

Université de Montréal

Propriétés atmosphériques des étoiles naines
blanches froides de type DA

par

Pierre Bergeron

Département de physique

Faculté des arts et des sciences

Thèse présentée à la Faculté des études supérieures
en vue de l'obtention du grade de
Philosophiæ Doctor (Ph.D.)
en physique

Octobre, 1988

© Pierre Bergeron, 1988

Université de Montréal
Faculté des études supérieures

Cette thèse intitulée :

"Propriétés atmosphériques des étoiles naines
blanches froides de type DA"

présentée par :

Pierre Bergeron

a été évaluée par un jury composé des personnes suivantes :

M. Gilles Fontaine
président rapporteur

M. François Wesemael
directeur de recherche

M. Anthony Moffat
membre du jury

M. H.L. Shipman
examineur externe

M. Jean-Marie Gagné
représentant du doyen

Thèse acceptée le : 21 février 1989

SOMMAIRE

Nous présentons une étude détaillée des propriétés atmosphériques des étoiles naines blanches froides de type DA. En particulier, nous déterminons l'abondance d'hélium dans un échantillon d'étoiles froides ($T_e < 12000\text{K}$).

À ces basses températures effectives, les raies d'hélium deviennent invisibles, et il faut alors recourir à des méthodes indirectes pour en déterminer l'abondance. Dans notre analyse, l'abondance d'hélium est déduite de l'observation des raies excitées de la série de Balmer de l'atome d'hydrogène; la présence de l'hélium a pour effet d'augmenter la pression atmosphérique, et de perturber ainsi les niveaux excités de l'atome. Ces perturbations des niveaux atomiques de l'hydrogène sont traités à l'aide d'un formalisme de probabilité d'occupation, récemment développé par Hummer et Mihalas. Les propriétés des spectres synthétiques obtenus à l'aide de ce formalisme sont étudiées en détail dans l'espace complet des paramètres atmosphériques.

L'analyse spectroscopique d'un échantillon de naines blanches froides de type DA révèle que ces étoiles contiennent une quantité importante d'hélium ($\text{He}/\text{H} \sim 0.1-10$). Ce résultat implique qu'au cours de l'évolution de l'étoile, la couche superficielle d'hydrogène a été mélangée avec la couche sous-jacente d'hélium. Pour que ce mélange convectif se produise, l'épaisseur de la couche d'hydrogène doit être inférieure à $\sim 10^{-7} M_*$. Cette conclusion est en accord avec d'autres évidences de la

présence de couches minces d'hydrogène dans les naines blanches de type DA.

La corrélation observée entre l'abondance d'hélium et la température effective démontre que le spectre de valeurs possibles de la couche d'hydrogène est relativement étroit, et que la température de mélange se situe autour de $\sim 11000\text{K}$. Cette corrélation montre aussi qu'au cours de son refroidissement, l'étoile redevient riche en hydrogène. Ce dernier résultat est interprété en termes du mécanisme d'accrétion interstellaire.

TABLE DES MATIÈRES

IDENTIFICATION DU JURY	ii
SOMMAIRE	iii
LISTE DES TABLEAUX	x
LISTE DES FIGURES	xii
DÉDICACE	xvi
CHAPITRE 1 Evolution spectrale des naines blanches	1
1.1 Les atmosphères de naines blanches riches en hydrogène	1
1.2 Les atmosphères de naines blanches riches en hélium	5
1.3 La statistique du nombre d'étoiles non-DA comparé au nombre d'étoiles DA	8
1.4 L'épaisseur de la couche d'hydrogène	11
1.5 L'évolution spectrale à $T_{\text{eff}} \leq 10000\text{K}$	17
CHAPITRE 2 Description des observations	23
2.1 L'échantillon de Lacombe-Wesemael-Liebert	23
2.2 L'échantillon de Greenstein	27
2.3 Recalibration de l'échantillon de Lacombe-	

Wesemael-Liebert	48
CHAPITRE 3 Les modèles d'atmosphères	55
3.1 Equations fondamentales de la théorie des atmosphères	57
3.2 Solution de l'équation du transfert radiatif	61
3.3 Linéarisation des équations	68
3.4 Traitement de la convection	79
3.5 Procédure de calcul	83
3.6 Calcul de la grille de modèles	86
3.7 Comparaison avec d'autres modèles	97
3.8 Evaluation des effets non-idéaux	102
CHAPITRE 4 Processus d'élargissement des raies d'hydrogène	109
4.1 Principes généraux	109
4.2 Elargissement naturel	111
4.3 L'élargissement par pression	113
4.4 Elargissement par résonance	118
4.5 Elargissement van der Waals	120
4.6 Limitation de la théorie d'impact	123
4.7 Théorie quasi-statique - Elargissement Stark linéaire	124
4.8 L'élargissement thermique	130
4.9 Profil d'absorption total	132
4.10 Comparaison des différents types d'élargissements	133

