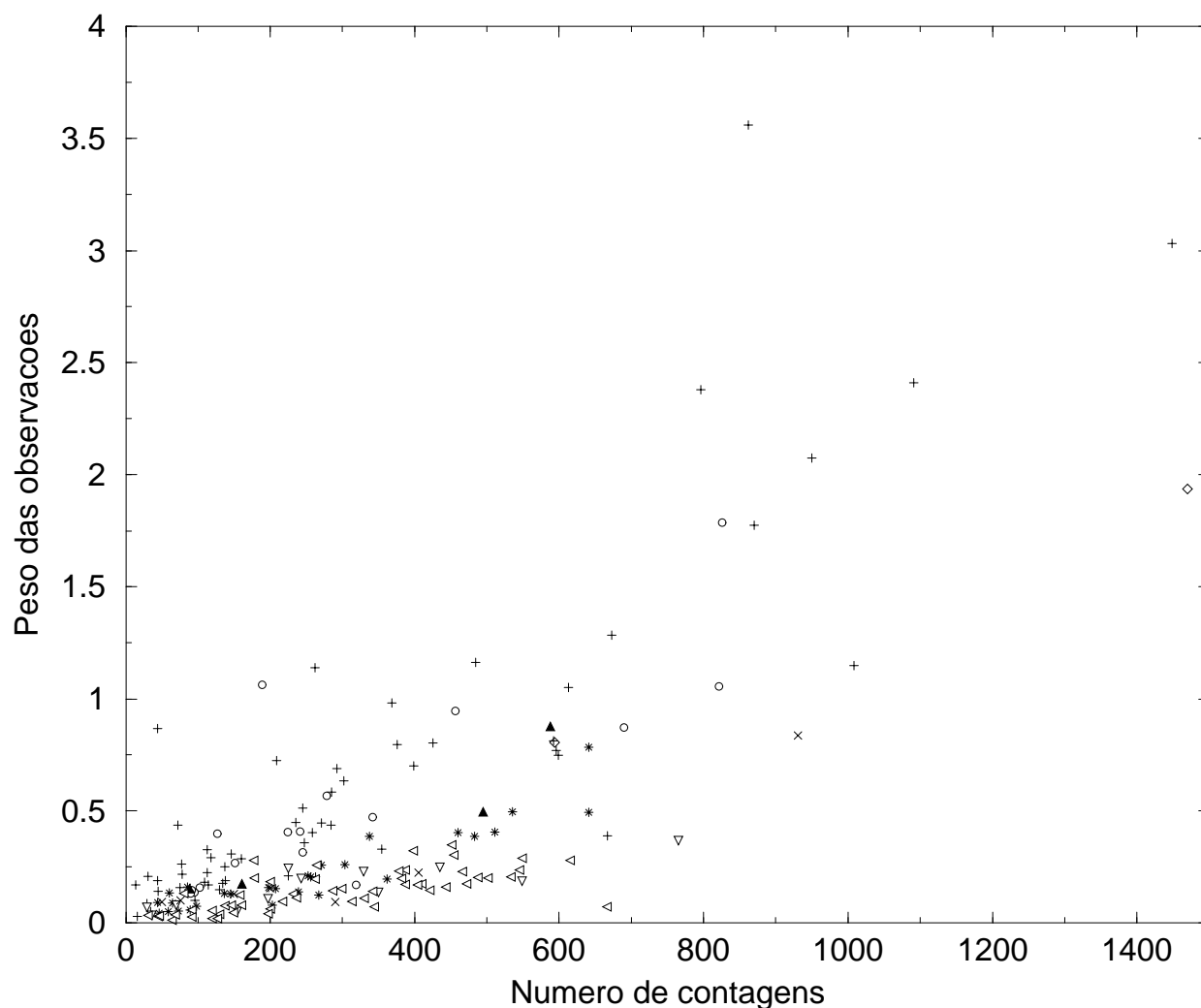


Fig. 2.4: Os pesos calculados para cada pedaço de observação em função de número de pontos, usando diferentes telescópios: La Palma 2,5 m (círculo aberto), Maidanak 1,0 m (losango aberto), Tololo 1,5 m (triângulo para cima fechado), Mauna Kea 0,6 m (estrela), McDonald 2,1 m (mais), LNA 1,6 m (triângulo para baixo aberto), Siding Spring 1,0 m (x) e Suhora 0,6 m (quadrado aberto). Vê-se claramente que o maior peso, mesmo para dados de mesmo número de pontos, não é o do maior telescópio. Os turnos foram separados em pedaços se tivessem interrupções maiores que 35 s.

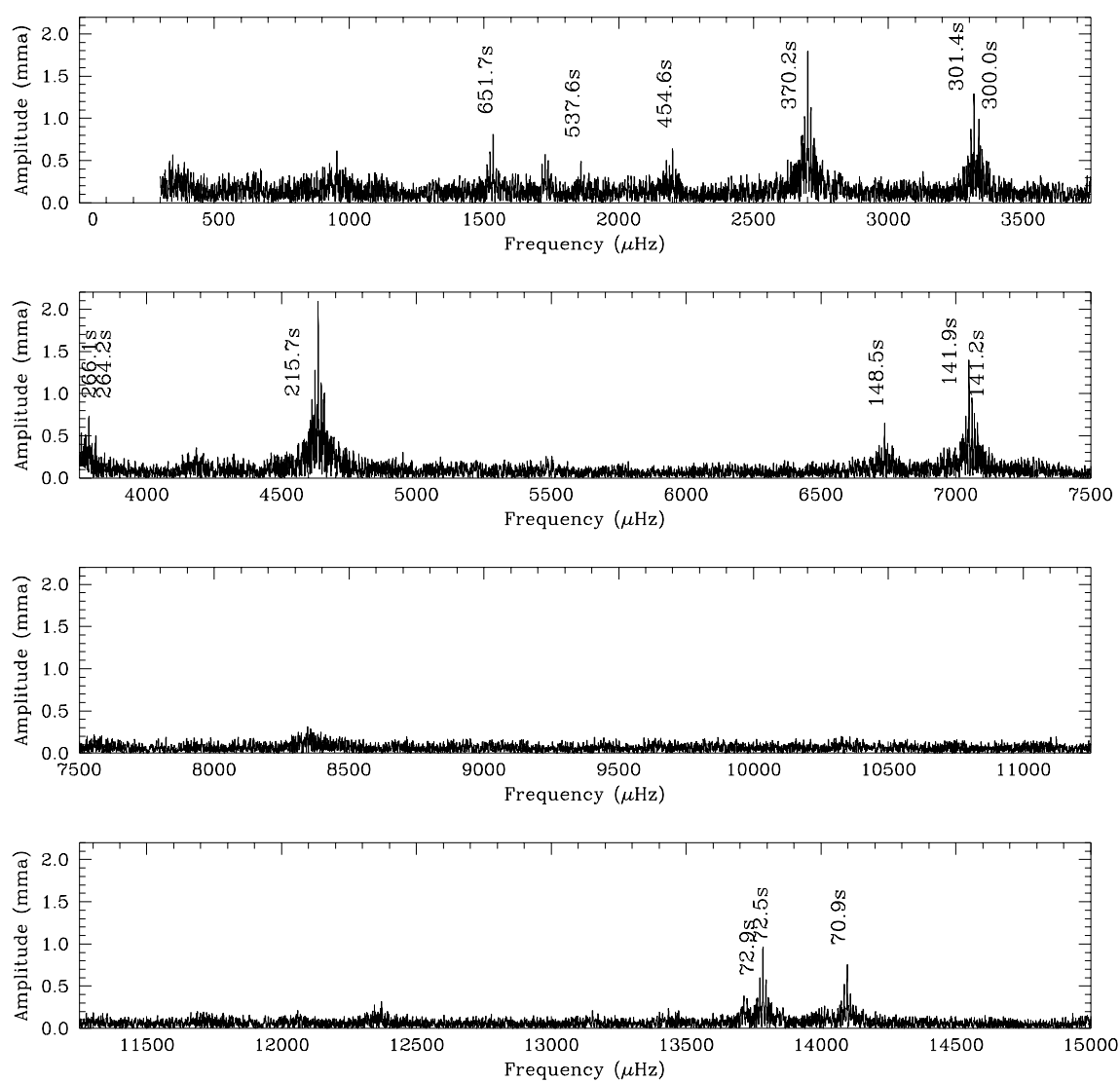


Fig. 2.5: Transformada de Fourier dos dados totais do WET com pesos. As periodicidades detectadas estão listadas na tabela 3.1

0,140 quando se vai do caso sem para com pesos, isto é, uma redução de 10%. Handler (2003) independentemente analisou aplicações de pesos na transformada de Fourier, com conclusões similares.

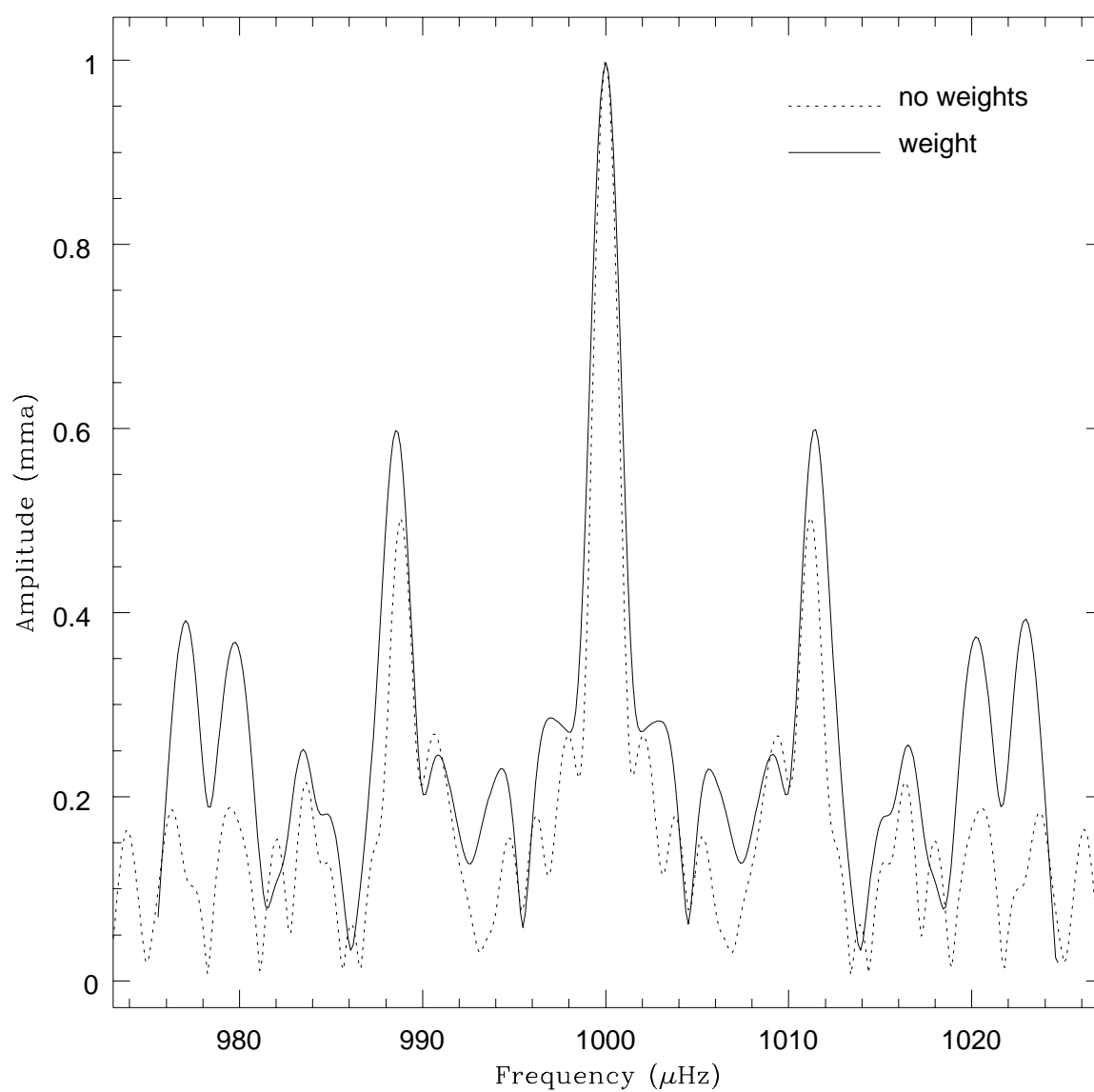


Fig. 2.6: Janela espectral dos dados do WET com pesos de acordo com o inverso da estimativa do ruído ao quadrado (linha sólida) e sem pesos (linha tracejada).

Capítulo 3

O conjunto de dados do HST

O conjunto de dados obtidos com o Espectrógrafo de Objetos Fracos (FOS) do Telescópio Espacial Hubble (HST) consiste em séries de exposições de 10 s. O detector tem 764 pixels úteis, cada um cobrindo $1,74 \text{ \AA}$, para comprimentos de onda de 1 180 até 2 508 \AA (primeira ordem) para a rede G160L. Com esta rede, a luz de ordem zero (luz não difratada) é observada simultaneamente, com um comprimento de onda efetivo em 3 400 \AA , sendo a contagem de fótons 100 vezes maior que a luz coletada no espectro de primeira ordem. Como os dados do HST são de apenas 7,1 horas totais, com intervalos quando a Terra passa na frente da estrela, a resolução espectral é bastante baixa comparada com a dos dados do WET.

Da mesma forma que para os dados do WET, fiz a transformada de Fourier da curva de luz total dos dados do HST, sem pesos pois trata-se do mesmo telescópio, nas mesmas condições de observações. A transformada e os picos identificados estão na figura 3.1 e na tabela 3.1.

Usando uma randomização (simulação de Monte Carlo) dos dados do HST, como descrito por Kepler (1993), eu determinei que um pico tem probabilidade menor que 1 em 1 000 de ser devido ao ruído na transformada de Fourier dos dados de ordem zero quando estiver acima de $3,3 \langle A \rangle$. O procedimento consiste em redistribuir aleatoriamente as observações

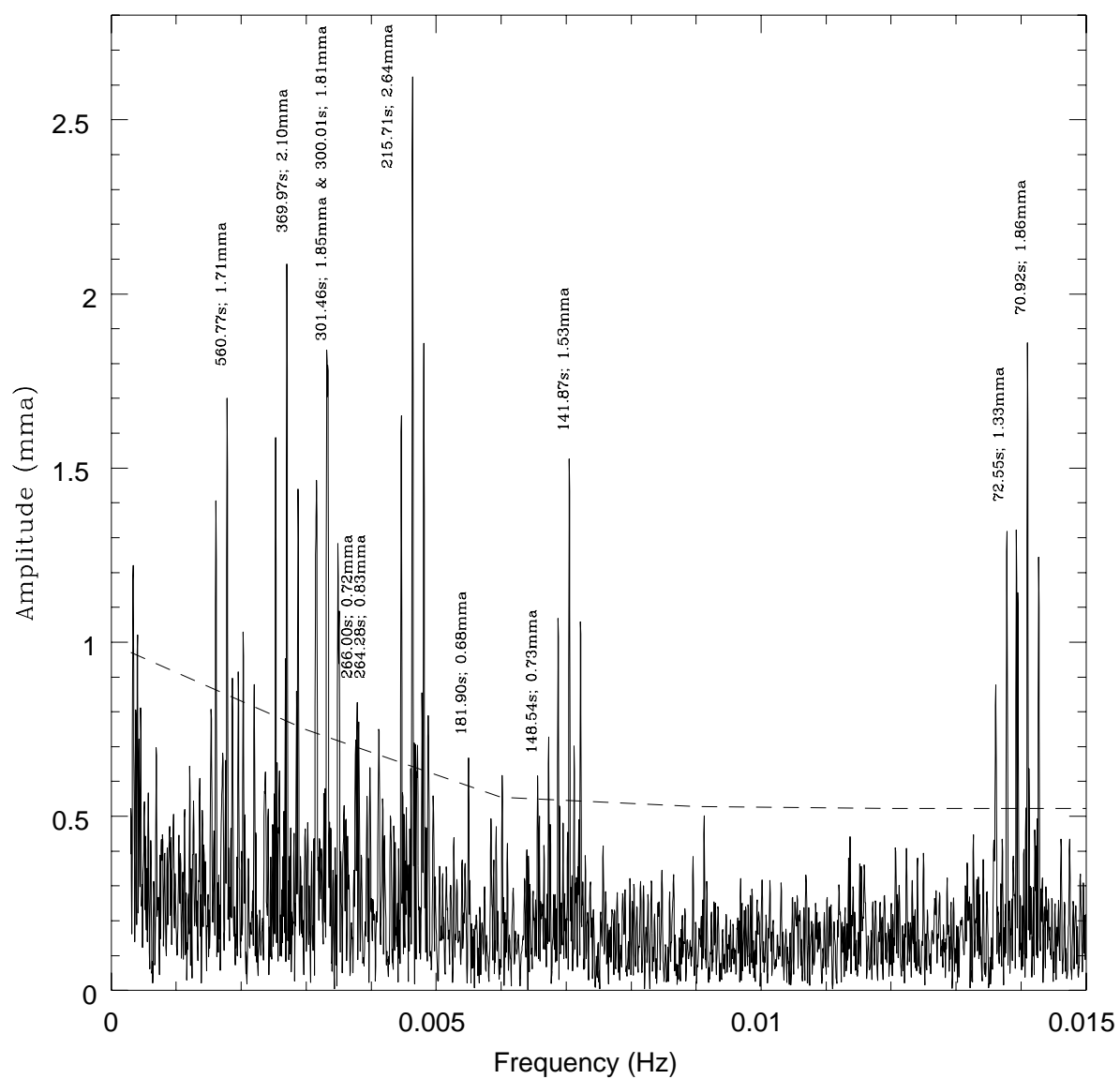


Fig. 3.1: Transformada de Fourier dos dados do HST (linha sólida). Outras periodicidades foram detectadas acima de $3,3 \text{ \AA}$ (linha tracejada).

em intensidade, mantendo o espaçamento temporal. Depois de calcular a transformada de Fourier discreta dos dados randomizados, determinei o valor da amplitude do maior pico e da amplitude média. O fator 3,3 foi determinado pela razão:

$$\frac{A_{\max}}{\langle A \rangle} = 3,3 \quad (3.1)$$

Com este limite, eu detectei as periodicidades em 264,3 s e 266,0 s, as quais também aparecem nos dados do WET abaixo de $4\langle A \rangle$, e 181,9 s, que está em torno de $1,5 \langle A \rangle$ nos dados do WET; nenhuma destas três foi identificada por Kepler et al. (2000).

Eu usei os períodos detectados com o WET e os encontrados na minha análise dos dados do HST para fazer o ajuste de múltiplas senóides com mínimos quadrados não-lineares aos dados do HST de ordem zero.

Na tabela 3.1 estão listadas todas as periodicidades detectadas até agora no conjunto de dados do WET e do HST. Os tempos de máximo do HST estão dados em relação a $T_0 = 244\,9929,9333442$ BCT, enquanto os do WET, $T_0 = 244\,8887,416559$ BCT. A fotometria obtida com o HST no intervalo de 1 266 a 2 484 Å é a soma em comprimentos de onda dos espectros temporais no UV. A resolução em frequência é da ordem de $1\mu\text{Hz}$.

Com os dados do HST eu detectei uma periodicidade em torno de 45 minutos, a qual é causada pelo movimento da estrela no detector. Isto ocorre porque há uma pequena oscilação térmica nos apoios dos painéis solares do HST quando o telescópio entra e sai na sombra da Terra. A oscilação do HST já foi descrita por Kepler, Robinson & Nather (1995).

3.1 Amplitudes no ultravioleta

Séries temporais de espectroscopia ultravioleta permitem a determinação dos índices ℓ de pulsação das anãs brancas. Os modelos atmosféricos desenvolvidos por Detlev Koester

Frequência (μHz)	Períodos (s)	WET		HST 3400Å		HST 1266–2484Å	
		Amplitude (mma)	T_{max} (s)	Amplitude (mma)	T_{max} (s)	Amplitude (mma)	T_{max} (s)
1534,45	651,70	0,67 \pm 0,07	74,12 \pm 10,77	0,91 \pm 0,12	94,44 \pm 13,57	2,88 \pm 0,27	122,19 \pm 9,74
1783,25	560,77	0,09 \pm 0,07	69,04 \pm 70,99	1,49 \pm 0,12	547,07 \pm 7,20	2,91 \pm 0,27	552,15 \pm 8,34
1860,15(?)	537,59	0,57 \pm 0,07	132,88 \pm 10,39	0,67 \pm 0,12	67,62 \pm 15,35	1,61 \pm 0,27	67,15 \pm 14,57
2199,91(?)	454,56	0,38 \pm 0,07	35,50 \pm 13,14	0,60 \pm 0,12	164,29 \pm 14,50	1,10 \pm 0,27	192,34 \pm 19,17
2701,18	370,21	1,62 \pm 0,07	91,98 \pm 2,52	2,21 \pm 0,12	89,97 \pm 3,18	4,75 \pm 0,27	96,09 \pm 3,34
3317,78	301,41	1,13 \pm 0,07	26,17 \pm 2,98	2,03 \pm 0,12	297,84 \pm 2,82	4,50 \pm 0,27	301,18 \pm 2,89
3335,62	299,79	0,95 \pm 0,07	203,63 \pm 3,53	1,77 \pm 0,12	212,58 \pm 3,22	3,91 \pm 0,27	211,28 \pm 3,30
3757,30	266,15	0,40 \pm 0,07	13,70 \pm 7,50	0,58 \pm 0,12	34,61 \pm 8,87	1,33 \pm 0,27	30,99 \pm 8,75
3785,20	264,19	0,51 \pm 0,07	140,30 \pm 5,77	0,69 \pm 0,12	108,34 \pm 7,40	1,77 \pm 0,27	104,86 \pm 6,54
4635,28	215,74	1,93 \pm 0,07	111,28 \pm 1,23	2,59 \pm 0,12	59,96 \pm 1,60	7,09 \pm 0,27	58,68 \pm 1,32
4698,78	212,82	0,53 \pm 0,07	44,66 \pm 4,43	0,66 \pm 0,12	141,68 \pm 6,10	0,30 \pm 0,27	141,08 \pm 30,45
5497,65	181,90	0,03 \pm 0,07	180,26 \pm 72,23	0,43 \pm 0,12	39,37 \pm 7,97	1,13 \pm 0,27	45,38 \pm 6,90
6736,12	148,45	0,57 \pm 0,07	23,81 \pm 2,89	0,53 \pm 0,12	94,89 \pm 5,38	0,70 \pm 0,27	92,85 \pm 9,21
7048,83	141,87	1,43 \pm 0,07	39,16 \pm 1,10	1,67 \pm 0,12	97,09 \pm 1,61	2,05 \pm 0,27	97,57 \pm 2,96
7080,39	141,24	0,39 \pm 0,07	66,70 \pm 4,04	0,24 \pm 0,12	96,53 \pm 11,35	0,08 \pm 0,27	34,62 \pm 80,00
13714,36	72,92	0,36 \pm 0,07	15,07 \pm 2,26	0,36 \pm 0,12	38,32 \pm 3,85	0,52 \pm 0,27	33,21 \pm 5,99
13784,90	72,54	0,93 \pm 0,07	28,51 \pm 0,86	1,23 \pm 0,12	23,20 \pm 1,11	3,04 \pm 0,27	25,21 \pm 1,02
14097,70	70,93	0,69 \pm 0,07	26,94 \pm 1,13	1,82 \pm 0,12	24,00 \pm 0,74	4,27 \pm 0,27	24,35 \pm 0,71

Tab. 3.1: Periodicidades detectadas nos dados do HST e do WET.

para o nosso projeto listam o fluxo e o escurecimento de borda (*limb darkening*) em 10 pontos da superfície, do centro até a borda da estrela. Eu usei o programa “pulsamp.c” (de E. L. Robinson e Kepler) para calcular o fluxo em toda a estrela, a partir do fluxo nestes 10 pontos, interpolados para 200 pontos e convoluídos com harmônicos esféricos. Os modelos para os vários ℓ s são calculados integrando-se o produto do fluxo e escurecimento de borda, como explicado por Kepler et al. (2000), pelo esférico harmônico correspondente ao valor de ℓ , podemos usar $m = 0$, pois $\frac{A_{\ell m}(\lambda)}{A_{\ell m}(\lambda_0)} = \frac{A_{\ell 0}(\lambda)}{A_{\ell 0}(\lambda_0)}$.

As amplitudes de pulsações de modo- g (gravitacionais) dependem fortemente de ℓ em comprimentos de onda menores que 3 000 Å, devido ao grande escurecimento de borda nestes comprimentos de onda. Eu convolui os espectros de amplitude teórica em *bins* de 50 Å, obtendo amplitudes diretamente comparáveis às medidas normalizadas nos mesmos *bins*. Somente podemos medir amplitudes para comprimentos de onda mais vermelhos que aproximadamente 1 300 Å, por causa da contaminação dos espectros observados pela emissão geocoronal. A órbita do HST precisaria ser muito mais alta que os 600 km atuais para que

a contaminação em comprimentos de onda menores fosse desprezível.

Para determinar a variação da amplitude com o comprimento de onda, eu ajustei múltiplas senóides simultâneas às curvas de luz separadas em diferentes comprimentos de onda.

RKN demonstraram que as fases nos modelos são as mesmas em todos os comprimentos de onda, quando efeitos não-adiabáticos são insignificantes. Na figura 3.2 eu mostro que, para a periodicidade principal em 215 s, a fase não muda com o comprimento de onda.

Mudanças de fases podem ocorrer quando o comprimento de onda do espectro convoluído coincide com o centro de linhas quase-moleculares em torno de 1 405 Å e 1 623 Å. As linhas quasi-moleculares foram descritas por Allard et al. (1999). O efeito nas linhas foi detectado no ótico por Clemens et al. (2002) para a DAV G 29-38.

Nas figuras 3.3, 3.4, 3.5, 3.6 e 3.7, estão graficadas a variação da amplitude com o comprimento de onda para as periodicidades: 215,7 s, 141,9 s, 70,9 s, 651 s, 560 s, 454 s, 370 s, 301 s, 300 s, 266 s, 264 s, 212 s, 148 s, 72,5 s e 181 s, comparadas com modelos com $T_{\text{ef}} = 12\,000\text{ K}$ e $\log g = 8,00$, para $\ell = 1$ (linha contínua inferior) e $\ell = 2$ (linha contínua superior). Todos os valores estão normalizados em 3 400 Å.

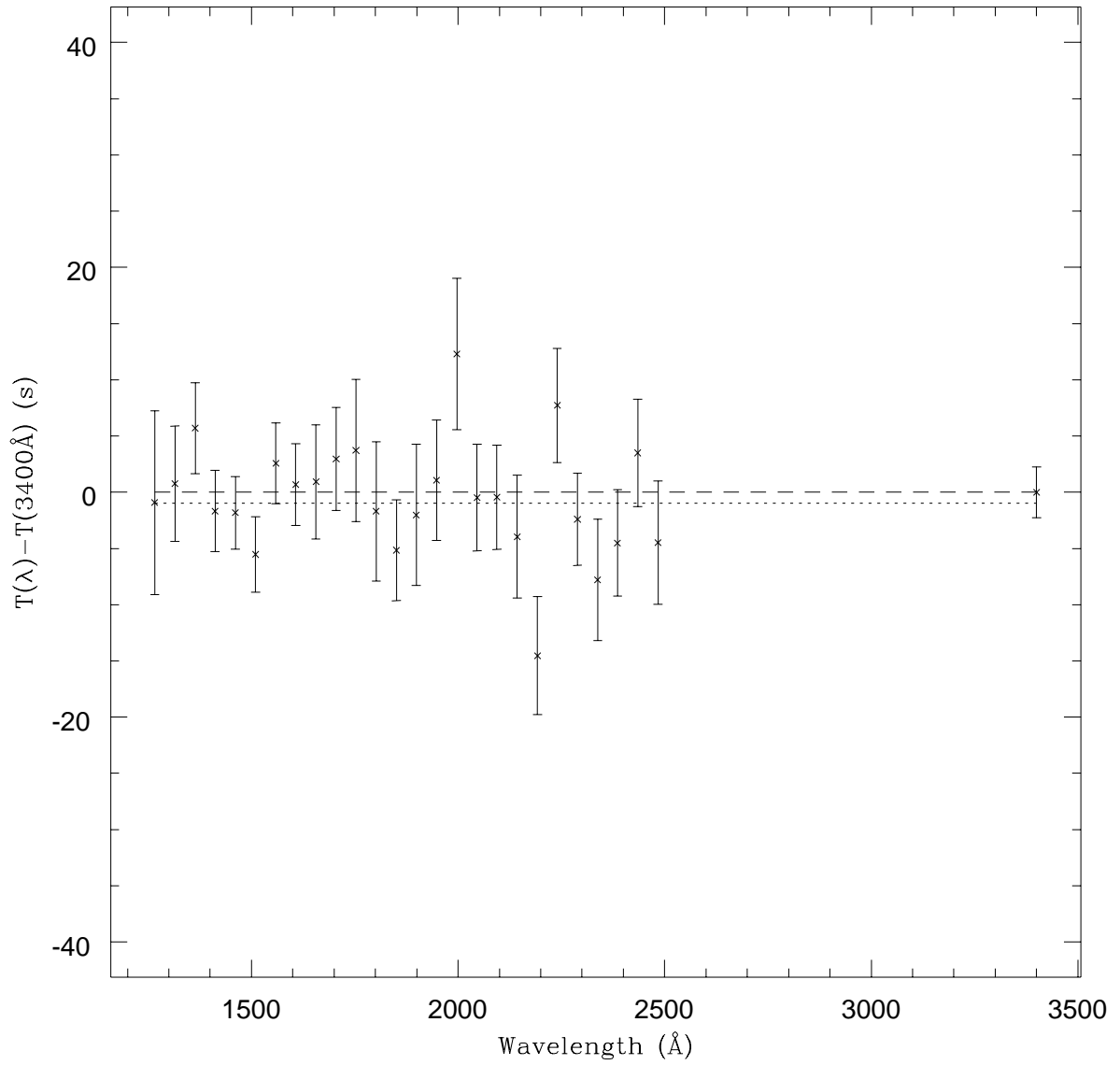


Fig. 3.2: Diferença de fase (tempo de máximo) para $P=215$ s. O eixo-y corresponde a $\pm 20\%$ de um ciclo. A linha pontilhada corresponde à média ponderada das diferenças. A linha tracejada corresponde à predição teórica sem efeitos não-adiabáticos, ou seja, as fases não mudam com o comprimento de onda.

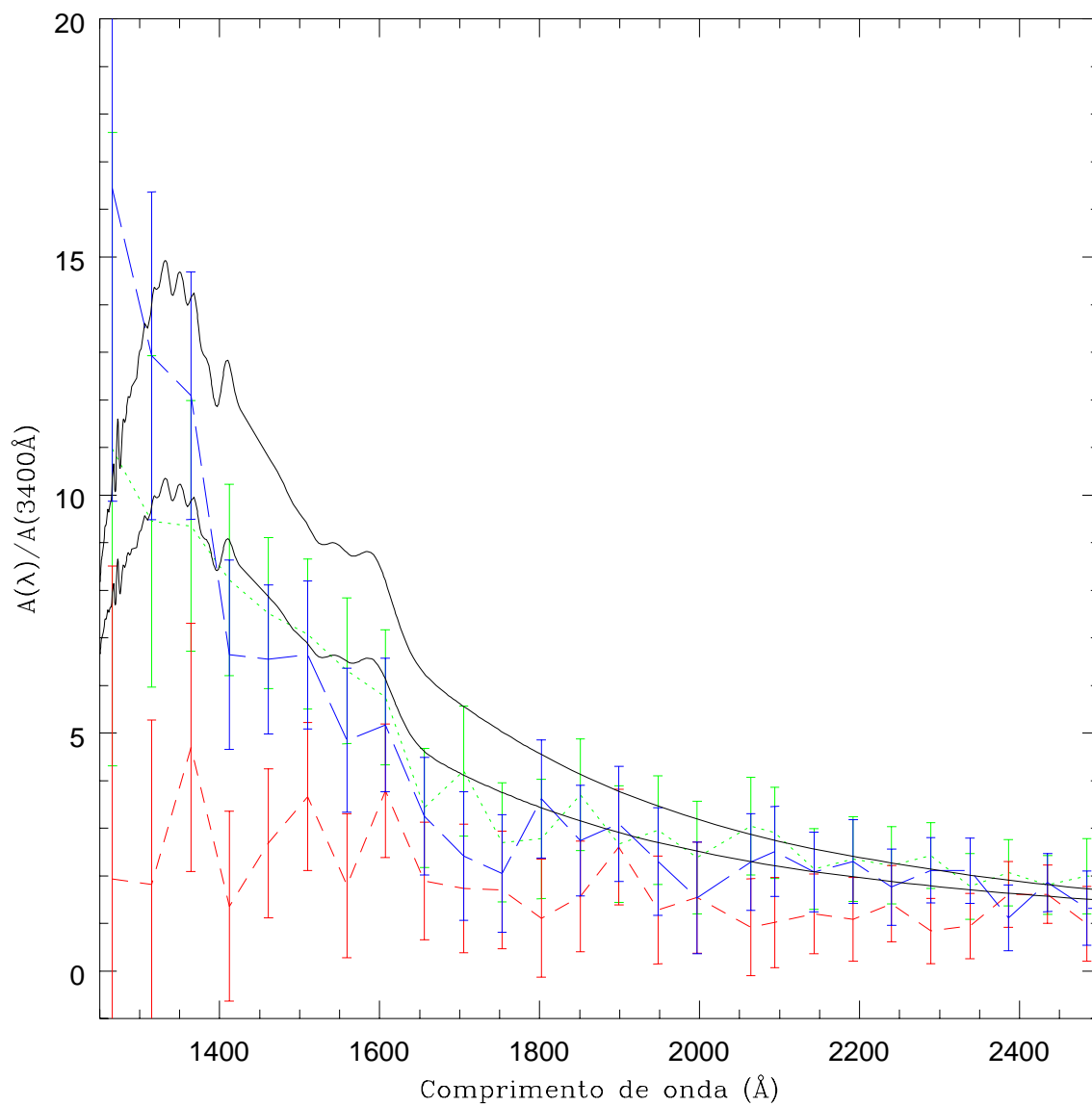


Fig. 3.3: Amplitude normalizada em 3400 Å versus comprimento de onda para as periodicidades em 215,7 s (linha pontilhada), 141,9 s (linha tracejada-curto) e 70,9 s (linha tracejada-longo). As linhas sólidas são os modelos com $T_{\text{ef}} = 12\,000$ K e $\log g = 8,0$ com $\ell = 2$ (linha superior) e $\ell = 1$ (linha inferior).

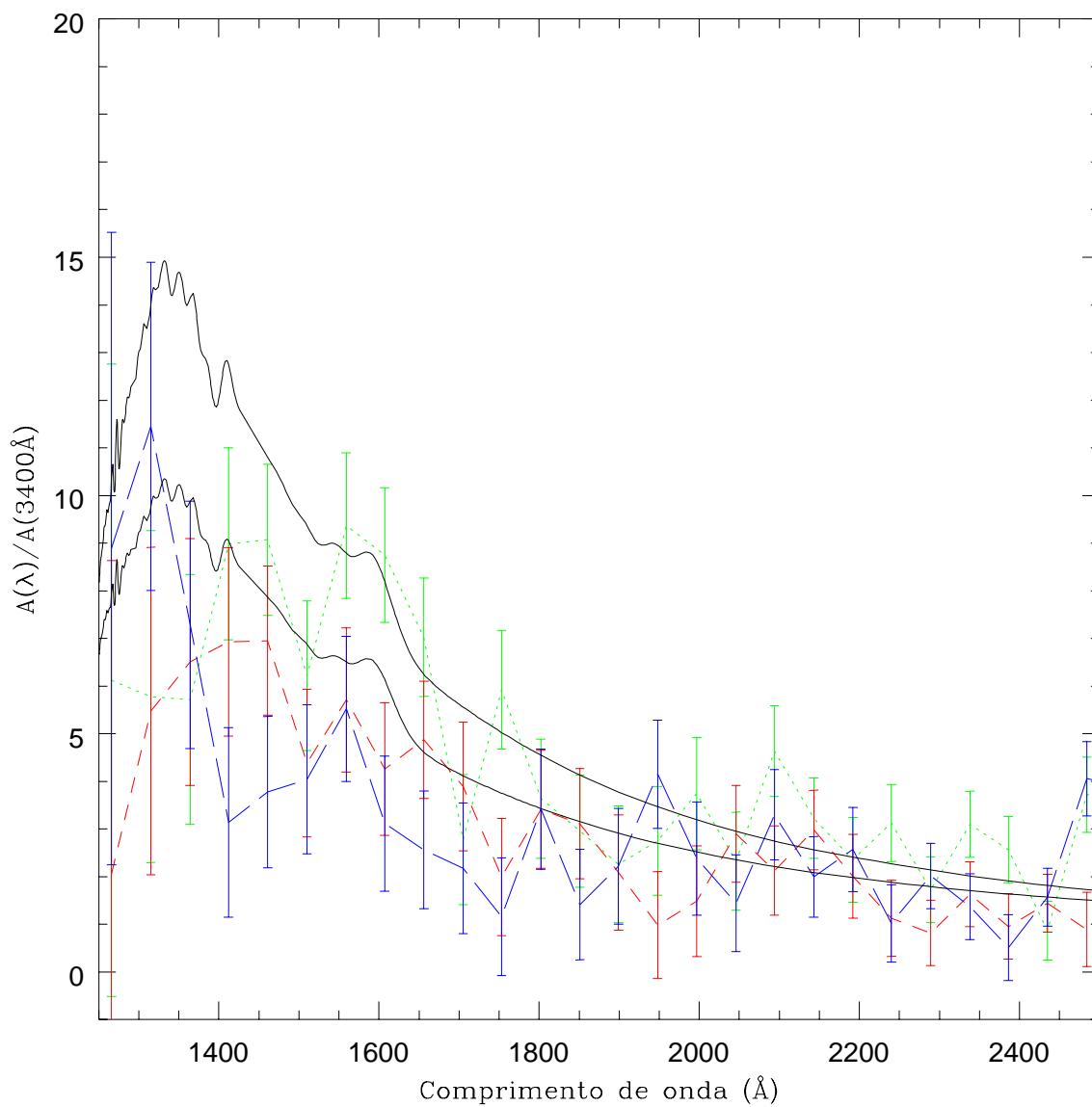


Fig. 3.4: Amplitude normalizada em 3400 Å versus comprimento de onda para as periodicidades em 651 s (linha pontilhada), 560 s (linha tracejada-curto) e 454 s (linha tracejada-longo). As linhas sólidas são os modelos com $T_{\text{ef}} = 12\,000\text{ K}$ e $\log g = 8,0$ com $\ell = 2$ (linha superior) e $\ell = 1$ (linha inferior).

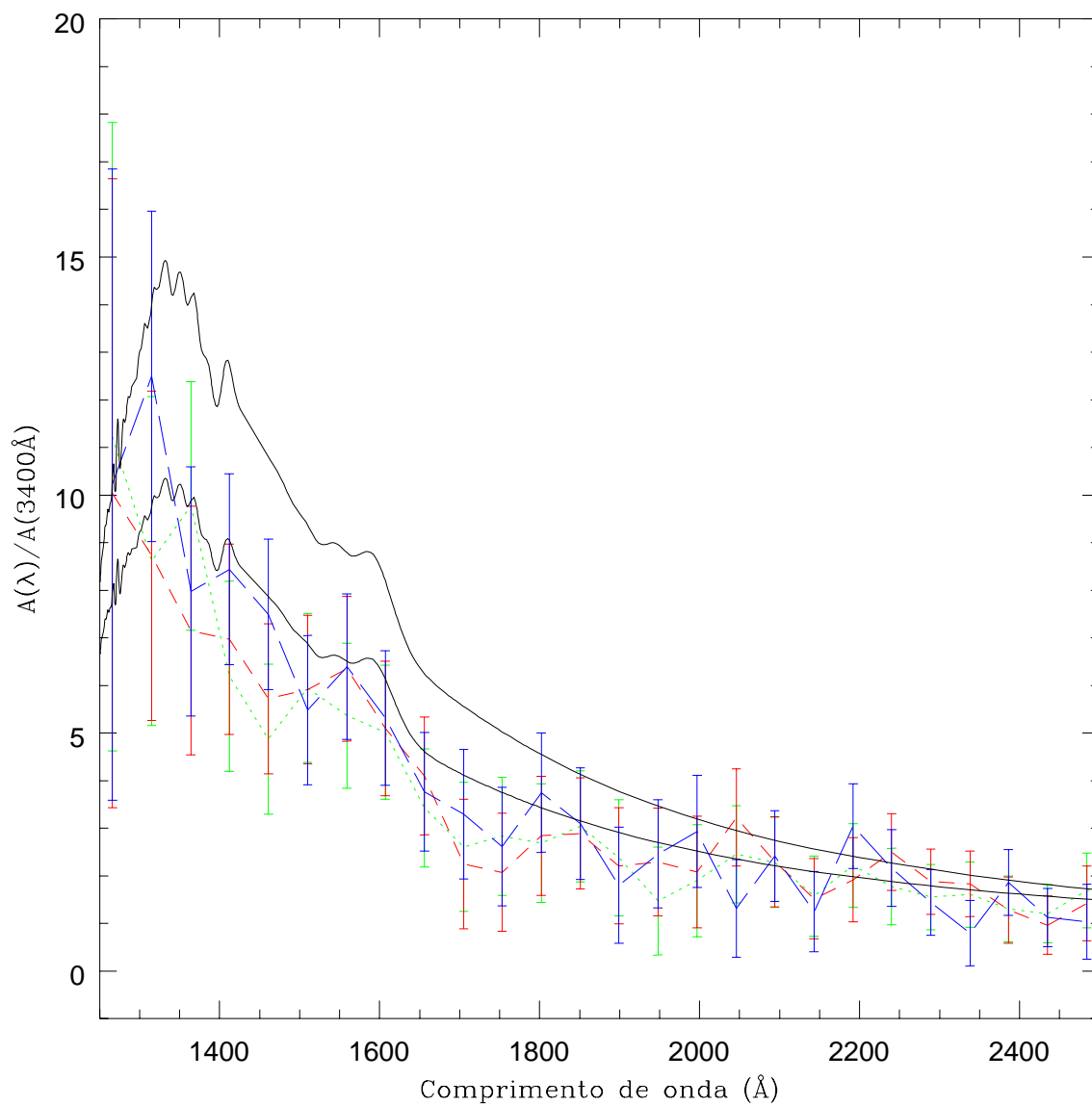


Fig. 3.5: Amplitude normalizada em 3400 Å versus comprimento de onda para as periodicidades em 370 s (linha pontilhada), 301 s (linha tracejada-curto) e 300 s (linha tracejada-longo). As linhas sólidas são os modelos com $T_{\text{ef}} = 12\,000$ K e $\log g = 8,0$ com $\ell = 2$ (linha superior) e $\ell = 1$ (linha inferior).