CHAPITRE 5	Spectres synthétiques	141
5.1	Calcul des populations	141
5.2	Le formalisme de probabilité d'occupation de Hummer-Mihalas	146
5.2.1	Perturbations par les particules neutres	149
5.2.2	Perturbations par les particules chargées	153
5.2.3	Comparaison des probabilités d'occupation	158
5.3	Calcul de l'opacité des raies et de l'opacité pseudo-continue	161
5.3.1	Formalisme de Inglis-Teller	161
5.3.2	Formalisme de Hummer-Mihalas	163
5.3.3	Importance de l'opacité pseudo-continue	170
5.4	Exploration de l'espace des paramètres atmosphériques	178
5.4.1	Variation de la température effective	178
5.4.2	Variation de la gravité de surface	183
5.4.3	Variation de l'abondance d'hélium	183
5.4.4	Séparation des effets de gravité et d'abondance d'hélium	202
5.4.5	Largeurs équivalentes et couleurs Strömgen	203
5.5	Variation de la longueur de mélange	223
5.6	Effets non-idéaux de l'équation d'état	233
CHAPITRE 6	Détermination des paramètres atmosphériques	236
6.1	Analyse de l'échantillon de Lacombe-Wesemael- Liebert	237
6.1.1	Résolution instrumentale	237

6.1.2	Détermination de la température effective	238
6.1.3	Détermination de l'abondance d'hélium et de la gravité de surface	240
6.1.4	Sensibilité au rayon d'interaction des particules neutres	244
6.1.5	Résultats de l'analyse spectroscopique	253
6.1.6	Corrélations entre la gravité de surface et l'abondance d'hélium	271
6.1.7	Détermination de la température par la photométrie visuelle	274
6.1.8	Détermination des paramètres atmosphériques par les largeurs équivalentes	280
6.2	Analyse de l'échantillon de Greenstein	287
6.2.1	Importance de l'élargissement par résonance	305
6.2.2	Détermination de la température par la photométrie visuelle	305
6.2.3	Détermination de la température effective à partir de $W(H_{\alpha})$	306
6.3	Comparaison avec les résultats de l'échantillon de LWL	312
CHAPITRE 7 Conclusions		315

LISTE DES RÉFÉRENCES	xvii
APPENDICE A	xxv
APPENDICE B	xxvii
APPENDICE C	xxxiv
REMERCIEMENTS	xxxvii

LISTE DES TABLEAUX

TABLEAU I	Echantillon de Lacombe-Wesemael-Liebert	26
TABLEAU II	Echantillon de Greenstein	37
TABLEAU III	Paramètres de la théorie de la longueur de mélange	80
TABLEAU IV	Types d'interaction de l'élargissement par pression	115
TABLEAU V	Comparaison des constantes de l'élargissement par résonance	121
TABLEAU VI	Largeurs équivalentes des spectres synthétiques	219
TABLEAU VII	Paramètres atmosphériques de l'échantillon de Lacombe-Wesemael-Liebert	258
TABLEAU VIII	Largeurs équivalentes de l'échantillon de Lacombe- Wesemael-Liebert	281
TABLEAU IX	Paramètres atmosphériques de l'échantillon de Greenstein	302

TABLEAU X	Largeurs équivalentes de l'échantillon de Greenstein	309
-----------	---	-----

LISTE DES FIGURES

FIGURE 1	Rapport du nombre d'étoiles DA sur le nombre total de naines blanches.....	9
FIGURE 2	Variation de la température de mélange en fonction de M_H	20
FIGURE 3	Distribution en (g-r) de l'échantillon de Lacombe-Wesemael-Liebert.....	28
FIGURE 4	Spectres de l'échantillon de Lacombe-Wesemael-Liebert.....	30
FIGURE 5	Distribution en (g-r) de l'échantillon de Greenstein.....	38
FIGURE 6	Spectres de l'échantillon de Greenstein.....	40
FIGURE 7	Différences de T_γ et T_δ de l'échantillon de Lacombe-Wesemael-Liebert.....	49
FIGURE 8	Procédure de recalibration de l'échantillon de Lacombe-Wesemael-Liebert.....	52
FIGURE 9	Stratification en température des modèles d'atmosphères.....	88
FIGURE 10	Stratification en opacité des modèles d'atmosphères.....	90
FIGURE 11	Stratification en pression des modèles d'atmosphères.....	92
FIGURE 12	Fraction du flux total transportée par la convection.....	95
FIGURE 13	Comparaison de la stratification en température.....	98
FIGURE 14	Comparaison de la stratification en pression.....	100
FIGURE 15	Effets de l'équation d'état dans des modèles avec $He/H=0$	104