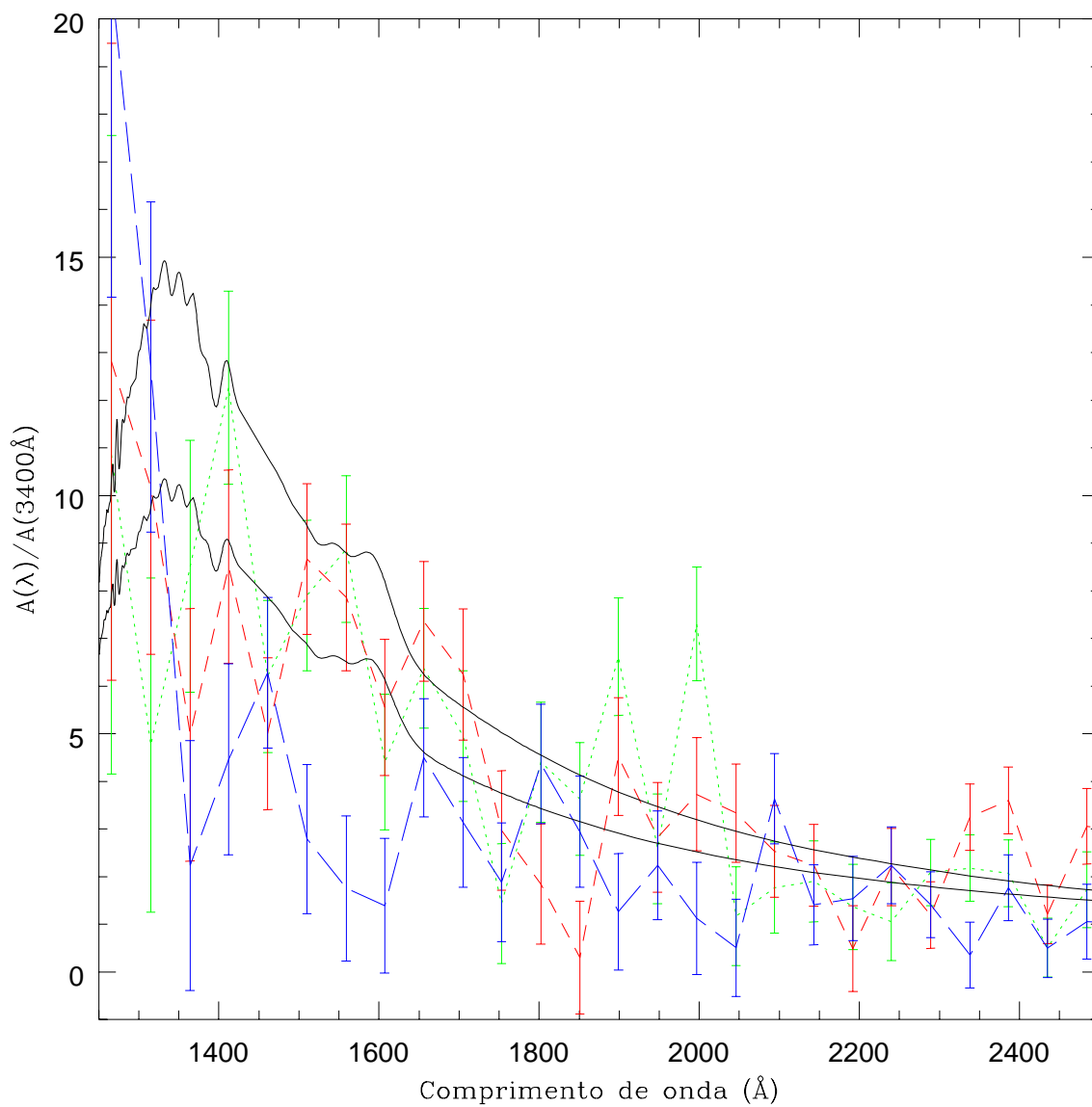


Fig. 3.6: Amplitude normalizada em 3400 Å versus comprimento de onda para as periodicidades em 266 s (linha pontilhada), 264 s (linha tracejada-curto) e 212 s (linha tracejada-longo). As linhas sólidas são os modelos com $T_{\text{ef}} = 12\,000\text{ K}$ e $\log g = 8,0$ com $\ell = 2$ (linha superior) e $\ell = 1$ (linha inferior).

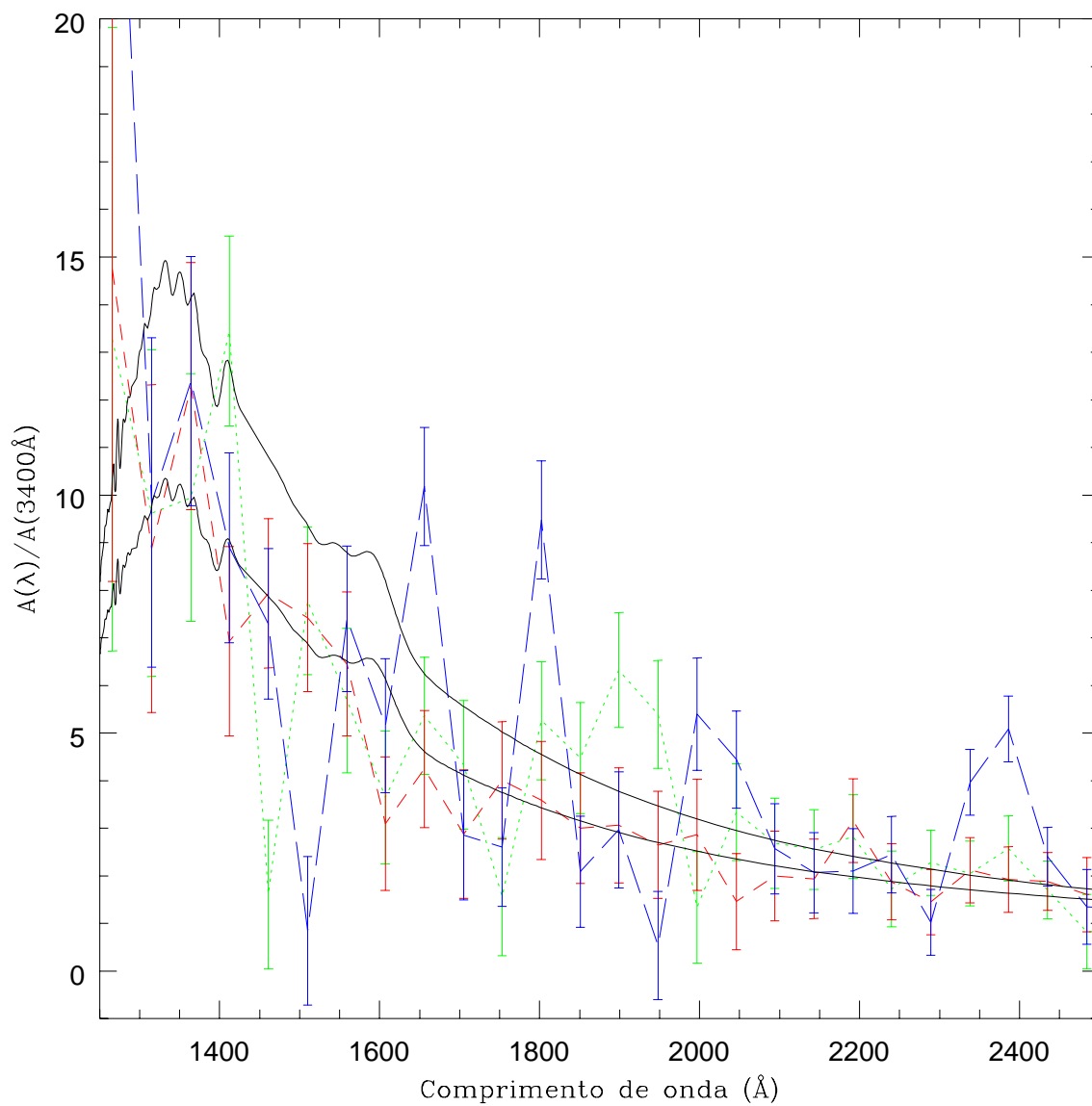


Fig. 3.7: Amplitude normalizada em 3400 Å versus comprimento de onda para as periodicidades em 148 s (linha pontilhada), 72,5 s (linha tracejada-curto) 181 s (linha tracejada-longo). As linhas sólidas são os modelos com $T_{\text{ef}} = 12\,000$ K e $\log g = 8,0$ com $\ell = 2$ (linha superior) e $\ell = 1$ (linha inferior).

Capítulo 4

Comparação com amplitudes teóricas

Nesta parte do trabalho, eu utilizei as principais periodicidades da estrela (ver tabela 3.1) para, em um primeiro momento, determinar a temperatura efetiva (T_{ef}) e gravidade superficial ($\log g$), utilizando somente a variação das amplitudes com o comprimento de onda causada pelo aumento acentuado do escurecimento de borda para o ultravioleta. Estou considerando que as periodicidades de maior amplitude são as que devem determinar os parâmetros físicos da estrela, um argumento aceitável devido ao maior sinal-ruído. De posse destes valores, eu determinei o grau do harmônico esférico (ℓ) para cada um dos modos de pulsação.

Eu comparei as mudanças observacionais da amplitude com o comprimento de onda com aquelas previstas pelos modelos de pulsação de modos- g descritos por Robinson et al. (1995) e Kepler et al. (2000), calculados com o "pulsamp.c" de uma grade de modelos atmosféricos de Koester (Finley et al. 1997). Na determinação de ℓ , não foi possível que eu incluísse todas as periodicidades da estrela, porque algumas delas estão ausentes nos dados do HST. Soma-se a isto o fato de os dados do HST terem baixa resolução temporal, gerando a interação de picos que estejam mais próximos em frequência que $\Delta f < 1/T$, onde T é o comprimento total da observação. Esta interação é essencialmente a indeterminação da energia entre um modo e seu vizinho, falseando os valores para amplitudes e também para

as fases das periodicidades.

Em um primeiro momento, os três parâmetros, T_{ef} , $\log g$ e ℓ , foram deixados livres. O vínculo óbvio da determinação é que a estrela deve ter o mesmo valor de T_{ef} e $\log g$; o valor de ℓ pode ser diferente para cada modo. Kepler et al. (2000) determinaram ℓ para as periodicidades principais, usando um valor fixo de T_{ef} e $\log g$, calculado por outro método.

Como as grandezas T_{ef} e $\log g$ estão correlacionadas, na sua determinação encontramos possíveis combinações de soluções do tipo $(T_{\text{ef}}, \log g)$, ou seja, o problema é degenerado. Duas variáveis x_i e x_j são correlacionadas quando a covariância, $\text{cov}(x_i, x_j)$, não é nula, ou seja,

$$\text{cov}(x_i, x_j) = \langle x_i x_j \rangle - \langle x_i \rangle \langle x_j \rangle \neq 0 \quad (4.1)$$

onde $\langle x_i \rangle$ é o valor médio ou esperado da grandeza x_i .

A fim de encontrar os valores de T_{ef} e $\log g$, eu determinei a densidade de probabilidade de cada modelo se ajustar bem aos dados, para cada uma das periodicidades selecionadas. Para isto, eu encontrei as possíveis soluções, os mínimos locais, através do cálculo da diferença entre as amplitudes observadas e previstas pelos modelos. Na verdade, eu calculei χ^2 de cada ajuste, segundo a expressão:

$$\chi^2 = S = \sum_i^N (x_i - x_0)^2 w_i \quad (4.2)$$

onde N é o número de pontos, x_0 é o valor no modelo, x_i é o valor observado, w_i é o peso atribuído a cada observação, definido por $w_i = \frac{1}{\sigma_i^2}$, sendo σ o valor da incerteza de cada medida.

A utilização dos mínimos locais se faz necessária pelo fato de que o melhor modelo (mínimo absoluto), derivado de uma periodicidade apenas, nem sempre é o mesmo que de outra. Em linhas gerais, os valores reais de T_{ef} e $\log g$ da estrela podem ser alguma solução

menos provável obtida para uma pulsação qualquer. A idéia aqui é obter uma solução totalmente independente de outros métodos de análise.

Usando uma distribuição normal, mas com correlação entre os parâmetros, eu estimei a densidade de probabilidade de um mínimo local se ajustar às observações. Como não se conhecem os valores de ℓ para cada periodicidade, eu somei as probabilidades, ou seja, a probabilidade para um certo modo é a soma das densidades de probabilidade dos mínimos locais para ℓ de 1 a 3. A hipótese de alguma pulsação ser $\ell = 4$ ou maior pôde ser excluída visualmente, até por que não há variação de fase de 180° . Incluindo 6 mínimos locais para cada valor de ℓ , eu determinei 18 mínimos locais para cada uma das periodicidades. Na figura 4.1 está o resultado da soma das probabilidades para o período em 215 s, normalizada por χ^2 do ajuste. Uma análise semelhante foi feita para as seguintes periodicidades: 370 s, 560 s, 300 s, 301 s, 141,9 s e 70 s, as de maior amplitude.

Para fazer esta parte do trabalho, eu desenvolvi o programa “probcorr.f” (8). O arquivo de entrada, com 360 linhas (120 modelos da grade para 3 valores de ℓ), é composto de 3 colunas: T_{ef} , $\log g$ e $S(= \chi^2)$. Os arquivos de saída são: a lista de todos os mínimos locais determinados, os valores de σ para T_{ef} e $\log g$ de cada solução, o máximo de probabilidade para a periodicidade, um arquivo com as gaussianas referentes a cada um dos mínimos e a soma de todas estas gaussianas (ver figura 4.1).

Como as grandezas físicas em questão são correlacionadas, eu usei uma distribuição de probabilidade que leva em conta esta dependência pela inclusão de um termo cruzado na exponencial e um fator de correlação (ρ) para normalizar. A expressão analítica é dada por:

$$P(T_{\text{ef}}, \log g) = \frac{1}{2\pi\sigma_{T_{\text{ef}}}\sigma_{\log g}\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{z}{2(1-\rho^2)}} \quad (4.3)$$

$$z \equiv \frac{(T_{\text{ef}} - T_0)^2}{\sigma_{T_{\text{ef}}}^2} + \frac{(\log g - \log g_0)^2}{\sigma_{\log g}^2} - \frac{2\rho(T_{\text{ef}} - T_0)(\log g - \log g_0)}{\sigma_{T_{\text{ef}}, \log g}} \quad (4.4)$$

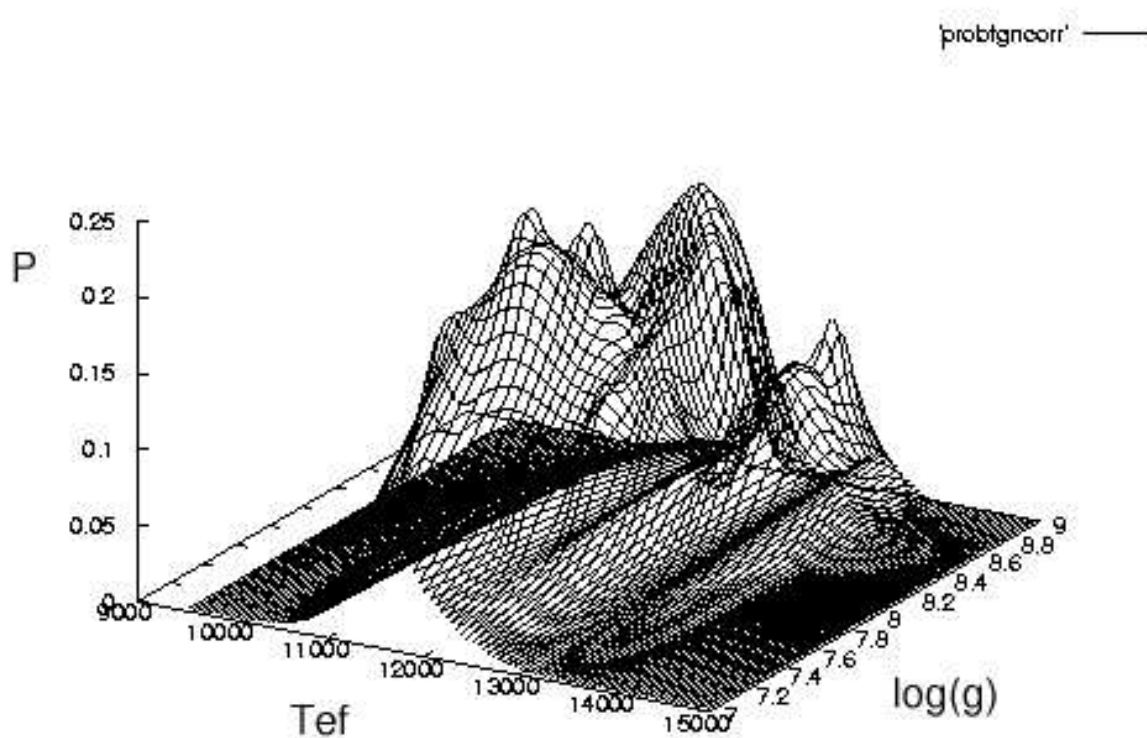


Fig. 4.1: Gráfico da soma das probabilidades dos mínimos locais para a periodicidade em 215 s, isto é, levando-se em conta o valor de χ^2 do ajuste com normalização $P \propto \frac{1}{\chi^2}$.

$$\rho \equiv \text{corr}(T_{\text{ef}}, \log g) = \frac{\sigma_{T_{\text{ef}}, \log g}}{\sigma_{T_{\text{ef}}} \sigma_{\log g}} \quad (4.5)$$

onde P é a densidade de probabilidade, T_0 e $\log g_0$ são os valores mais prováveis de temperatura efetiva e gravidade superficial, $\sigma_{T_{\text{ef}}, \log g}$ é o valor da incerteza cruzada para as duas grandezas físicas em questão, $\sigma_{T_{\text{ef}}}$ e $\sigma_{\log g}$ são os valores das incertezas nas grandezas físicas e ρ é o termo de correlação (Kenney & Keeping 1951 e Whittaker & Robinson 1967). Os valores de T_{ef} da grade estão entre 9 500 K e 15 000 K e de $\log g$ entre 7,0 e 9,0.

O cálculo das incertezas é feito a partir da diferença numérica entre modelos e observações, de acordo com a expressão de Zhang, Robinson & Nather (1986):

$$\sigma^2 = \frac{d^2}{S - S_0} \quad (4.6)$$

onde d é a menor diferença entre uma grandeza na grade de modelos, S_0 é o menor valor de χ^2 e S é o valor do próximo mínimo, assumindo uma diferença entre as grandezas d .

Para calcular a incerteza correlacionada $\sigma_{T_{\text{ef}}, \log g}$, a expressão acima é um pouco modificada:

$$\sigma_{T_{\text{ef}}, \log g}^2 = \frac{d_{T_{\text{ef}}} d_{\log g}}{S_{T_{\text{ef}}, \log g} - S_0} \quad (4.7)$$

Neste caso, as duas grandezas estão variando as quantidades d em T_{ef} e $\log g$ simultaneamente. De acordo com a grade de modelos que eu usei, $d_{T_{\text{ef}}} = 250$ K e $d_{\log g} = 0,25$, pois este é o menor espaçamento que há entre as grandezas.

Neste ponto é necessário que se esclareça uma escolha minha referente à normalização da densidade de probabilidade. O cálculo de χ^2 entre os modelos e as observações permite que se determine o valor de incerteza para as grandezas físicas. Por outro lado, tem-se uma penalidade a cumprir. O exemplo que segue não é resultado da análise feita, mas ilustra com bastante clareza o que acontece quando se trabalha com cálculo numérico.

Considerem-se os seguintes mínimos locais $S_{A0} = 1$ e $S_{B0} = 25$ e os próximos mínimos $S_A = 2$ e $S_B = 50$, para os casos A e B, respectivamente. Então, $\sigma_A \propto \frac{1}{1}$ e $\sigma_B \propto \frac{1}{5}$; o primeiro é 5 vezes maior que o segundo. Com a normalização usual, $P \propto \frac{1}{\sigma}$, tem-se que $P_B = 5 P_A$. Por outro lado, como o S_{A0} é menor que S_{B0} , a solução A tem probabilidade real maior que B, ou seja, $P_A > P_B$, pois A concorda mais com algum modelo que B. Em primeira análise, poderia-se pensar que uma alternativa seria fazer com que todos os S_0 , fossem iguais a 1, por exemplo. Este raciocínio não foi considerado uma opção factível, pois eu estaria transferindo o problema para a determinação exata de σ . Aproveitando, ainda o exemplo acima, os valores de σ_A e σ_B seriam exatamente iguais, o que não é verdade.

A solução que nós encontramos foi fazer a probabilidade ser inversamente proporcional à S , ou seja $P \propto \frac{1}{S}$, o que é implicitamente correto. Os mínimos em S que representam o melhor ajuste por algum modelo, devem ter uma probabilidade maior de serem corretos.

Outra dificuldade em implementar a expressão teórica aos dados é o valor do fator de correlação (ρ). Baseado na experiência por outros métodos de determinação, sabe-se da existência de correlação entre T_{ef} e $\log g$. Esperamos que ρ seja pequeno. Após testar que o resultado independe deste valor, usamos $\rho_{\text{max}} = 0,5$. Para valores maiores que este limite, por estar havendo uma correlação excessiva, indeterminando os valores, eu assumi que não havia correlação. Esta suposição concorda com os aspectos físicos da análise e não é determinante na resolução do problema, pois em geral, esta falsa correlação forte acontece para soluções menos prováveis.

O próximo passo é a multiplicação de todas as somas de probabilidades de cada uma das periodicidades. Esta operação é feita supondo-se que os valores de T_{ef} e $\log g$ precisam ser os mesmos para todas as periodicidades. A estatística requerida é análoga a quando quer-se saber a probabilidade que 2 roletas tenham como resultado o número *vermelho* 27, por exemplo; a probabilidade resultante é a multiplicação das probabilidades em cada roleta. Voltando na análise, mas ainda usando a analogia a roletas, o pensamento é o

mesmo para explicar a soma. É como se quiséssemos determinar a probabilidade de, em uma mesma roleta (periodicidade), a bolinha cair em *vermelho 27* ou em *preto 14* (duas possíveis soluções); a probabilidade resultante é a soma das probabilidades de cada evento ocorrer.

O resultado que eu obtive para a estrela, após a multiplicação das somas de soluções para cada periodicidade é: $T_{\text{ef}} = 12\,030_{-194}^{+78}$ K e $\log g = 8,02_{-0,19}^{+0,07}$. As incertezas foram obtidas quando eu calculei o valor da largura quando a probabilidade diminui por um fator e e dividi por $\sqrt{2}$. da curva.

Na figura 4.2 está graficado o resultado destas operações. É interessante perceber que há também outras soluções menos prováveis para o problema, confirmando a degenerescência. Um gráfico alternativo é o das curvas de nível no gráfico 4.3, que mostra claramente as demais soluções, menos prováveis.

Conhecendo-se os parâmetros atmosféricos, derivados das amplitudes de pulsação da estrela, eu determinei os valores de ℓ para cada modo que melhor ajustavam $\frac{A(\lambda)}{A(3\,400\text{\AA})}$ com esta temperatura efetiva e gravidade superficial. Estes valores estão listados na tabela 4.1. Eu também calculei as incertezas, segundo Zhang, Robinson & Nather (1986), que resultaram em 2_{-1}^{+0} e 1_{-0}^{+1} , tipicamente.

As soluções possíveis são somente $\ell = 1$ ou 2 ; algumas periodicidades têm maior probabilidade de ser $\ell = 2$, outras $\ell = 1$. O cancelamento geométrico, mesmo no ótico, faz com que $\frac{A(\ell=2)}{A(\ell=1)} = 0,26$ e $\frac{A(\ell=3)}{A(\ell=1)} = 0,02$ (RKN). As incertezas nas amplitudes em diferentes comprimentos de onda propagam-se para a incerteza no valor de ℓ , restringindo o valor mas tornando esta determinação pouco precisa.

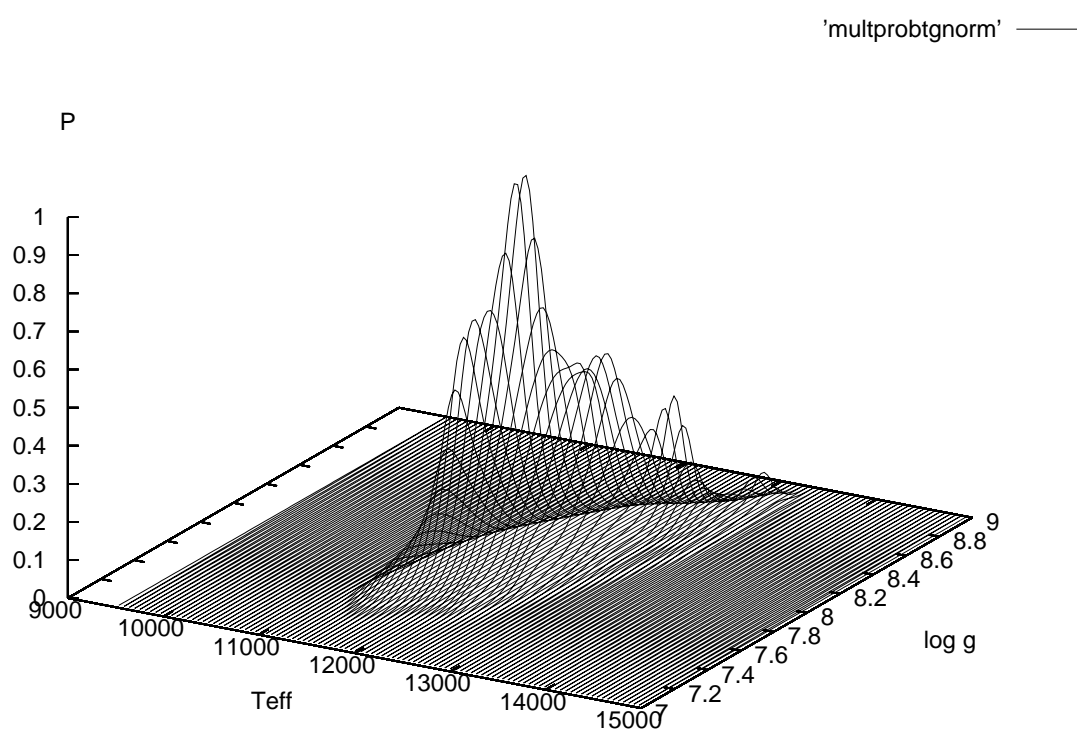


Fig. 4.2: Produto das somas das probabilidades das maiores periodicidades da estrela, tais como mostrado no gráfico 4.1.

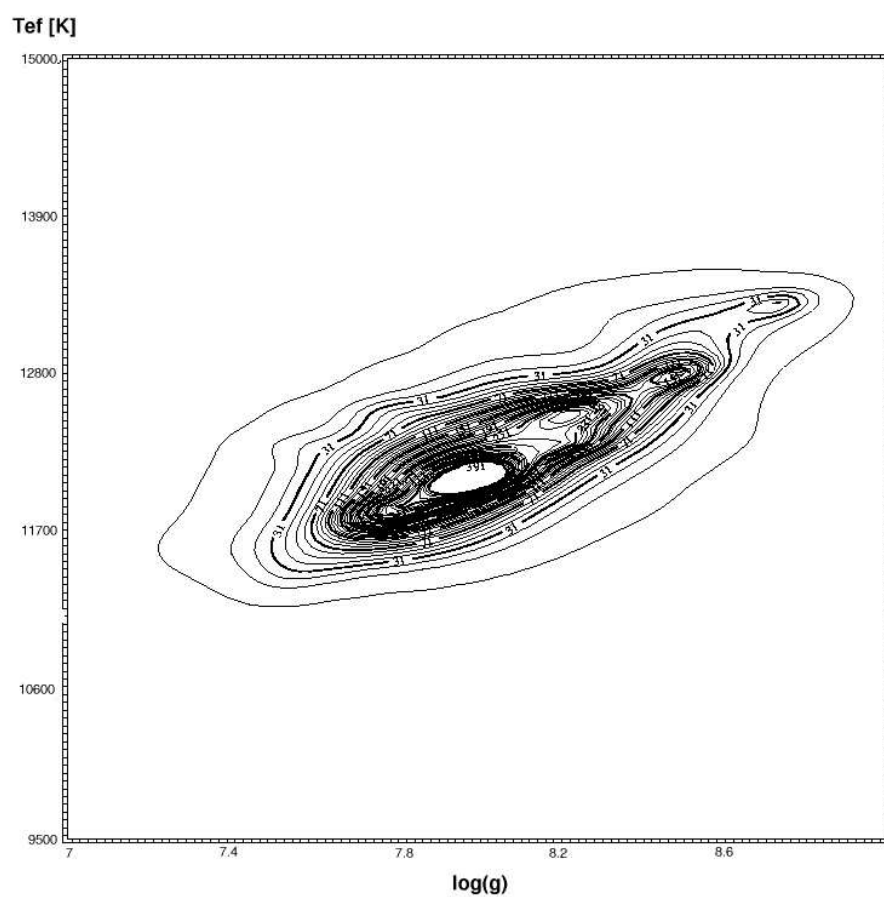


Fig. 4.3: Gráfico com as curvas de nível do resultado da multiplicação das probabilidades. As soluções menos prováveis também aparecem.

Período (s)	ℓ
651	2_{-1}
560	1^{+1}
454	1^{+1}
370	1^{+1}
301	1^{+1}
300	1^{+1}
266	2_{-1}
264	2_{-1}
215	2_{-1}
212	1^{+1}
181	1^{+1}
148	1^{+1}
72	2_{-1}
70	2_{-1}

Tab. 4.1: Determinação de ℓ para o modelo mais provável derivado das pulsações.

Capítulo 5

Discussões

Ao longo dos capítulos anteriores, aponteí várias características desta estrela ímpar, a anã branca pulsante G 185–32. Neste capítulo, vou discutir sobre estas peculiaridades, buscando a compreensão física do que se está medindo.

O primeiro ponto de discussão diz respeito à periodicidade em 141,9s. Desde que McGraw et al. descobriram que a estrela G 185–32 pulsava, esta periodicidade chamou a atenção por coincidir com um sub-harmônico ($\frac{3f_0}{2}$) da periodicidade principal da estrela, com período de 215s (f_0), correspondendo a uma ressonância mecânica similar à existente nas órbitas dos planetas e asteróides. O intrigante é que nas demais anãs brancas com período principal de pulsação por volta de 215s, em geral, aparece excitado o primeiro harmônico ($2f_0$), que não está presente na G 185–32. O aspecto mais esdrúxulo é que a periodicidade em 141,9 s não muda sua amplitude significativamente com o comprimento de onda, como as demais (ver figura 3.3 e Kepler et al. 2000). Considerando, então, que esta periodicidade não ajusta nenhum modelo, nós inferimos que este não deve ser um modo- g de pulsação da estrela, mas provavelmente um pico causado por efeitos de grande amplitude, ou seja, um efeito não-linear. Por outro lado, a amplitude do 141,9s é comparável às demais amplitudes observadas dos modos reais de pulsação no ótico, mas não no ultravioleta, onde é o máximo de fluxo para esta temperatura efetiva. De fato, concluímos que

esta periodicidade não é uma pulsação real, mas apenas uma combinação linear do modo 70,93 s.

RKN concluíram que, se a fase mudar com o comprimento de onda, os efeitos não-adiabáticos são importantes, ou o cancelamento geométrico devido ao forte escurecimento de borda é dominante, como para $\ell = 4$. A figura 5.1 mostra que a fase não muda significativamente com o comprimento de onda para a periodicidade em $P = 141,9$ s, apesar de as incertezas serem significativas.

Considerando que detectamos efeitos não-lineares na curva de luz, as amplitudes intrínsecas de pulsação devem ser maiores do que aquelas que nós estamos detectando; portanto, a inclinação do eixo de pulsação com a linha de visada deve ser desfavorável (Pesnell 1985), perpendicular para $m = 0$ ou ± 2 paralela para $m = \pm 1$. Como eu detectei também periodicidades mais longas que 500 s, típica das estrelas pulsantes que definem a borda vermelha, nós concluimos que esta estrela não pode estar na borda azul, mas na verdade, está mais próxima ao meio da faixa de instabilidade, ainda que a medida da temperatura efetiva coloque a estrela na borda azul, mas nossa medida é 500 K mais fria. A faixa de instabilidade é bastante estreita em temperatura efetiva, tendo aproximadamente 1 300 K (Bergeron et al. 1995), com tamanho comparável às incertezas na determinação do valor de temperaturas efetivas. Por exemplo, a determinação pelos índices de cor Johnson podem diferir em poucos milhares de graus da determinação do espectro óptico. Koester & Vauclair (1996) demonstraram que variações na redução e ajuste dos dados podem mudar a T_{ef} determinada em $\sim 2\,000$ K. Além disto, a dependência da faixa com a massa ($\log g$) descoberta observacionalmente por Giovannini (1996) e Giovannini et al. (1998) e explicada teoricamente por Bradley & Winget (1994) e Fontaine et al. (1994) também contribuem para que a localização precisa de uma estrela na faixa, através dos parâmetros atmosféricos, seja imprecisa.

Podemos olhar o problema de uma maneira diferente, pela relação empírica entre o

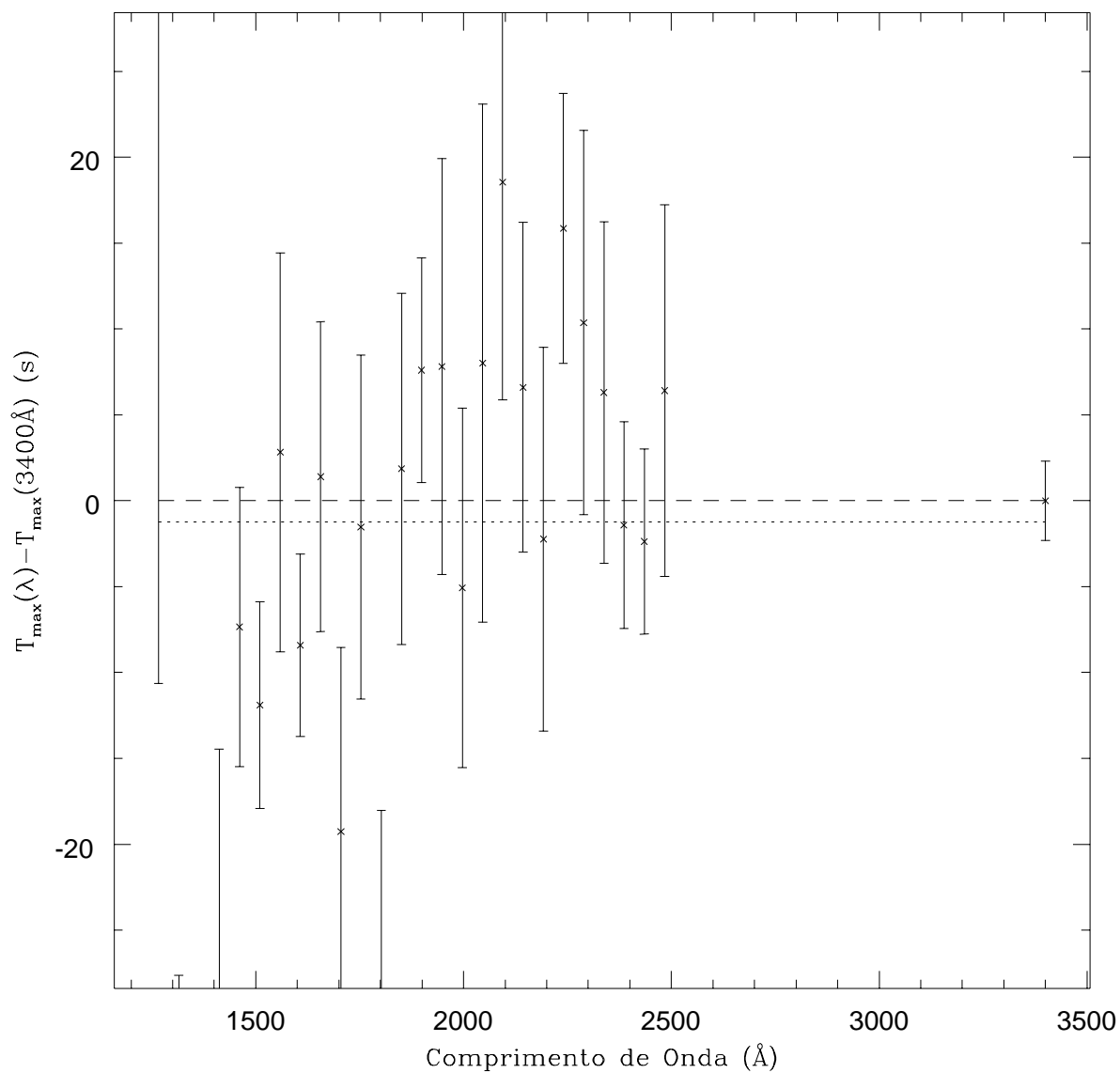


Fig. 5.1: Diferença de fase em relação à fase em 3400 Å, para $P=141.9$ s. O eixo-y corresponde a $\pm 20\%$ de um ciclo. A linha pontilhada corresponde à média ponderada das diferenças. A linha tracejada corresponde à predição teórica sem efeitos não-adiabáticos significantes, ou seja, as fases não mudam com o comprimento de onda.

período médio ponderado e a amplitude quadrática média (Kanaan et al. 2002); na figura 5.2, percebem-se claramente as discrepâncias entre a relação quase linear e a posição da estrela G 185–32. Confirma-se que as DAVs com períodos curtos têm baixa amplitude e as com períodos longos têm maior amplitude, e que também não é comum que estrelas com períodos curtos e de baixa amplitude apresentem períodos longos.

Uma outra estrela que não segue o padrão das demais DAVs é a BPM37093. Winget et al. (1997) mostram que esta estrela está pelo menos 60% cristalizada e que tem massa em torno de $1M_{\odot}$. Por ser um cristal, a pulsação da estrela está restrita às camadas mais externas, visto que uma estrutura cristalina não pulsa como um fluido, resultando em pulsações de mais baixa amplitude.

Outra periodicidade que merece uma atenção especial é aquela que ocorre em 70,9s, a mais curta jamais detectada em anãs brancas. Kepler et al. (2000) determinaram que seu valor de ℓ era igual a 1, tendo fixado os valores de temperatura efetiva e gravidade superficial, obtendo uma incerteza em torno de $+1$. Da minha determinação descrita no capítulo anterior, $\ell = 2_{-1}$ para valores de temperatura efetiva e gravidade superficial derivados diretamente das próprias amplitudes relativas de pulsação. Ainda que o valor de ℓ que eu obtive não seja o mesmo que o publicado, o alto valor na incerteza impossibilita-nos dizer o valor exato de ℓ para esta periodicidade.

As periodicidades abaixo de 100s são previstas por modelos de pulsação (Bradley 2002) para $\ell = 1$ e $k = 1$, apenas se a massa da estrela for próxima de $\sim 1,0M_{\odot}$. Como eu determinei pela análise das pulsações e, por todos os trabalhos prévios, a massa da estrela G 185–32 é em torno de $0,6M_{\odot}$. Este argumento nos faz excluir imediatamente a possibilidade desta pulsação ser um $\ell = 1$ e $k = 1$. Uma alternativa para driblar a incongruência na massa é supor que esta periodicidade seja $\ell = 1$ e $k = 0$. O significado físico deste modo é que em um certo instante a temperatura em um dos lados da estrela está maior (mais quente) que o outro, não havendo nenhum nodo (em nenhum local a amplitude

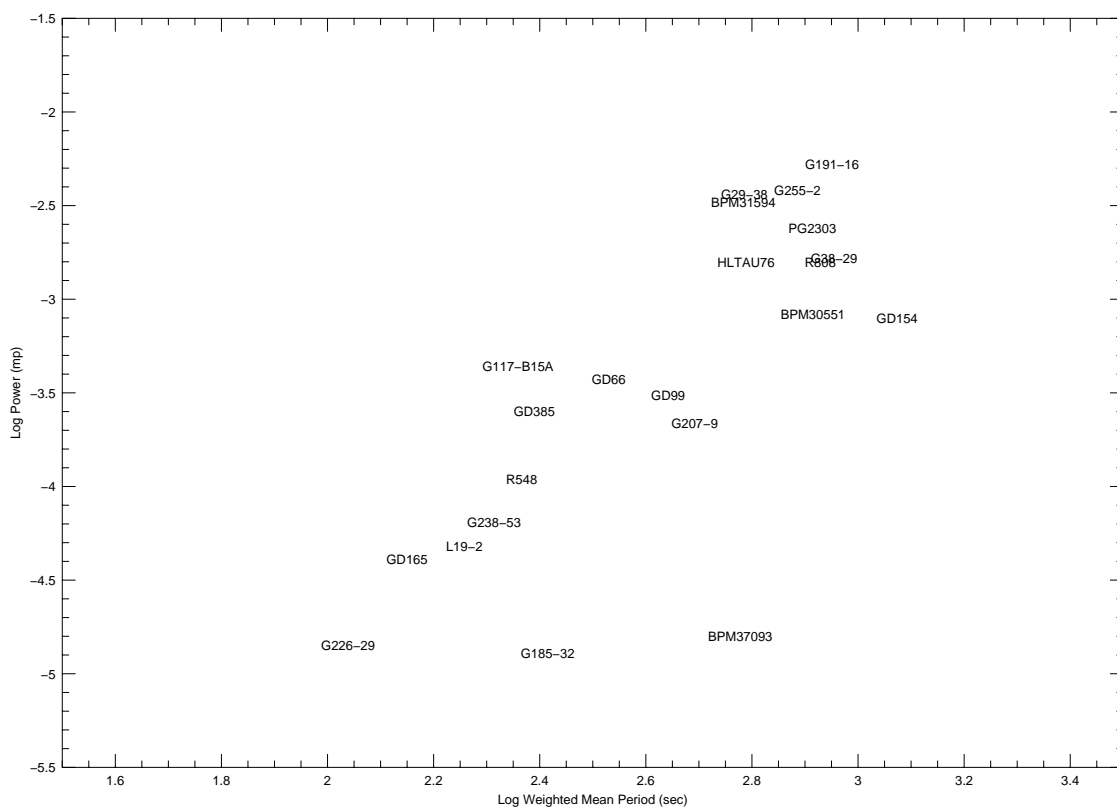


Fig. 5.2: Relação entre a amplitude quadrática [$\log Power (mp)$] e o período médio ponderado [$\log Weighted Mean Period (sec)$] para as anãs brancas pulsantes. A estrela G 185-32 não confirma esta relação, pois apresenta períodos curtos e longos de baixa amplitude. A estrela BPM37093 também está fora da relação, pois está, pelo menos, 60% cristalizada.

da pulsação vai a zero) no interior da estrela. Assim sendo, existe uma metade da estrela que é mais quente, com maior densidade e, portanto, maior massa que outra. Em um instante posterior, a parte mais fria e de menor densidade passa a ser mais quente. O processo

continua de acordo com a periodicidade. Em outras palavras, em vista da quantidade de massa estar variando de um lado para outro, o centro de massa da estrela está oscilando com um certo período, por isto G 185–32 deveria ter uma companheira, se este modo fosse $k = 0$. Saffer, Livio & Yungelson (1998) procuraram por binárias espectroscópicas para várias anãs brancas e não encontraram nada para esta estrela. Mas ainda poderia haver um planeta ou estrela de baixa massa orbitando a estrela. A terceira lei de Kepler, generalizada por Newton, é:

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{G(m + M)} a^3 \quad (5.1)$$

onde P é o período da órbita, a é o valor do semi-eixo maior da órbita, m é a massa do planeta, neste caso, e M é a massa da estrela. Substituindo pelos valores do problema e assumindo que a massa do planeta seja muito pequena ($m \ll M$) comparada à massa da estrela, então $m + M \simeq M$ e:

$$71^2 = \frac{4\pi^2}{6,67 \times 10^{-11} \times 0,6 \times 2 \times 10^{30}} a^3 \quad (5.2)$$

$$a \simeq 21\,700 \text{ km} \quad (5.3)$$

Um planeta como a Terra poderia existir apenas se ele estivesse quase que em contato com a estrela, uma vez que o raio da anã branca é da ordem de 10 000 km (e o raio do planeta também é desta ordem). Deveria ser uma órbita inicial muito especial, para que o planeta estivesse fora do envelope a ser perdido e da região coberta pela expansão nas fases de gigante e supergigante, durante a evolução e a perda de massa da estrela. Testando o limite de Roche para conferir se esta é uma órbita possível, tem-se para corpos fluidos:

$$d = 2,44 \left(\frac{\rho_M}{\rho_m} \right)^{1/3} R \quad (5.4)$$

onde d é a separação média, ρ_M é a densidade média da estrela ($\simeq 2,86 \times 10^5 \text{ g/cm}^3$), ρ_m é a densidade média do planeta e R é o raio da estrela ($\simeq 10\,000 \text{ km}$). A expressão para planetas sólidos, diferindo da anterior apenas por um fator multiplicativo, é dada por (ex.: Oliveira Filho & Saraiva 2000):

$$d = 1,38 \left(\frac{\rho_M}{\rho_m} \right)^{1/3} R \quad (5.5)$$

Por exemplo, a densidade média de Júpiter, um planeta joviano típico, é $\simeq 1,3 \text{ g/cm}^3$ e a da Terra, um planeta terrestre, é $\simeq 5,5 \text{ g/cm}^3$. Substituindo nas expressões acima, a separação mínima para que o planeta não se rompa deve ser: $d_j \sim 1,5 \times 10^6 \text{ km}$ se fosse um planeta joviano e $d_t \sim 500\,000 \text{ km}$ no caso de um planeta terrestre. Comparando estes valores com o necessário pela lei de Kepler, conclui-se que tal órbita é impossível. Ainda que eu considerasse que a companheira tenha uma massa comparável à da estrela, a distância seria maior, mas ainda dentro do limite de ruptura de Roche.

Um modelo muito mais simples é obtido se $\ell = 2$, que está de acordo com as previsões dos modelos para uma massa normal de anãs brancas e consistente com a minha determinação. Bradley (1996) mostra que a massa de seus modelos, neste caso, deve estar entre $0,65M_\odot$, para uma camada de H espessa ($M_H \simeq 5 \times 10^{-5} M_\star$) e $0,70M_\odot$, para uma camada fina de H, um pouco acima do valor de massa determinado aqui ou pelos métodos atmosféricos.

Eu também procurei por possíveis combinações lineares, além da que foi discutida anteriormente ($f_{141\text{s}} = 2f_{70\text{s}}$). Em muitas anãs brancas pulsantes com múltiplas periodicidades detectadas, uma fração substancial destas frequências pode ser atribuída a combinações lineares e harmônicas de um pequeno número de modos pais (*parent modes*), os modos reais (*eigenfrequencies*) da estrela. Este não parece ser o caso para a G 185–32, visto que eu encontrei poucas possíveis combinações. As amplitudes, tanto dos harmônicos quanto das frequências de combinações lineares (por exemplo, Wu 2001) geradas por processos não-lineares, devem ser menores que as amplitudes dos modos pais. O resultado está na

tabela 5.1 que mostra as possíveis combinações para todas as periodicidades, usando as periodicidades derivadas dos dados do WET. Se eu considerar as amplitudes do HST, eu devo escrever as combinações lineares observadas de outra maneira: $f_{651s} = f_{301s} - f_{560s}$ e $f_{141,8s} = 0,5 f_{70,9s}$ porque as amplitudes relativas são diferentes. Para estas periodicidades, as amplitudes são menores no ultravioleta que no óptico, mas as frequências permanecem as mesmas.

O modelo de Thompson & Clemens (2003) foi proposto para explicar por que o pico em 141 s não aumenta para o ultravioleta, enquanto o pico em 70 s tem uma amplitude substancial neste comprimento de onda. Neste modelo, o modo fundamental seria a periodicidade que eles detectaram nas transformadas de Fourier de seus dados espectroscópicos, com período de 285 s (f_3), $m = 0$ e o ângulo do eixo de pulsação com o plano do céu seria perto de 90° ; então, o cancelamento geométrico pela inclinação do eixo de pulsação poderia ser a resposta. Eu procurei pela frequência f_3 (~ 285 s), proposta por Thomson & Clemens, e por seu segundo harmônico (~ 95 s) nos dados do WET, mas não pude encontrá-los. O limite superior que eu encontrei foi em torno de 0,14 mma, quase o mesmo que a minha estimativa para o nível de ruído, $\langle A \rangle$. A transformada de Fourier expandida em torno de onde deveria estar esta periodicidade está na figura 5.3, onde vê-se claramente que este modo não está excitado no conjunto de dados do WET. Também não pude encontrar este modo nos dados do HST apesar de ele estar exatamente sobre o lobo lateral da janela espectral das periodicidades em torno de 300 s.

O valor proposto por eles para f_3 é baseado na hipótese que a periodicidade em 141,9 s (valor deles) é, na verdade, seu harmônico, $2f_3$. Considerando que eu consegui resolver um pico em 141,87 s e outro menor em 141,24 s (ver tabela 3.1), eu calculei a amplitude máxima de f_3 em três casos, ajustando senóides simultaneamente por mínimos quadrados não-lineares. Primeiramente, eu assumi que a maior periodicidade em 141,87 s (da minha análise) era o harmônico de f_3 . No segundo caso, eu considerei a possibilidade de que

<i>No.</i>	Período	f_{obs} (μHz)	Combinação	f_{comb} (μHz)	$\Delta f = f_{obs} - f_{comb}$ (μHz)
(8)	651, 70	1534, 45	— — —	1534, 53	−0, 08
(17)	560, 77	1783, 25	(4) — (8)	1783, 33	−0, 08
(9)	537, 59	1860, 15	— — —	1860, 15	0, 00
(14)	454, 56	2199, 91	— — —	2199, 91	0, 00
(2)	370, 21	2701, 18	— — —	2701, 18	0, 00
(4)	301, 41	3317, 78	— — —	3317, 70	0, 08
(5)	299, 79	3335, 62	— — —	3335, 62	0, 00
(15)	266, 15	3757, 30	— — —	3757, 30	0, 00
(12)	264, 19	3785, 20	— — —	3785, 20	0, 00
(1)	215, 74	4635, 28	— — —	4635, 28	0, 00
(11)	212, 82	4698, 78	— — —	4698, 78	0, 00
(18)	181, 90	5497, 65	— — —	5497, 65	0, 00
(10)	148, 45	6736, 12	(6) — (3)	6736, 28	−0, 16
(3)	141, 87	7048, 83	— — —	7048, 78	0, 05
(14)	141, 24	7080, 39	— — —	7080, 39	0, 00
(16)	72, 92	13714, 40	— — —	13714, 40	0, 00
(6)	72, 54	13784, 90	— — —	13784, 95	−0, 05
(7)	70, 93	14097, 70	$2 \times (3)$	14097, 66	0, 04

Tab. 5.1: Combinações lineares possíveis para as periodicidades detectadas na estrela G 185–32. A incerteza em frequência nos dados do WET é da ordem de $1\mu\text{Hz}$.

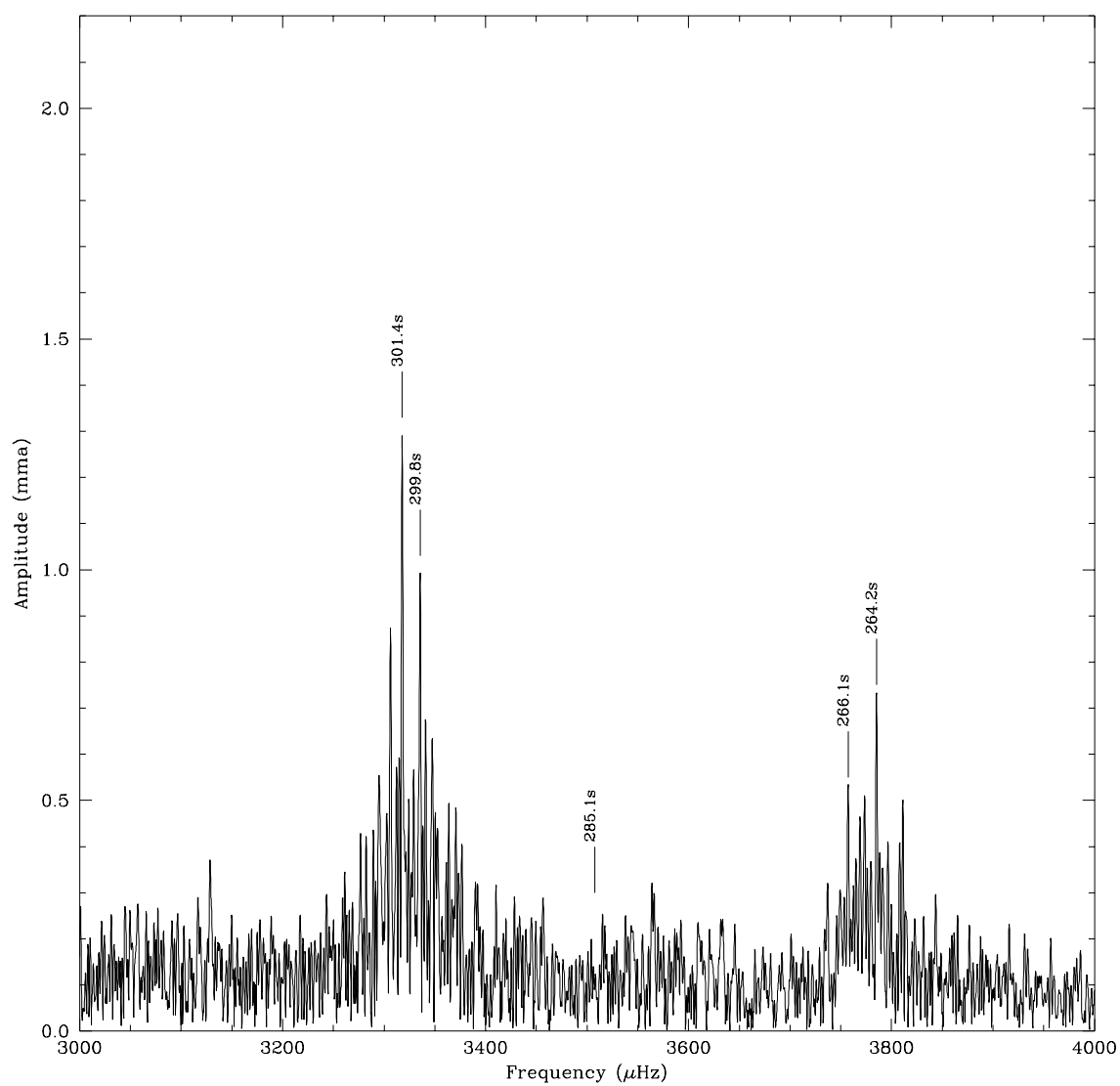


Fig. 5.3: Transformada de Fourier dos dados do WET com pesos, em torno da periodicidade proposta em 285,1 s (indicada pela linha). Nota-se que ela não está presente, mesmo nos dados com melhor resolução temporal.

o período em 285 s fosse um modo $m = 0$ e que nós estivéssemos observando os modos harmônicos com $m = -1$ (em 141,87 s) e $m = 1$ (em 141,24 s). Em uma terceira análise, eu usei os períodos publicados por Thompson & Clemens (2003). Nos três casos não há pulsação detectável nos valores de f_3 (~ 285 s) ou seu segundo harmônico $3f_3$ (~ 95 s).

Notamos entretanto que as amplitudes medidas durante a observação do WET em 1992, com comprimento de onda efetivo em 4100 Å, são 30% menores que as periodicidades correspondentes em 3400 Å obtidas com os dados do HST em 1995, enquanto que os modelos teóricos predizem um decréscimo de apenas 3% devido à mudança de comprimento de onda (RKN). Nós verificamos que as transformadas de Fourier dos turnos de descoberta têm amplitudes maiores (por exemplo, 2,8 mma and 2,6 mma para o pico em 215 s). Novamente, é claro que as amplitudes parecem mudar com o tempo, e possível que a pulsação de baixa amplitude em 285,1 s detectada por Thompson & Clemens (2003) tenha desaparecido tanto nas observações com o WET quanto com o HST. Contudo, os dados do Keck que eles obtiveram têm baixa resolução temporal, e nós notamos que a periodicidade de 285,1 s está próxima dos lobos laterais das periodicidades em torno de 300 s, nos dados deles.

Considerando que a amplitude do período 141,9 s não aumenta no ultravioleta, mas que a amplitude do período 70,9 s aumenta, nós propomos que a periodicidade em 70,9 s é, de fato, uma autofunção real da estrela, isto é, um modo real.

Buchler, Goupil, & Hansen (1997) propõem que, se há ressonância entre os modos de pulsação, mesmo que o modo seja estável, sua amplitude vai ser necessariamente não nula. Wu & Goldreich (2002) discutiram os mecanismos de instabilidades paramétricas para a amplitude dos modos de pulsação, mas apenas para os casos onde os modos pais são instáveis e os modos filhos estáveis. Se a periodicidade de 141,9 s fosse uma ressonância com frequência harmônica, isto não explicaria sua estranha propriedade; a ressonância daria energia para o modo 141,9 s e levá-la-ia a uma amplitude observável, mas ainda seria um modo, cuja amplitude dependeria do comprimento de onda, como qualquer outro modo. A ressonância

não muda a geometria do modo de pulsação, afetando só a amplitude.

G 185–32 está próxima da borda azul da faixa de instabilidade, tanto em termos de sua periodicidade principal ser em torno de 215 s, quanto em termos de sua temperatura efetiva medida. Wu (1998, 2001) e Goldreich & Wu (1999) tratam o transporte convectivo nos limites lineares e calculam as não-linearidades introduzidas pela zona de convecção nas curvas de luz como correções não-lineares de ordem mais baixa. Dado a alta sensibilidade da profundidade da zona convectiva com a temperatura instantânea, estas correções não-lineares de primeira ordem não devem refletir precisamente as não-linearidades reais observadas em estrelas pulsantes de grandes amplitudes. De fato, algumas estrelas pulsantes têm amplitudes suficientemente grandes e estão próximas o suficiente da borda azul da faixa de instabilidade que suas zonas convectivas devem essencialmente desaparecer durante o máximo da temperatura. Isto não significa, contudo, que a zona convectiva não possa produzir transporte ou não-linearidades, uma vez que durante o mínimo de temperatura, a profundidade e, logo, a calor específico da zona convectiva, vão crescer o suficiente para modularem o fluxo. Então, enquanto a profundidade da zona convectiva pode ser pequena para produzir transporte ou não-linearidades sobre o ciclo inteiro da pulsação, uma quantidade significativa de transporte e modulação de fluxo podem ainda resultar.

É importante notar que mesmo se a periodicidade 141,9 s for causada por efeitos não-lineares de primeira ordem, portanto ter fluxo diretamente proporcional a $Y_{\ell,m}^2$, esta função pode ser decomposta em uma soma de harmônicos esféricos. De fato, $Y_{1,0}^2 = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}Y_{0,0} + \frac{1}{\sqrt{5\pi}}Y_{2,0}$; então, nós poderíamos esperar que a dependência com o comprimento de onda de sua amplitude relativa deva estar entre àquelas dos modos com $\ell = 0$ e $\ell = 2$. Por outro lado, se os modos que eu detectei em 141,9 s e 141,2 s, correspondendo a modos com um certo valor de ℓ (por enquanto, 1 ou 2), forem modos com diferentes valores de m separados por rotação, suas amplitudes fracionais deveriam aumentar no UV como observa-se para os outros modos. O fato que suas amplitudes não mudam dramaticamente indica que estas

periodicidades não correspondem a modos de pulsação reais, e são resultados de efeitos não-lineares.

A figura 5.4 mostra como se dá a variação da amplitude teórica com o comprimento de onda para os modos de $\ell = 0, 1$ e 2 , $Y_{1,0}^2$ e as amplitudes observadas para o período 141,9s. Uma ressalva é que, embora os pontos estejam mais próximos do termo não-linear $Y_{1,0}^2$, a curva observada não tem a mesma forma que esta função.

Nós concordamos que o eixo de pulsação está provavelmente próximo a paralelo a linha de visada, como sugerido por Thompson & Clemens (2003), mas nós ressaltamos que os modos $m = \pm 1$, se presentes, não vão cancelar com os modos $m = 0$ (ou vice-versa). O fato de Thompson & Clemens não terem detectado nenhuma variação de velocidade requer que apenas os modos $m = 0$ estejam excitados em todo o espectro de pulsação, isto é, todos os modos detectados tenham $m = 0$. Apesar disto, caso períodos próximos tenham o mesmo valor de ℓ , devem ter diferentes valores de m , pois são pulsações diferentes, com frequências diferentes por causa da rotação. Este pode ser o caso dos pares de períodos: 301–300, 266–264, 72–70. Se eu assumir que as frequências em 70s de $\ell = 2$ são separadas rotacionalmente, então $P_{\text{rot}} \simeq 0,7$ h, rápido em relação ao valor observado para as demais anãs brancas, $P_{\text{rot}} \simeq 1$ dia, como as DAVs G 226–29 (Kepler et al. 1995) e GD 385 (Kepler 1984). Para estimar o período de rotação, eu usei a expressão (por exemplo, Kepler et al. 2000):

$$P_{\text{rot}} = \frac{1 - C_{k\ell}^I}{\Delta f} \quad (5.6)$$

onde Δf é a separação em frequência. O valor de $C_{k\ell}^I$ assintoticamente (k grande) é dado por: $C_{k\ell}^I \simeq \frac{1}{\ell(\ell+1)}$. Embora k não seja grande, os modelos de DAVs relatados em Kepler et al. (2000) resultam em $C_{21} \sim 0,4$ comparado com o valor assintótico $C_{21} = 0,5$.

Calculando para os demais pares, se $\ell = 2$ para os dois modos, tem-se que: $P_{\text{rot}}(300\text{ s}) \simeq 13,0$ h e $P_{\text{rot}}(260\text{ s}) \simeq 8,3$ h. O resultado acima não é consistente com separação rotacional,

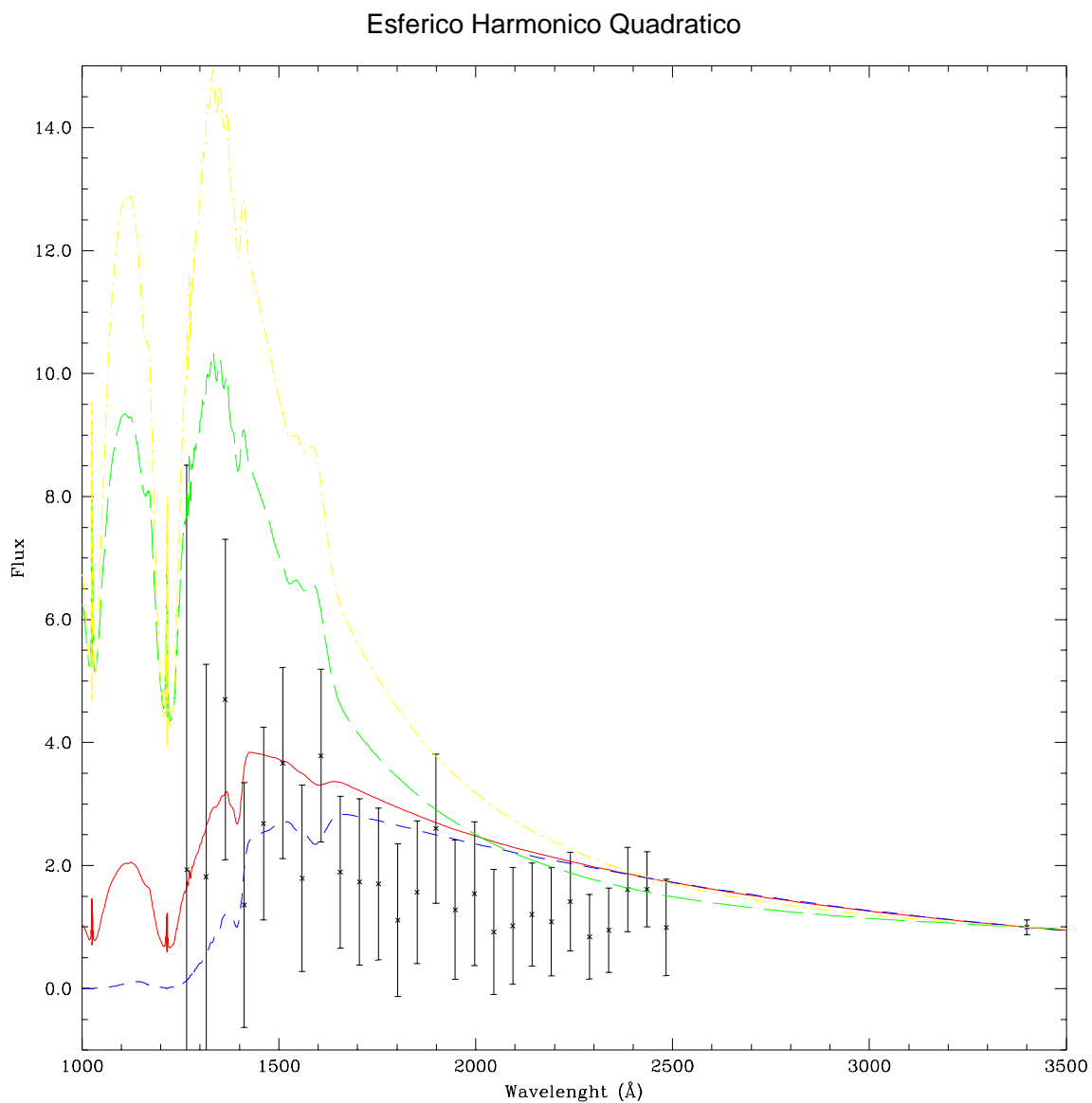


Fig. 5.4: A variação da amplitude com o comprimento de onda para os modos de $\ell = 0$ (linha tracejado curto), 1 (linha tracejado longo) e 2 (linha tracejada e pontilhada), $Y_{1,0}^2$ (linha contínua) e o período 141,9s (pontos) para modelo com temperatura efetiva de 12 000 K e gravidade superficial de 8.00.

mesmo incluindo uma rotação diferencial significativa.

Apesar de Thompson & Clemens (2003) não terem detectado qualquer variação de velocidade em nenhuma das frequências, indicando que o ângulo entre o eixo de pulsação e o plano do céu é 90 graus, nós detectamos o maior número de pulsações simultâneas, entre todas as ZZ Ceti. Um maior número de pulsações deveria ocorrer para uma estrela na borda vermelha e com ângulo de inclinação próximo de zero, isto é, maximizando a amplitude observada. Não é isto que esta estrela está nos mostrando. Koester et al. (1998) encontraram alargamentos no centro das linhas espectrais correspondentes a velocidades de até 45 km/s para as anãs brancas pulsantes muito maiores que para as não-pulsantes. Nós percebemos que, mesmo que Clemens et al. (2000) e Thompson et al. (2003) tenham detectado apenas amplitudes de velocidades de 4,5 km/s, para a DAV de alta amplitude G 29-38, e encontraram larguras similares na média de fases no azul e no vermelho, estes valores representam as amplitudes de velocidade de Fourier, não as amplitudes pico a pico. Kepler et al. (2003) mostram que as amplitudes pico a pico são várias ordens de grandeza maiores que as amplitudes de Fourier, se periodicidades múltiplas estão presentes.

Capítulo 6

Comparação de T_{ef} e $\log g$ com outros métodos

A determinação de temperatura efetiva e gravidade superficial por apenas um método pode resultar em valores não muito confiáveis, pois estas grandezas físicas estão correlacionadas, como discutido anteriormente, e há incertezas externas grandes. Na busca de levantar a degenerescência da solução do problema, eu usei outros métodos independentes.

A paralaxe medida para G 185–32 é $p = 0,056'' \pm 0,003$ (van Altena et al. 2001), e sua magnitude aparente é $V = 12,97 \pm 0,01$ (Dahn et al. 1976). Usando estes valores, eu calculei a magnitude absoluta pela expressão do módulo de distância:

$$V - M_V = 5 \log r - 5 \quad (6.1)$$

onde a distância $r(\text{pc}) = \frac{1}{p(n)}$. Depois eu comparei a magnitude resultante com os modelos de Bergeron et al. (2001), restringindo soluções combinadas possíveis para T_{ef} e $\log g$, que estão mostradas na figura 6.1.

G 185–32 tem cores Johnson (Dahn et al. 1987), Strömgren (Lacombe & Fontaine 1981 e Wegner 1983) e Greenstein publicadas (Greenstein 1984), as quais eu também usei para comparar aos modelos de Bergeron et al. (2001). Como existem duas medidas independentes

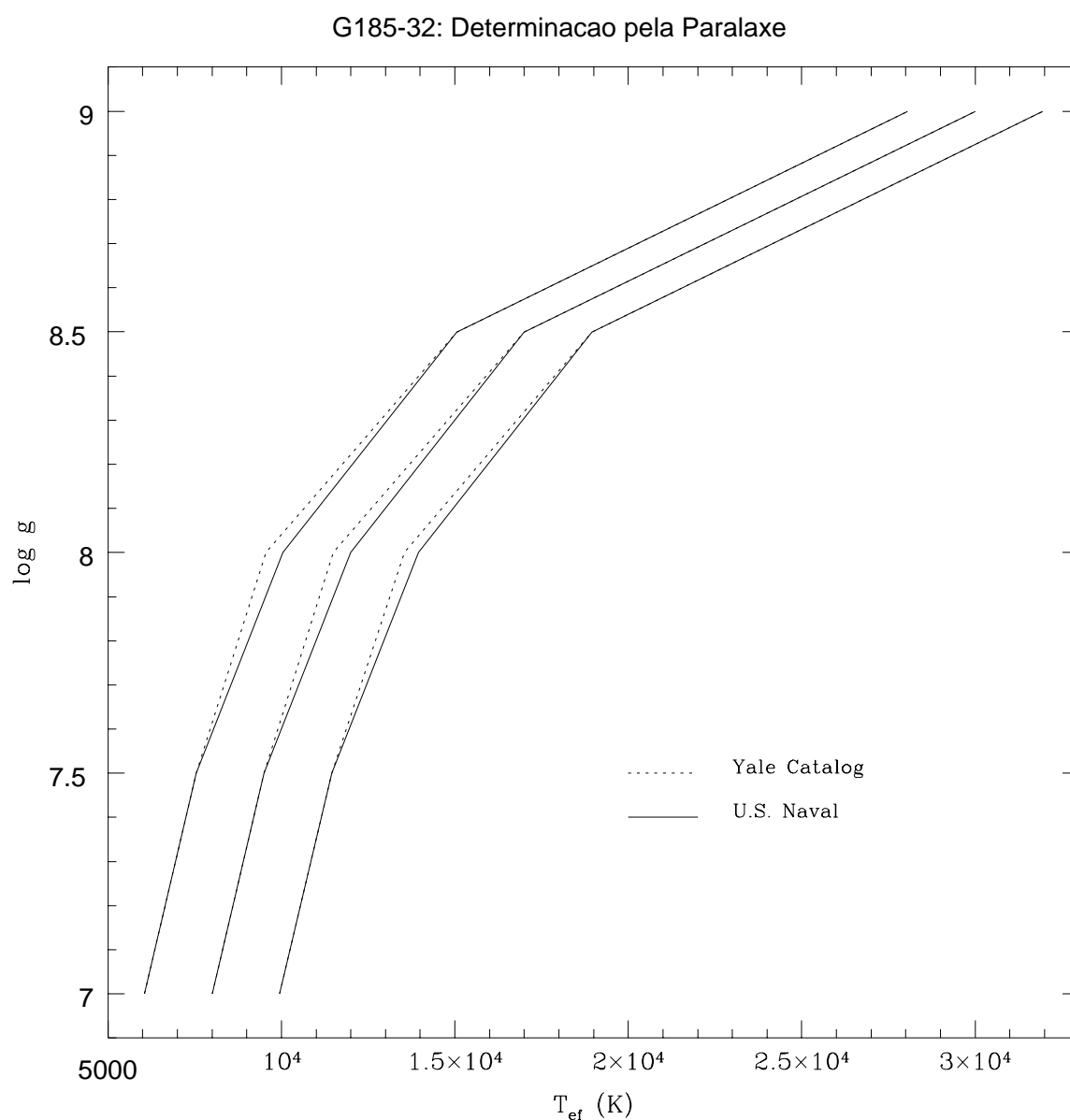


Fig. 6.1: Faixa que restringe a solução para T_{ef} e $\log g$. Os valores de paralaxe e magnitude aparente foram usados para calcular a magnitude absoluta, a qual foi comparada com modelos de Bergeron et al. 2001 (linha central). As linhas externas referem-se às incertezas médias calculadas ($\pm 1\sigma$).

publicadas para as cores Strömgren, eu considereei a barra de erro externa. Os valores de Lacombe & Fontaine são $b - y = 0,07$ e $u - b = 0,51$ e os de Wegner são $b - y = 0,065$ e $u - b = 0,588$. Supondo que a incerteza de cada uma das medidas seja muito menor em relação à incerteza entre as duas medidas feitas independentemente, eu estimei a caixa de erros como sendo limitada por estes valores. Para as cores Johnson, como não há barras de erro publicadas para esta estrela, eu considereei a incerteza mínima de 0,03 para os índices de cor que, em geral, assume este valor mesmo para as estrelas brilhantes. Além disto, se o erro na medida fosse um pouco maior, tornaria a medida de Johnson irrelevante para a análise desta estrela.

Eu tive dificuldade em utilizar as cores Greenstein, pois havia uma incerteza muito grande nas cores azuis e cores no ultravioleta não estão disponíveis. O efeito da gravidade nas cores e espectros é dominante na região azul porque os níveis de hidrogênio com $n \simeq 7$ e maiores, correspondentes às linhas H ϵ ou mais azuis, são os que são deslocados significativamente pela alta pressão, ou seja, sofrem influência da gravidade. Eu tentei usar cores menos azuis, mas o resultado que obtive foi uma indeterminação no valor de $\log g$; neste caso, a incerteza mínima é maior que o intervalo da grade de modelos com a qual trabalhei, como mostra o gráfico da figura 6.2

Nas figuras 6.3 e 6.4 estão os valores medidos para as cores dos sistemas fotométricos utilizados, comparando com os modelos. A solução pelas cores Johnson é $T_{\text{ef}} = 12\,060^{+380}_{-450}$ e $\log g = 7,83 \pm 0,14$ e pelas cores Strömgren é $11\,910 \leq T_{\text{ef}} \leq 12\,730$ e $8,03 \leq \log g \leq 8,36$.

Mesmo utilizando a incerteza mínima para as cores Johnson, a caixa de incertezas para esta determinação é bastante grande, mas não concorda com as outras determinações. Em função das discrepâncias nas cores Johnson e pelo fato de não haver cores Greenstein azuis, disponíveis, eu verifiquei se havia alguma estrela brilhante no campo da G 185-32, a qual pudesse estar contaminando suas cores. Procurei em catálogos disponíveis na internet e encontrei que a única estrela que poderia estar influenciando na fotometria é muito fraca

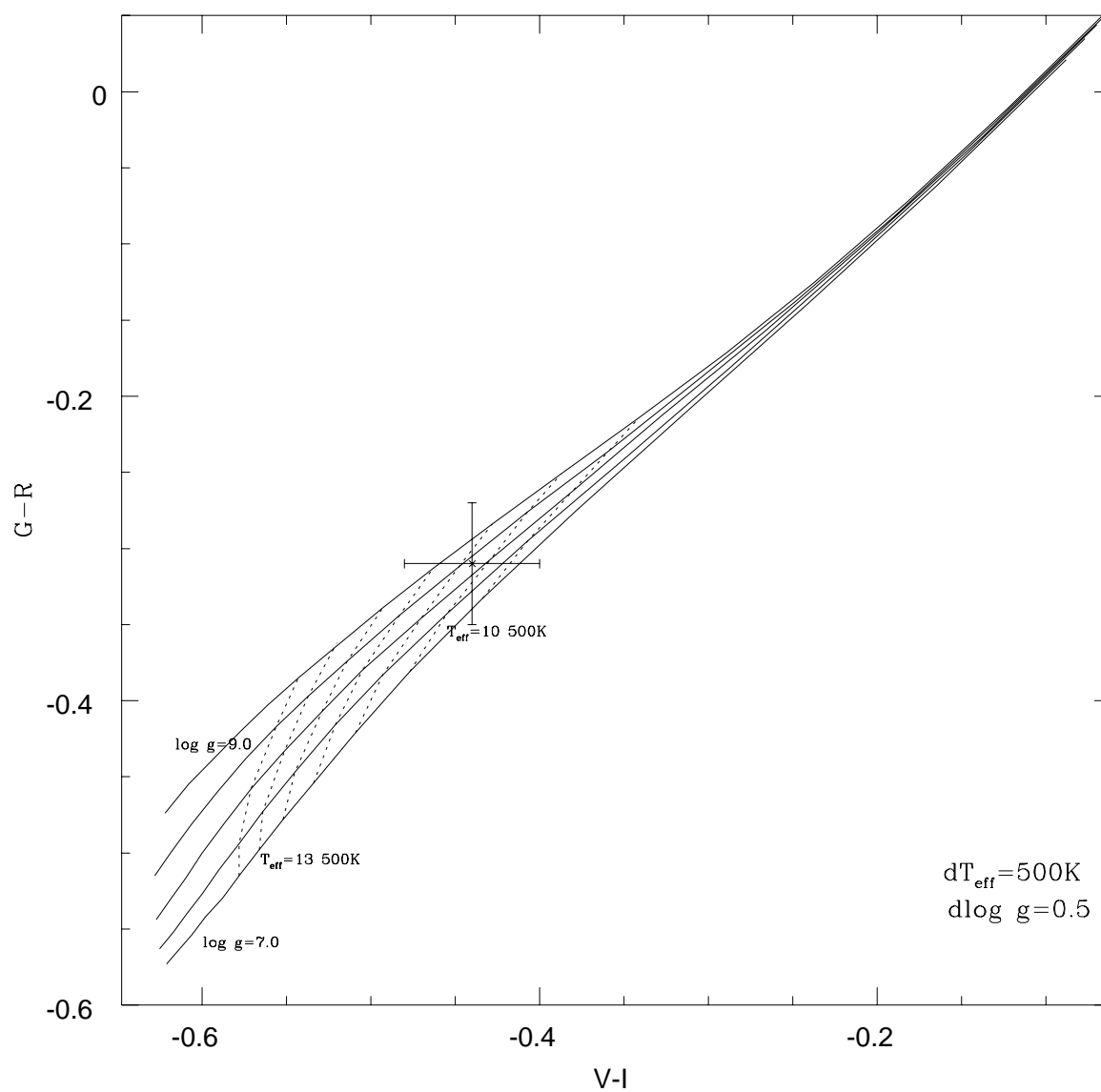


Fig. 6.2: Gráfico comparativo das cores Greenstein com modelos de Bergeron et al. 2001.

Quando cores menos azuis são usadas, o resultado é a indeterminação no valor de $\log g$.

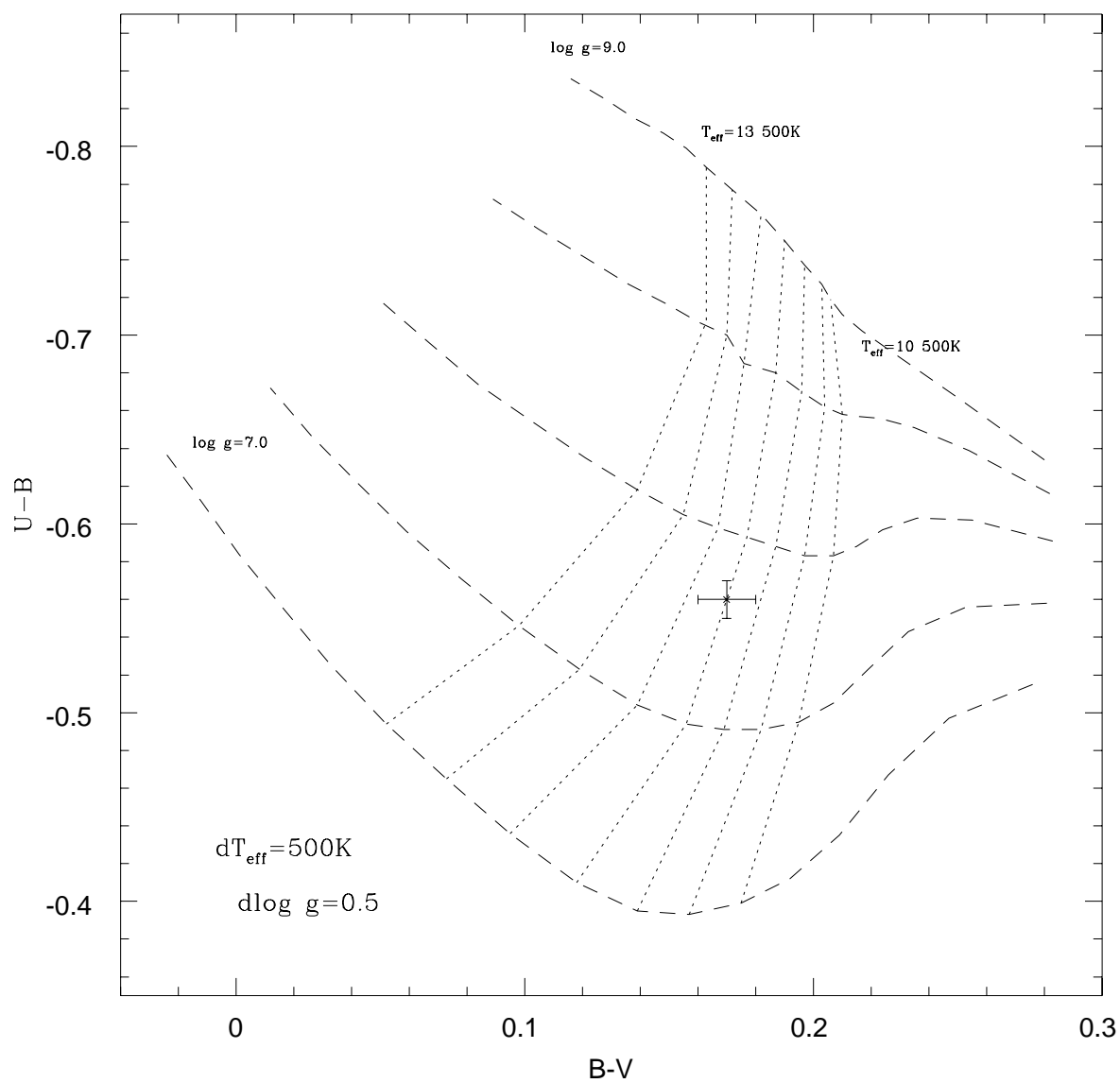


Fig. 6.3: Gráfico comparativo das cores Johnson com modelos de Bergeron et al. 2001. Neste caso, eu usei as barras de erro mínimas.

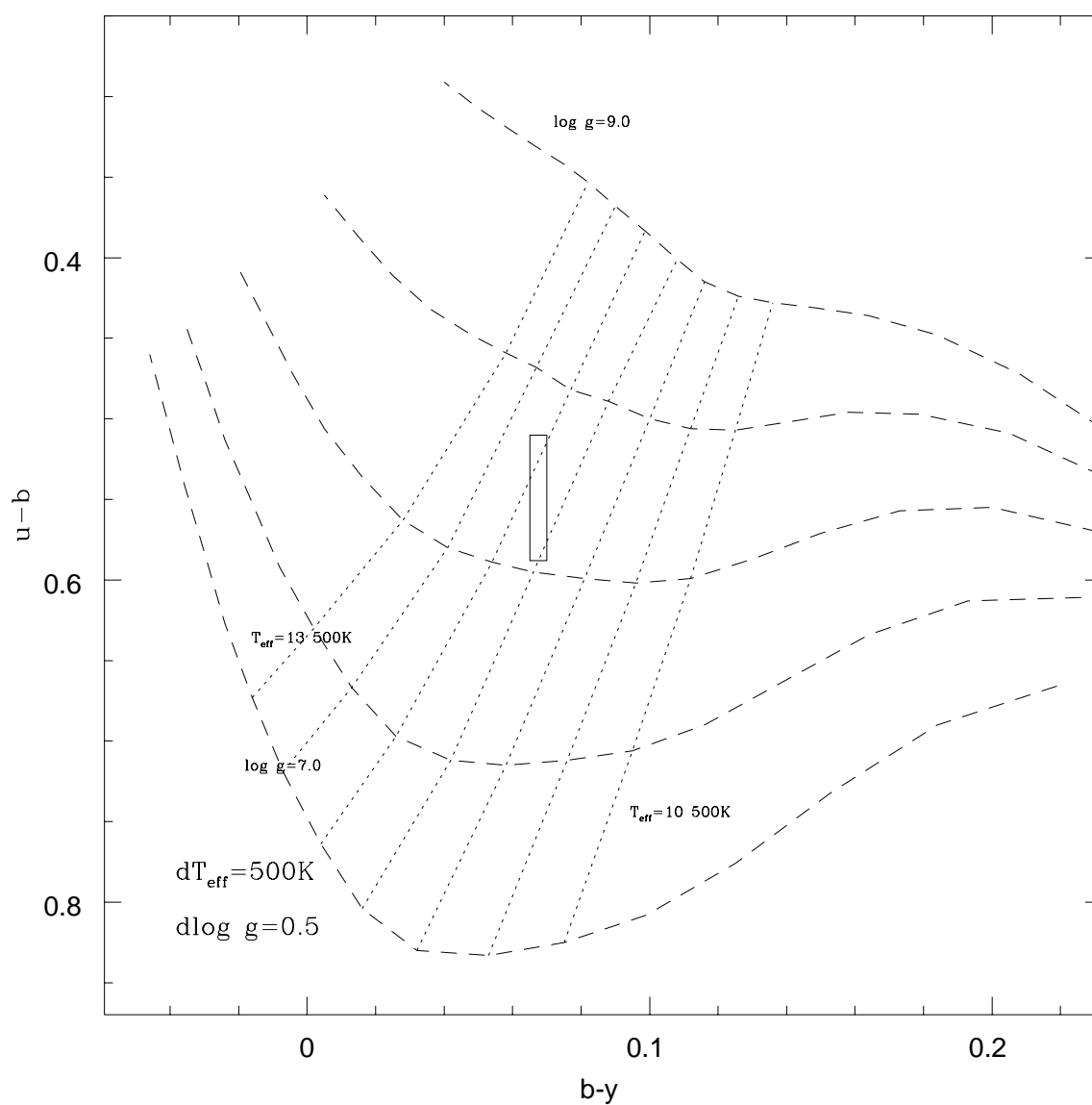


Fig. 6.4: Gráfico comparativo das cores Strömgren com modelos de Bergeron et al. 2001.

As barras de erro para as duas medidas independentes são externas, ou seja, as determinações definem a caixa de erro.

com $R > 19$, ou seja, é bem mais fraca que a G 185–32 ($R \sim 13$). Como esta estrela vizinha é vermelha e intrinsecamente fraca, não é ela que está interferindo nas cores mais azuis do meu objeto de estudo. As cartas celestes foram obtidas no catálogo virtual *Digitized Sky Survey* em <http://cdawww.dao.nrc.ca/dss>. No azul, a G 185–32 é dominante, esmaecendo para o vermelho. Contudo, mesmo na banda R ela é mais brilhante que a estrela que está ao seu lado, como mostram as figuras 6.5 e 6.6, para os filtros azul e vermelho, respectivamente. As bandas das placas fotográficas são $B \sim 4200 \text{ \AA}$, $R \sim 6500 \text{ \AA}$ e $I \sim 7500 \text{ \AA}$.

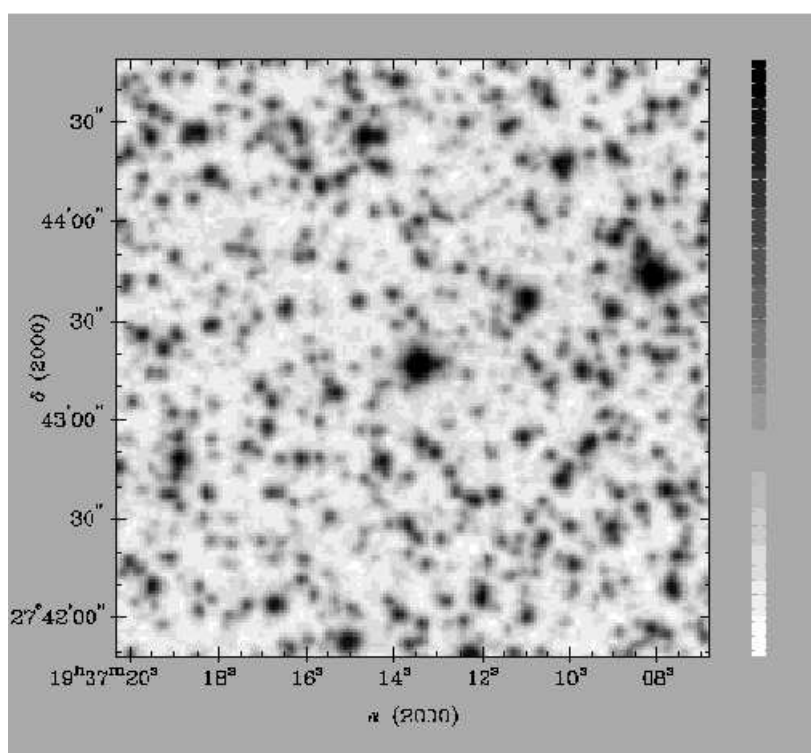


Fig. 6.5: Gráfico com as coordenadas do céu em 3' no filtro azul. A G 185–32 é a mais brilhante das 3 estrelas que estão no centro.

Somando-se as séries temporais obtidas com o HST calculamos o espectro médio da estrela. Da mesma forma que para os demais métodos listados, a solução derivada da comparação do espectro UV com modelos desenvolvidos por Detlev Koester, da Universidade de Kiel, é degenerada. Na figura 6.7 está graficado o espectro com as barras de erro. Na

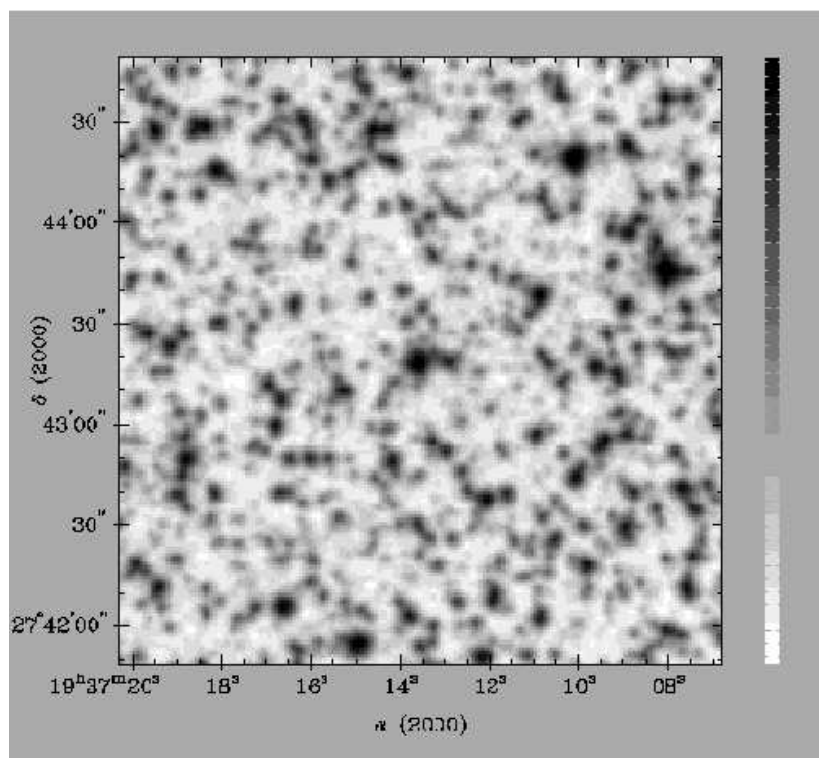


Fig. 6.6: Gráfico com as coordenadas do céu em 3' no filtro vermelho. Nesta banda, a G 185–32 também é mais brilhante que as estrelas vizinhas.

figura 6.8 estão os modelos que melhor se ajustam as observações. A normalização que nós escolhemos foi em $2\,000\text{ \AA}$, pois para comprimentos de onda pequenos a incerteza na medida é muito grande e para comprimentos de onda maiores ($\sim 2\,500\text{ \AA}$) o gradiente de fluxo dos modelos não é compatível com o das observações. Pode-se fazer a normalização em até aproximadamente $1\,500\text{ \AA}$ sem que haja mudança nas possíveis combinações de soluções.

A análise do nosso espectro UV, incluindo os valores obtidos da magnitude absoluta e distância como vínculo foi feita por Koester & Allard (2000). Os valores que eles obtiveram são $T_{\text{eff}} = 11\,820 \pm 110\text{ K}$ e $\log g = 7.92 \pm 0.1$. Uma outra determinação, agora pelo espectro ótico, foi feita por Bergeron et al. (1995), obtendo $T_{\text{eff}} = 12\,130 \pm 200\text{ K}$ e $\log g = 8.05 \pm 0.05$ para um modelo de atmosfera com $\text{ML2}/\alpha = 0.6$. Todos os modelos de Koester relatados neste trabalho também usam $\text{ML2}/\alpha = 0.6$, já que Bergeron et al. (1995) concluíram que

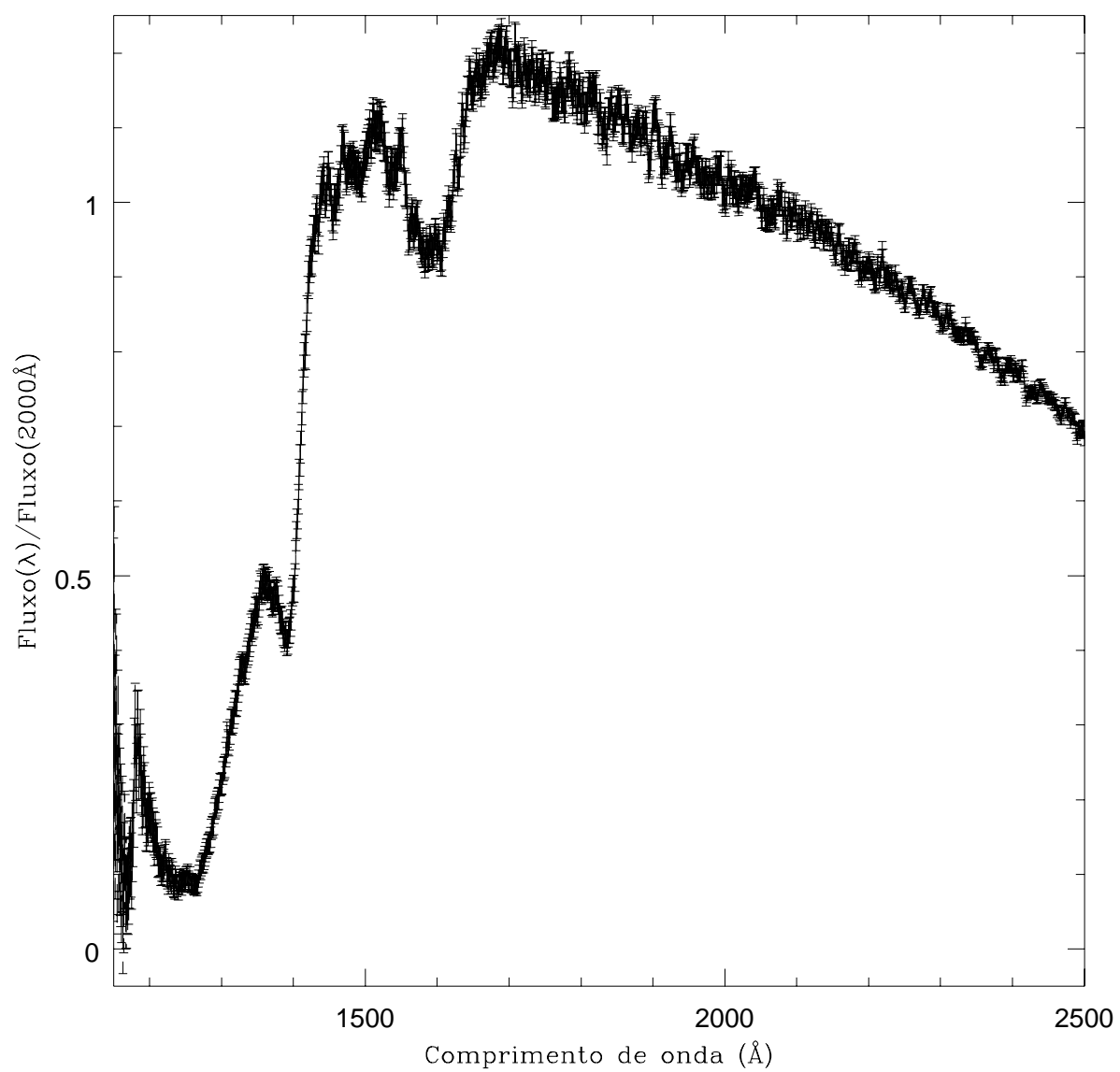


Fig. 6.7: Espectro UV obtido com o HST para a estrela G 185-32, normalizado em 2000 Å.

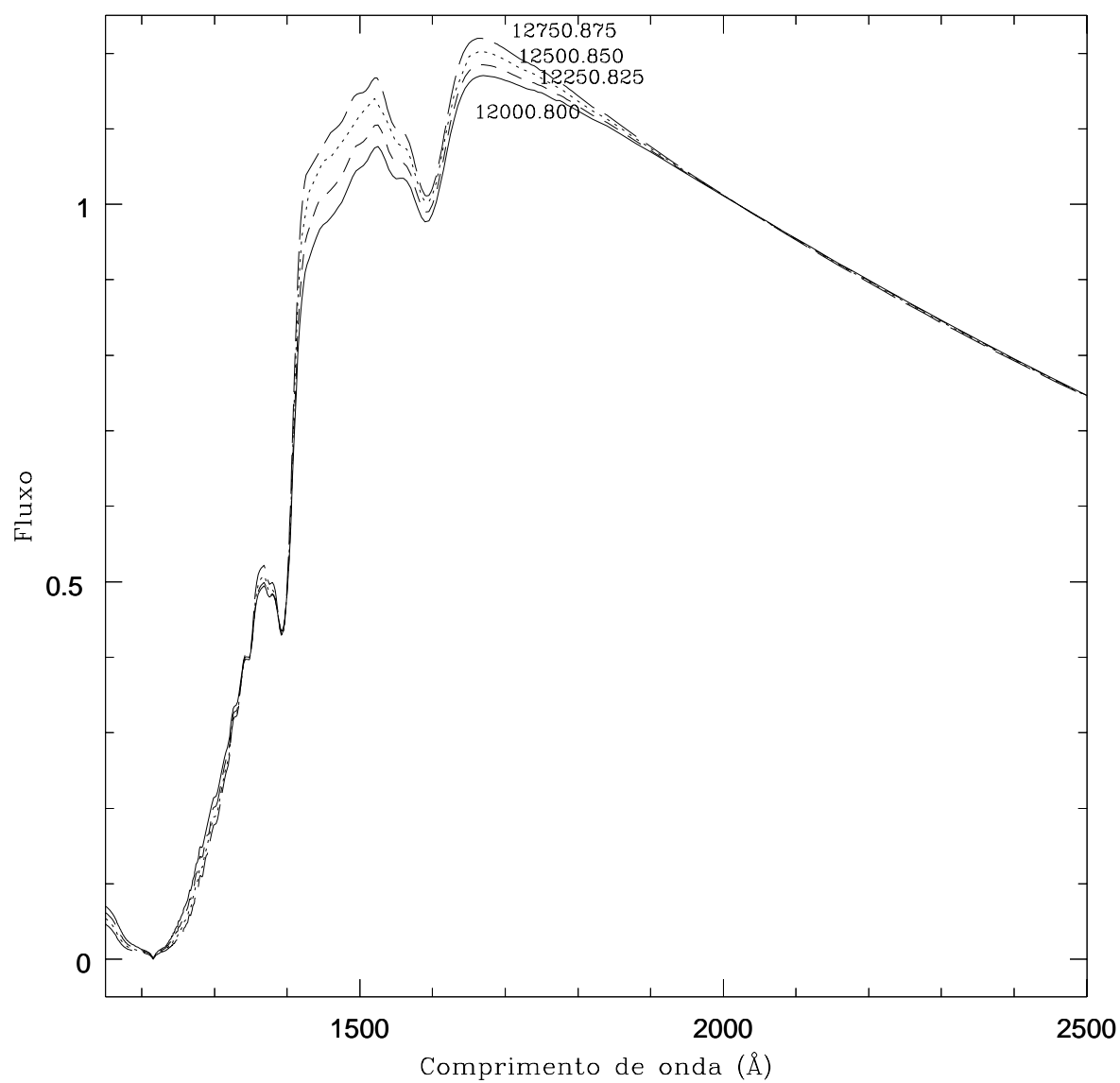


Fig. 6.8: Gráfico com os modelos desenvolvidos por Detlev Koester que melhor ajustam as observações, normalizados em 2000 Å.

estes modelos dão resultados consistentes no ótico e no UV.

A figura 6.9 mostra, no espaço de T_{ef} versus $\log g$ todas as determinações feitas até hoje para a estrela G 185–32.

Os melhores valores para as grandezas físicas em questão são obtidos com o equivalente da multiplicação das áreas. O que eu fiz foi associar uma distribuição normal a cada uma das soluções independentes, tanto para T_{eff} quanto para $\log g$. Os programas que eu desenvolvi são “gauss_temp.f”, para temperatura, e “gauss_grav.f”, para gravidade, que geram curvas com 3 000 pontos. O valor da probabilidade foi multiplicado ponto a ponto, resultando em uma distribuição normal para cada grandeza com $T_{\text{eff}} = 11\,960 \pm 80$ e $\log g = 8.02 \pm 0.04$

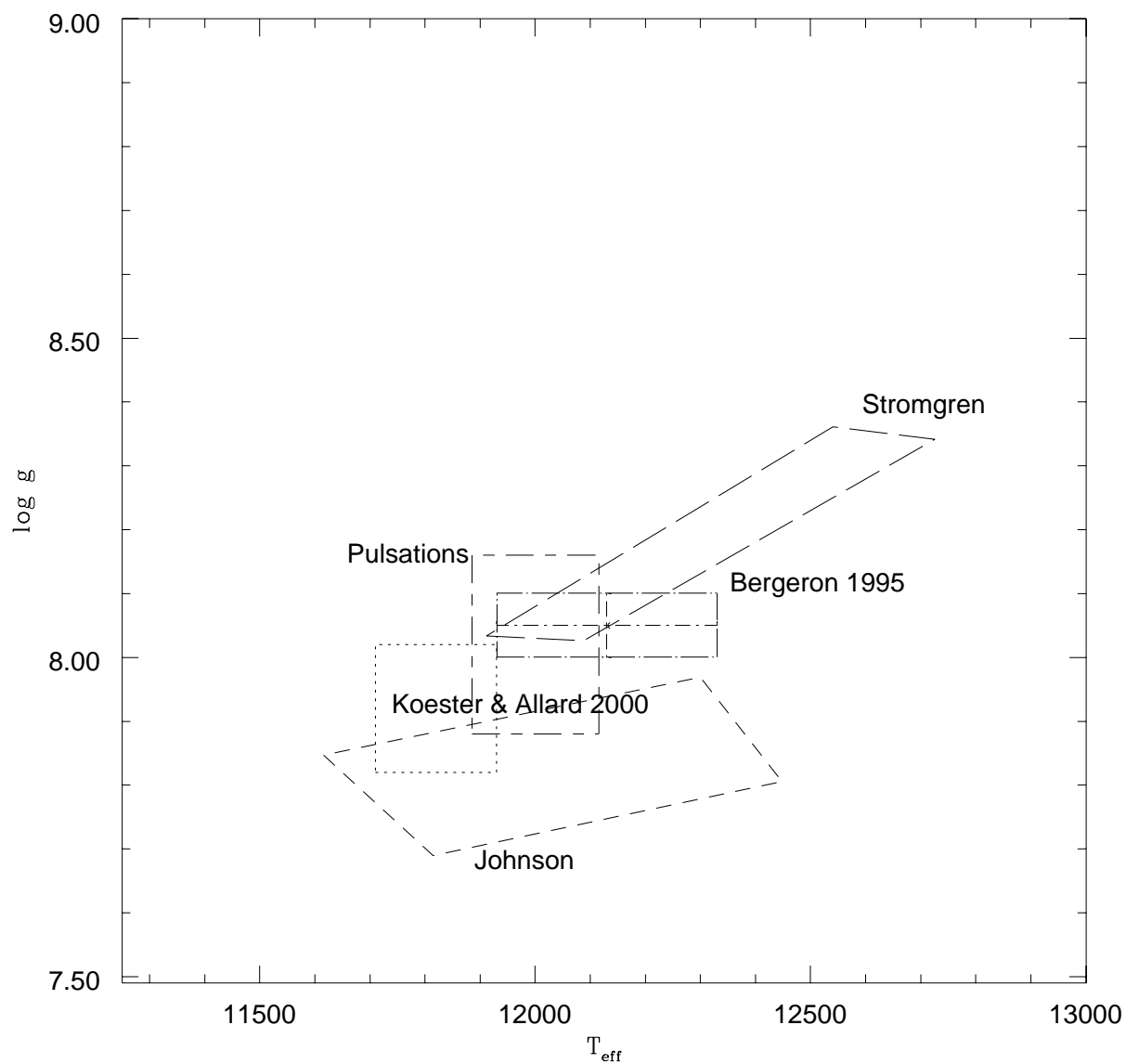


Fig. 6.9: Gráfico com todas as soluções obtidas para a estrela G 185–32 independentemente.

O resultado indicado por *Pulsations* é o nosso resultado da comparação da variação da amplitude com o comprimento de onda.

Capítulo 7

Conclusões e Perspectivas

Ao analisar as transformadas de Fourier das curvas de luz obtidas com o o HST e com o WET, ponderada no caso do WET, nós concluímos que a estrela anã branca pulsante G 185–32 tem pelo menos 14 modos de pulsação, o maior número de pulsações detectado para uma DAV. Tendo em vista que a amplitude da periodicidade em 141,9s não aumenta para o UV como as demais, propomos que ela deve ser causada por efeitos não-lineares, ou seja, não é uma pulsação real da estrela. Concluímos que a periodicidade em 70,9s, a mais curta jamais detectada em anãs brancas, de acordo com os modelos atuais, só pode ser $\ell = 2$, uma vez que se fosse $\ell = 1$ e $k = 1$ a massa deveria ser em torno de $1M_{\odot}$, o que não está correto para esta estrela. Se fosse $k = 0$ e $\ell = 1$, deveria existir uma companheira, a qual não foi detectada até o presente momento, ou um planeta, que é muito improvável, pois estaria completamente dentro da região onde as forças de maré o quebrariam (limite de Roche). O modo de pulsação de 70,9s tem, então, $\ell = 2$ e provavelmente $k = 1$.

Comparando métodos independentes de determinação de parâmetros atmosféricos, derivei que o melhor valor de temperatura efetiva e gravidade superficial são $11\,960 \pm 80$ K e $8,02 \pm 0,04$, correspondendo a uma massa $M = 0,617 \pm 0,024M_{\odot}$ derivada a partir dos modelos evolucionários de Wood (1995), e colocando a estrela entre o centro da faixa de instabilidade das ZZ Cetis e a borda azul.

Concordamos com a proposta de Thompson & Clemens (2003) que o ângulo de inclinação do eixo de pulsação em relação à linha de visada deve ser desfavorável, ou seja, próximo a perpendicular se as pulsações forem $m = 0$ ou ± 2 e próximo a paralelo, se $m \pm 1$.

Nesta etapa do trabalho, apesar de calcularmos as transformadas de Fourier ponderadas, eu fiz os ajustes por mínimos quadrados sem pesos. José Eduardo da Silveira Costa já implementou pesos no programa “multif.f”, que permitirá tornar a análise mais consistente, ainda que isto não deva alterar significativamente os resultados obtidos.

Tendo determinado um grande número de modos reais de pulsação da estrela, podemos agora utilizar modelos sismológicos para determinar sua estrutura interior e quantificar a espessura de suas camadas internas.

As propostas futuras são observar a estrela G 185–32 com o espectrógrafo de alta eficiência do *SOuthern Astrophysical Research Telescope* (SOAR) com resolução temporal suficiente para separar os modos de pulsação. Este telescópio terá um espectrógrafo com maior eficiência no azul do que o existente no Keck e permitirá medirmos variação nos perfis.

Capítulo 8

Programas

Probabilidades Correlacionadas

program probcorr

- c Arquivo de entrada: teff,logg,SS (360 linhas)
- c Procedimento:
- c 1. Escolhe 18 solucoes, uma para cada logg.
- c 2. Escolhe o proximo minimo de cada solucao para cada
- c uma das variaveis do problema, sendo as variacoes fixas
- c de 250, 0.25 e 1.
- c 3. Calculo das incertezas, inclusive o termo cruzado
- c 4. Calculo das densidades de probabilidade, usando a
- c expressao para variaveis correlacionadas.
- c 5. Calculo da densidade de probabilidade.
- c Autora: Barbara Garcia Castanheira
- c Data: 23.04.03
- c Detalhe: Falta normalizar a probabilidade pela amplitude

c da pulsacao, desde que se inclua um termo cruzado como
c eu fiz par Teff e logg.

```
real*8 teff(360),logg(360),SS(360),smin(18),teff0(18)
real*8 logg0(18),SST(18),SSg(18),SSl(18)
real*8 chig2(18),chil2(18),chiT2(18),Pt(1000,18),T
real*8 teff1,chit21,x,logg1,chig21,G,Pg(1000,18)
real*8 l1,chil21,L,z,y,Pl(1000,18),Pgn(1000),Pln(1000)
real*8 Prob(1000,18),Ptn(1000),min,teffmin,loggmin
real*8 NT
real*8 SSTG(18),chitg2(18),Ptg(100,18,100),Ptgn(100,100)
real*8 norm(18),norm2(18),SSS
integer l0(18),dum(18),dum2(324),imin0(18),lmin

open(1,file='sigma70',status='old')
open(2,file='probcorr.out',status='unknown')

do i=1,360
  read(1,*)teff(i),logg(i),SS(i)
enddo

do j=1,18
  smin(j)=10000.0
enddo
```

c esta parte encontra os minimos locais

```
do i=1,18
do j=1+20*(i-1),20*i
    if(SS(j).lt.smin(i)) then
        smin(i)=SS(j)
        imin0(i)=j
        teff0(i)=teff(j)
        logg0(i)=logg(j)
        l0(i)=2
    endif
enddo
if(i.lt.7) then
    l0(i)=1
endif
if(i.gt.11) then
    l0(i)=3
endif
write(2,100)smin(i),teff0(i),logg0(i),l0(i),imin0(i)
100  format(f8.4,1x,f7.1,1x,f4.2,1x,i1,1x,i3,1x)
enddo

close(2)

close(1)

open(3,file='probcorr.out',status='old')
```

c esta parte encontra os S que serao usados para calcular

c o sigma T, variando 250K

```
do i=1,18
```

```
SST(i)=10000.0
```

```
enddo
```

```
do i=1,18
```

```
read(3,*)smin(i),teff0(i),logg0(i),l0(i),imin0(i)
```

```
dum(i)=(imin0(i)-20*(i-1))-1
```

```
enddo
```

```
close(3)
```

```
open(1,file='sigma70',status='old')
```

```
open(7,file='sigmatcorr',status='unknown')
```

```
do i=1,18
```

```
do k=0,17
```

```
kk=dum(i)+20*k
```

```
if(SS(kk).lt.SST(i)) then
```

```
SST(i)=SS(kk)
```

```
endif
```

```
enddo
```

```
write(7,*)SST(i)
```

```
enddo
```

```
close(1)

close(7)

open(3,file='probcorr.out',status='old')

c esta parte encontra os S que serao usados para calcular
c sigma g, tendo variado 0.25

do j=1,18
read(3,*)smin(j),teff0(j),logg0(j),l0(j),imin0(j)
enddo

open(5,file='sigmagcorr',status='unknown')

do i=1,5
if(smin(i+1).lt.smin(i+7)) then
SSg(i)=smin(i+1)
else
SSg(i)=smin(i+7)
endif
if(smin(i+13).lt.SSg(i)) then
SSg(i)=smin(i+13)
endif
write(5,*)SSg(i)
enddo

if(smin(5).lt.smin(11)) then
```

```
SSg(6)=smin(5)

else

SSg(6)=smin(11)

endif

if(smin(17).lt.SSg(6)) then

SSg(6)=smin(17)

endif

write(5,*)SSg(6)


do i=7,11

if(smin(i+1).lt.smin(i+7)) then

SSg(i)=smin(i+1)

else

SSg(i)=smin(i+7)

endif

if(smin(i-5).lt.SSg(i)) then

SSg(i)=smin(i-5)

endif

write(5,*)SSg(i)

enddo


if(smin(5).lt.smin(11)) then

SSg(12)=smin(5)

else

SSg(12)=smin(11)

endif
```



```
if(smin(17).lt.SSg(12)) then
SSg(12)=smin(17)
endif
write(5,*)SSg(12)

do i=13,17
if(smin(i+1).lt.smin(i-5)) then
SSg(i)=smin(i+1)
else
SSg(i)=smin(i-5)
endif
if(smin(i-11).lt.SSg(i)) then
SSg(i)=smin(i-11)
endif
write(5,*)SSg(i)
enddo

if(smin(5).lt.smin(11)) then
SSg(18)=smin(5)
else
SSg(18)=smin(11)
endif
if(smin(17).lt.SSg(18)) then
SSg(18)=smin(17)
endif
write(5,*)SSg(18)
```

```
open(6,file='sigmalcorr',status='unknown')
```

c esta parte encontra os S que serao usados para calcular
c os sigma L, tendo variado 1

```
do i=1,18
```

```
SSl(i)=10000.0
```

```
enddo
```

```
do i=1,6
```

```
do j=7,12
```

```
if(smin(j).lt.SSl(i)) then
```

```
SSl(i)=smin(j)
```

```
endif
```

```
enddo
```

```
write(6,*)SSl(i)
```

```
enddo
```

```
do i=7,12
```

```
do j=1,6
```

```
if(smin(j).lt.SSl(i)) then
```

```
SSl(i)=smin(j)
```

```
endif
```

```
enddo
```

```
do j=13,18
```

```
if(smin(j).lt.SSl(i)) then
SSl(i)=smin(j)
endif
enddo
write(6,*)SSl(i)
enddo
```

```
do i=13,18
do j=7,12
if(smin(j).lt.SSl(i)) then
SSl(i)=smin(j)
endif
enddo
write(6,*)SSl(i)
enddo
```

```
close(5)
close(6)
close(3)
```

```
open(3,file='probcorr.out',status='old')
open(8,file='sigmatgcorr',status='unknown')
```

c esta parte encontra os S que serao usados para calcular
c sigmatg (termo cruzado), tendo variado 250K e 0.25
c em log g.

```
do i=1,18
SSTG(i)=10000.0
enddo
```

```
do i=1,18
read(3,*)smin(i),teff0(i),logg0(i),l0(i),imin0(i)
dum(i)=imin0(i)+21
enddo
```

```
do i=1,5
do k=0,2
kk=dum(i)+120*k
if(SS(kk).lt.SSTG(i)) then
SSTG(i)=SS(kk)
endif
enddo
write(8,*)SSTG(i)
enddo
```

```
dum(6)=imin0(6)-19
do k=0,2
kk=dum(6)+120*k
if(SS(kk).lt.SSTG(6)) then
SSTG(6)=SS(kk)
endif
```

```
enddo

write(8,*)SSTG(6)


do i=7,11
do k=-1,1
kk=dum(i)+120*k
if(SS(kk).lt.SSTG(i)) then
SSTG(i)=SS(kk)
endif
enddo
write(8,*)SSTG(i)
enddo


dum(12)=imin0(12)-19
do k=-1,1
kk=dum(12)+120*k
if(SS(kk).lt.SSTG(12)) then
SSTG(12)=SS(kk)
endif
enddo
write(8,*)SSTG(12)


do i=13,17
do k=-2,0
kk=dum(i)+120*k
if(SS(kk).lt.SSTG(i)) then
```

```
SSTG(i)=SS(kk)

endif

enddo

write(8,*)SSTG(i)

enddo


dum(18)=imin0(18)-19

do k=-2,0

kk=dum(i)+120*k

if(SS(kk).lt.SSTG(18)) then

SSTG(18)=SS(kk)

endif

enddo

write(8,*)SSTG(18)


close(3)


open(3,file='probcorr.out',status='unknown')

c      open(15,file='abscorr',status='unknown')


c esta parte encontra a solucao global para cada periodo


SSS=0.0

do i=1,18

read(3,*)smin(i),teff0(i),logg0(i),l0(i),imin0(i)

SSS=SSS+smin(i)*smin(i)
```

```
        enddo

c      min=10000.0
c      do i=1,18
c      if(smin(i).lt.min) then
c          min=smin(i)
c          teffmin=teff0(i)
c          loggmin=logg0(i)
c          lmin=l0(i)
c      endif
c      enddo
c      write(15,*)min,teffmin,loggmin,lmin

      close(3)
c      close(15)

      do i=1,18
chig2(i)=abs(0.25**2/(SSg(i)-smin(i)))
chil2(i)=abs(1/(SSl(i)-smin(i)))
chiT2(i)=abs(250**2/(SST(i)-smin(i)))
chitg2(i)=abs(250*0.25/(SSTG(i)-smin(i)))
      enddo

c escrever a funcao densidade de probabilidade em duas
c dimensoes com o termo de correlacao
```

```
open(9,file='probtgcorr',status='unknown')

do j=1,18

teff1=teff0(j)

chit21=chiT2(j)

logg1=logg0(j)

chig21=chig2(j)

chitg21=chitg2(j)

T=9500.0

do kk=1,100

G=7.0

do i=1,100

rho=sqrt(chitg21)/sqrt(chit21*chig21)

if(rho.gt.0.5) then

rho=0.0

endif

write(*,*)rho

zt=(T-teff1)**2/chit21

zg=(G-logg1)**2/chig21

ztg=-2*rho*(T-teff1)*(G-logg1)/(sqrt(chit21*chig21))

norm(j)=1/(smin(j)**2)

norm2(j)=1/(sqrt(1-rho**2))

Ptg(i,j,kk)=norm(j)*norm2(j)*exp(-(zt+zg+ztg)/(2*(1-rho**2)))

G=G+0.02

write(9,*)T,G,Ptg(i,j,kk)

enddo

T=T+55
```



```
enddo
```

```
enddo
```

```
close(9)
```

```
c esta parte soma as funcoes de probabilidade em todo
```

```
c o espaco de teff e logg
```

```
open(13,file='probtgncorr',status='unknown')
```

```
T=9500.0
```

```
do kk=1,100
```

```
G=7.0
```

```
do i=1,100
```

```
Ptgn(i,kk)=0.0
```

```
do j=1,18
```

```
Ptgn(i,kk)=Ptgn(i,kk)+Ptg(i,j,kk)
```

```
enddo
```

```
G=G+0.02
```

```
write(13,*)T,G,Ptgn(i,kk)
```

```
enddo
```

```
T=T+55
```

```
enddo
```

```
close(13)
```

```
end
```

Referências

- [1] ALTHAUS, L. G.; BENVENUTO, O. G. Evolution of DB white dwarfs in the Canuto and Mazzitelli theory of convection. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, London, v. 278, n. 4, p. 981–984, Feb. 1996.
- [2] BENVENUTO, O. G. et al. On mode trapping in pulsating DA white dwarf stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, London, v. 335, n. 2, p. 480–486, Sept. 2002.
- [3] BERGERON, P. et al. Optical and ultraviolet analyses of ZZ Ceti stars and study of the atmospheric convective efficiency in DA white dwarfs. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 449, n. 1, p. 258–279, Aug. 1995. pt. 1.
- [4] BERGERON, P.; LEGGETT, S. K.; RUIZ, M. T. Photometric and spectroscopic analysis of cool white dwarfs with trigonometric parallax measurements. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, Chicago, v. 133, n. 2, p. 413–449, Apr. 2001.
- [5] BÖHM-VITENSE, E. Über die Wasserstoffkonvektionszone in Sternen verschiedener Effektivtemperaturen und Leuchtkräfte. *Zeitschrift für Astrophysik*, Kiel, v. 46, p. 108–143, 1958.
- [6] BÖHM, K. H.; CASSINELLI, J. Convective envelopes and acoustic noise generation in white dwarfs. *Astronomy and Astrophysics*, Berlin, v. 12, n.1, p. 21–27, Apr. 1971.

-
- [7] BRADLEY, P. A.; WINGET, D. E. Hot or not? Theoretical blue edges for DA and DB white dwarf models. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 421, n. 1, p. 236–244, Jan. 1994. pt. 1.
- [8] BRADLEY, P. A. Theoretical models for asteroseismology of DA white dwarf stars. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 468, n. 1, p. 350–368, Sept. 1996. pt. 1.
- [9] BRADLEY, P. A. Asteroseismology of DAV white dwarf stars. *Baltic Astronomy*, Vilnius, v. 7, p. 111–130, 1998.
- [10] BRADLEY, P. A. Asteroseismological constraints on the structure of the ZZ Ceti stars L19-2 and GD 165. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 552, n. 1, p. 326–339, May 2001. pt. 1.
- [11] BUCHLER, J. R.; YECKO, P. A.; KOLLATH, Z. The nature of strange modes in classical variable stars. *Astronomy and Astrophysics*, Berlin, v. 326, n. 2, p. 669–681, Oct. 1997.
- [12] BUCHLER, J. R.; GOUPIL, M.-J.; HANSEN, C. J. On the role of resonances in nonradial pulsators. *Astronomy and Astrophysics*, Berlin, v. 321, n. 1, p. 159–176, May 1997.
- [13] CANUTO, V. M.; MAZZITELLI, I. Stellar turbulent convection: a new model and applications. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 370, n. 1, p. 295–311, Mar. 1991. pt. 1.
- [14] CANUTO, V. M.; GOLDMAN, I.; MAZZITELLI, I. Stellar turbulent convection: a self-consistent model. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 473, n. 1, p. 550–559, Dec. 1996. pt. 1.

- [15] CHANDRASEKHAR, S. The maximum mass of ideal white dwarfs. *Astrophysical Journal*, Chicago, v. 74, p. 81–82, July 1931.
- [16] CHARPINET, S. et al. The potential of asteroseismology for hot, subdwarf B stars: a new class of pulsating stars? *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 471, n. 2, p. 103–106, Nov. 1996. pt. 2.
- [17] CLEMENS, J. C.; van KERKWIJK, M. H.; WU, Y. Mode identification from time-resolved spectroscopy of the pulsating white dwarf G29-38. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, London, v. 314, n. 2, p. 220–228, May 2000.
- [18] COSTA, J. E. S.; KEPLER, S. O.; WINGET, D. E. Direct measurement of a secular pulsation period change in the pulsating hot pre-white dwarf PG 1159-035. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 522, n. 2, p. 973–982, Sept. 1999. pt. 1.
- [19] CÓRSICO, A. H. et al. The potential of the variable DA white dwarf G117-B15A as a tool for fundamental physics. *New Astronomy*, Amsterdam, v. 6, n. 4, p. 197–213, June 2001.
- [20] COWLING, T. G. The non-radial oscillations of polytropic stars *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, London, v. 101, n. 8, p. 367–375, 1941.
- [21] COX, J. P. A preliminary analysis of the effectiveness of second helium ionization in inducing cepheid instability stars. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 132, n. 3, p. 594–626, Nov. 1960.
- [22] DAHN, C. C. et al. Fourth catalog of trigonometric parallaxes of faint stars. Disponível em: <<http://www.whitedwarf.org/index.html?research/>&0>. Acesso em: 10 jul. 2003.
- [23] DAHN, C. C. et al. U. S. Naval Observatory parallaxes of faint stars, list VIII. *Astronomical Journal*, Woodbury, v. 95, n. 1, p. 237–246, Jan. 1988.

- [24] DEEMING, T. J. Fourier analysis with unequally-spaced data. *Astrophysics and Space Science*, Dordrecht, v. 36, p. 137, Aug. 1975.
- [25] EDDINGTON, A. S. *The internal constitution of the stars*. Cambridge: Cambridge University Press, 1926.
- [26] FINLEY, D. S.; KOESTER, D.; BASRI, G. The temperature scale and mass distribution of hot DA white dwarfs. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 488, n. 1, p. 375–396, Oct. 1997. pt. 1.
- [27] FONTAINE, G. et al. On the hydrogen layer thickness in pulsating DA white dwarfs. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 428, n. 2, p. 61, June 1994. pt. 2.
- [28] FONTAINE, G. et al. A reanalysis of multiwavelength observations of the pulsating DA white dwarf G117-B15A. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 469, n. 1, p. 320–328, Sept. 1996. pt. 1.
- [29] FONTAINE, G.; WESEMAEL, F. A critical look at the question of thick vs thin hydrogen and helium envelopes in white dwarfs. In: EUROPEAN WORKSHOP IN WHITE DWARFS, 10., 1997, Blanes. *Proceedings of the ...* Dordrecht: Kluwer, 1997. p. 173–192.
- [30] GIOVANNINI JUNIOR, O. *Distribuição de massa, cristalização e variabilidade das estrelas anãs brancas DA*. 1996. 119 f. Tese (Doutorado em Ciências). Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1996.
- [31] GIOVANNINI, O. et al. Blue edge of the ZZ Ceti instability strip versus mass. *Baltic Astronomy*, Vilnius, v. 7, n. 1/2, p. 131–140, 1998.
- [32] GOLDBREICH, P.; WU, Y. Gravity modes in ZZ Ceti stars. I. quasi-adiabatic analy-

- sis of overstability. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 511, n. 2, p. 904–915, Feb. 1999. pt. 1.
- [33] GREENSTEIN, J. L. *Stellar atmospheres*. Chicago: University of Chicago Press, 1960. p. 676.
- [34] GREENSTEIN, J. L. Spectrophotometry of the white dwarfs. *Astrophysical Journal*, Chicago, v. 276, n. 2, p. 602–620, Jan. 1984. pt. 1.
- [35] HANDLER, G. Merging data from large and small telescopes – good or bad? and: how useful is the application of statistical weights to time-series photometric measurements? *Baltic Astronomy*, Vilnius, v. 12, p. 253–270, 2003.
- [36] HANSEN, B. M. S. et al. The white dwarf cooling sequence of the globular cluster Messier 4. *The Astrophysical Journal*, v. 574, n. 2, p. 155–158, Chicago, Aug. 2002. pt. 2.
- [37] HAYASHI, C.; HOSHI, R. The outer envelope of giant stars with surface convection zone. *Publications of the Astronomical Society of Japan*, Tokyo, v. 13, p. 442–449, 1961.
- [38] HINE, B. *A search for pulsations in planetary nebulae nuclei*. 1988. 245 f. Thesis (Ph.D.). University of Texas, Austin, 1988.
- [39] IBEN, I. Low mass asymptotic giant branch evolution. I. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 260, n. 2, p. 821–837, Sept. 1982. pt. 1.
- [40] ISING, J.; KOESTER, D. Nonlinear effects in time-resolved spectra of DAVs. *Astronomy and Astrophysics*, Berlin, v. 374, n. 1, p. 116–131, Sept. 2001.
- [41] KANAAN, A.; KEPLER, S. O.; WINGET, D. E. The ZZ Ceti red edge. *Astronomy and Astrophysics*, Berlin, v. 389, n. 3, p. 896–903, July 2002.

-
- [42] KENNEY, J. F.; KEEPING, E. S. *Mathematics of statistics*. 2 ed. Princeton: Van Nostrand, 1951. v. 2.
- [43] KEPLER, S. O. et al. The pulsation periods of the pulsating white dwarf G117-B15A. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 254, n. 2, p. 676–682, Mar. 1982. pt. 1.
- [44] KEPLER, S. O. The ZZ Ceti star GD 385 revisited. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 278, n. 2, p. 754–760, Mar. 1984. pt. 1.
- [45] KEPLER, S. O. et al. A detection of the evolutionary time scale of the DA white dwarf G117 - B15A with the Whole Earth Telescope. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 378, n. 2, p. 45–48, Sept. 1991. pt. 2.
- [46] KEPLER, S. O. Whole Earth Telescope data analysis. In: WHOLE EARTH TELESCOPE WORKSHOP, 2., 1993, Vilnius, Lithuania. *Proceedings of the ...* Vilnius: Institute of Theoretical Physics and Astronomy, 1993. p. 515–529.
- [47] KEPLER, S. O. et al. Whole Earth Telescope observations on the DAV white dwarf G 226–29. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 447, n. 2, p. 874–879, July 1995. pt. 1.
- [48] KEPLER, S. O.; ROBINSON, E. L.; NATHER, R. E. FOS observations of a pulsating DA white dwarf. In: WORKSHOP HELD AT THE SPACE TELESCOPE SCIENCE INSTITUTE, 1995, Baltimore. *Calibrating Hubble Space Telescope post servicing mission*, Baltimore: Space Telescope Science Institute, 1995. p. 104–107.
- [49] KEPLER, S. O. et al. Mode identification of pulsating white dwarfs using the HST. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 539, n. 1, p. 379–391, Aug. 2000. pt. 1.

- [50] KEPLER, S. O. et al. Evolutionary timescale of the pulsating white dwarf G117-B15A: the most stable optical clock known. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 534, n. 2, p. L185–L188, May 2000b. pt. 2.
- [51] KEPLER, S. O. et al. The everchanging pulsating white dwarf GD358. *Astronomy and Astrophysics*, Berlin, v. 401, n. 2, p. 639–654, Apr. 2003.
- [52] KOESTER, D.; VAUCLAIR, G. Convection and the ZZ Ceti instability strip. In: EUROPEAN WORKSHOP ON WHITE DWARFS, 10., 1996, Blanes. *Proceedings of the ...* Dordrecht: Kluwer, 1997. p. 429.
- [53] KOESTER, D. et al. Search for rotation in white dwarfs. *Astronomy and Astrophysics*, Berlin, v. 338, n. 2, p. 612–622, Oct. 1998.
- [54] KOESTER, D.; ALLARD, N. F. The ZZ Ceti instability strip revisited. *Baltic Astronomy*, Vilnius, v. 9, p. 119–124, 2000.
- [55] LACOMBE, P.; FONTAINE, G. Strömgren photometry of cool white dwarfs. *Astronomy and Astrophysics Supplement Series*, Orsay, v. 43, n. 3, p. 367–373, Mar. 1981.
- [56] LANDOLT, A. U. A new short-period blue variable. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 153, n. 1, p. 151–164, July 1968. pt. 1.
- [57] LUDWIG, H.-G.; JORDAN, S.; STEFFEN, M. Numerical simulations of convection at the surface of a ZZ Ceti white dwarf. *Astronomy and Astrophysics*, Berlin, v. 284, n. 1, p. 105–117, Apr. 1994.
- [58] MCCOOK, G. P.; SION, E. M. A catalog of spectroscopically identified white dwarfs. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, Chicago, v. 121, n. 1, p. 1–130, Mar. 1999.

- [59] MCGRAW, J. T. et al. Two new variable white dwarfs: G185-32 and G191-16. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 250, n. 1, p. 349–354, Nov. 1981. pt. 1.
- [60] MESTEL, L; RUDERMAN, M. A. The energy content of a white dwarf and its rate of cooling. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, London, v. 136, n. 1, p. 27–38, May 1967.
- [61] METCALFE, T. S. *Computational asteroseismology*. 2001. 119 f. Thesis (Ph.D.), The University of Texas at Austin, Austin, 2001.
- [62] NATHER, R. E. et al. The Whole Earth Telescope: a new astronomical instrument. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 361, n. 1, p. 309–317, Sept. 1990. pt. 1.
- [63] OLIVEIRA FILHO, K. de S.; SARAIVAI, M. de F. O. *Astronomia e astrofísica*, Porto Alegre: Ed. Universidade/UFRGS, 2000.
- [64] PESNELL, W. D. Observable quantities of nonradial pulsations in the presence of slow rotation. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 292, n. 1, p. 238–248, May 1985. pt. 1.
- [65] PFEIFFER, B. et al. Whole Earth Telescope observations and seismological analysis of the cool ZZ Ceti star GD 154. *Astronomy and Astrophysics*, Berlin, v. 314, n. 1, p. 182–190, Oct. 1996.
- [66] ROBINSON, E. L. The observational properties of the ZZ Ceti stars. In: COLLOQUIUM, 1979; ANNUAL WORKSHOP ON NOVAE, DWARF NOVAE AND OTHER CATAclysmic VARIABLES, 4., 1979, Rochester. *White dwarfs and variable degenerate stars*. Rochester: University of Rochester, 1979. p. 343–358.
- [67] ROBINSON, E. L.; KEPLER, S. O.; NATHER, R. E. Multicolor variations of the ZZ

- Ceti stars. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 259, n. 1, p. 219–231, Aug. 1982. pt. 1.
- [68] ROBINSON, E. L. et al. The pulsation index, effective temperature, and thickness of the hydrogen layer in the pulsating DA white dwarf G117-B15A. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 438, n. 2, p. 908–916, Jan. 1995. pt. 1.
- [69] SAFFER, R. A.; LIVIO, M.; YUNGELSON, L. R. Close binary white dwarf systems: numerous new detections and their interpretation. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 502, n. 1, p. 394–407, July 1998.
- [70] SALPETER, E. E. The luminosity function and stellar evolution. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 121, n. 1, p. 161–167, Jan. 1955.
- [71] SCHMIDT, M. The rate of star formation *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 129, n. 2, p. 243–258, Mar. 1959.
- [72] SCHÖNBERNER, D. Asymptotic giant branch evolution with steady mass loss. *Astronomy and Astrophysic*, Berlin, v. 79, n. 1/2, p. 108–114, Oct. 1979.
- [73] SION, E. M. et al. A proposed new white dwarf spectral classification system. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 269, n. 1, p. 253–257, June 1983. pt. 1.
- [74] THOMPSON, S. E.; CLEMENS, J. C. The inclination of G185–32. In: ASTEROSEISMOLOGY ACROSS THE HR DIAGRAM, 2003, Porto. *Proceedings of the ...* Dordrecht: Kluwer, 2003. p. 257–260.
- [75] van ALTENA, W. F.; LEE, J. T.; HOFFLEIT, E. D. Yale Trigonometric Parallaxes. Disponível em: <http://vizier.u-strasbg.fr/viz-bin/VizieR>. Acesso em: 10 jul. 2003.
- [76] WEGNER, G. Photometry of white dwarfs in the Strömgren system. *Astronomical Journal*, New York, v. 88, n. 1, p. 109–119, Jan. 1983.

- [77] WEIDEMANN, V.; YUAN, J. W. Mass distribution and luminosity function of white dwarfs. In: IAU COLLOQUIUM, 114., 1988, Hanover. *White dwarfs*. Berlin: Springer-Verlag, 1999. p. 1–14.
- [78] WEIDEMANN, V. Revision of the initial-to-final mass relation. *Astronomy and Astrophysics*, Berlin, v. 363, n. 2, p. 647–656, Nov. 2000.
- [79] WINGET, D. E. et al. The pulsation properties of DB white dwarfs: a preliminary analysis. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 268, n. 1, p. 33–36, May 1983. pt. 2.
- [80] WINGET, D. E. et al. An independent method for determining the age of the universe. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 315, n. 2, p. L77–L81, Apr. 1987. pt. 2.
- [81] WINGET, D. E. et al. An empirical test of the theory of crystallization in stellar interiors. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 487, n. 2, p. L191–L194, Out. 1997. pt. 2.
- [82] WHITTAKER, E. T.; ROBINSON, G. *The calculus of observations: a treatise on numerical mathematics*. 4. ed. New York: Dover, 1967. p. 324–328.
- [83] WOOD, M. A. Theoretical white dwarf luminosity functions: DA models. In: EUROPEAN WORKSHOP ON WHITE DWARFS, 1994, Kiel. *Proceedings of the ...* Berlin: Springer-Verlag, 1995. p. 41.
- [84] WU, Y. *Excitation and saturation of white dwarf pulsations*. 1998. 204 f. Thesis (Ph.D.). California Institute of Technology, Pasadena, 1998.
- [85] WU, Y.; GOLDREICH, P. Gravity modes in ZZ Ceti stars. II. Eigenvalues and eigenfunctions. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 519, n. 2, p. 783–792, July 1999. pt. 1.

-
- [86] WU, Y. Combination frequencies in the Fourier spectra of white dwarfs. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, London, v. 323, n. 1, p. 248–256, May 2001.
- [87] WU, Y.; GOLDREICH, P. Tidal evolution of the planetary system around HD 83443. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 564, n. 2, p. 1024–1027, Jan, 2002. pt. 1.
- [88] ZHANG, E.-H.; ROBINSON, E. L.; NATHER, R. E. The eclipses of cataclysmic variables. I. HT Cassiopeiae *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 305, n. 2, p. 740–758, June 1986. pt. 1.