FIGURE 16	Effets de l'équation d'état dans des modèles avec He/H=10	106
FIGURE 17	Comparaison du profil des raies H $_{\alpha}$ à H $_{\delta}$	135
FIGURE 18	Effets du nombre de termes inclus dans la fonction de partition	144
FIGURE 19	Comportement de la probabilité d'occupation des niveaux atomiques	159
FIGURE 20	Comparaison des spectres générés avec le formalisme de Inglis-Teller	164
FIGURE 21	Variation de la section efficace dissolue	168
FIGURE 22	Comparaison entre les formalismes de Inglis-Teller et Hummer-Mihalas	171
FIGURE 23	Effet des probabilités d'occupation sur les spectres synthétiques	174
FIGURE 24	Effet des probabilités d'occupation sur les raies H $_{\epsilon}$ et H $_{\delta}$	176
FIGURE 25	Effets de la variation de la température effective sur les raies H $_{\gamma}$ à H $_{\delta}$	179
FIGURE 26	Effets de la variation de la température effective sur les raies H $_{\alpha}$ et H $_{\beta}$	181
FIGURE 27	Effets de la variation de la gravité de surface	184
FIGURE 28	Effets de la variation de l'abondance d'hélium	193
FIGURE 29	Equivalences entre la gravité de surface et l'abondance d'hélium	204
FIGURE 30	Largeurs équivalentes des raies H $_{\alpha}$ à H $_{\delta}$	211

FIGURE 31	Diagrammes de couleurs Strömngren en fonction de l'abondance d'hélium	224
FIGURE 32	Diagrammes de couleurs Strömngren en fonction de la gravité de surface	226
FIGURE 33	Effets de la variation de la longueur de mélange	229
FIGURE 34	Effets de la variation de l'équation d'état.....	234
FIGURE 35	Exemple de la détermination de la température effective	241
FIGURE 36	Solution obtenue pour Gr319 avec $f=1$	245
FIGURE 37	Comportement des raies H_ϵ et H_δ pour différentes valeurs de f	249
FIGURE 38	Variations de l'abondance d'hélium pour différentes valeurs de f	251
FIGURE 39	Paramètres atmosphériques de l'échantillon de Lacombe-Wesemael-Liebert	254
FIGURE 40	Variation des paramètres atmosphériques de l'échantillon de Lacombe-Wesemael-Liebert	256
FIGURE 41	Solutions obtenues pour l'échantillon de Lacombe-Wesemael-Liebert.....	263
FIGURE 42	Correspondance entre la gravité de surface et l'abondance d'hélium	272
FIGURE 43	Calibration $(g-r)-T_e$	276
FIGURE 44	Comparaison des températures spectroscopiques et photométriques pour l'échantillon de LWL.....	278
FIGURE 45	Comparaison des températures déterminées à partir des largeurs équivalentes de l'échantillon de LWL	283

FIGURE 46	Détermination des paramètres atmosphériques à partir des largeurs équivalentes	285
FIGURE 47	Solutions obtenues pour l'échantillon de Greenstein (1)	289
FIGURE 48	Solutions obtenues pour l'échantillon de Greenstein (2)	295
FIGURE 49	Effets de l'élargissement par résonance sur la raie H_{α}	303
FIGURE 50	Comparaison des températures spectroscopiques et photométriques pour l'échantillon de Greenstein	307
FIGURE 51	Comparaison des températures déterminées à partir des largeurs équivalentes de l'échantillon de Greenstein	310
FIGURE 52	Comparaison des résultats des analyses de chaque échantillon	313

A mon amour Chantal

CHAPITRE 1

Evolution spectrale des naines blanches

L'abondance de nouveaux résultats, tant observationnels que théoriques, nous permet aujourd'hui de mieux comprendre la nature des naines blanches. Plus particulièrement, il est maintenant possible de rassembler les différentes analyses d'objets isolés en une vision globale de l'évolution de ces étoiles.

Nous nous proposons dans ce chapitre d'explorer nos connaissances de la composition atmosphérique des naines blanches, en nous attardant surtout aux déterminations des abondances des éléments les plus communs, soient l'hydrogène et l'hélium. Ces études de la composition atmosphérique des naines blanches seront ensuite interprétées en terme de leur évolution spectrale.

1.1 Les atmosphères de naines blanches riches en hydrogène

Environ 80% des naines blanches sont de type spectral DA. Le spectre visuel de ces étoiles est caractérisé par la présence des raies de Balmer de l'hydrogène. Dans la plupart des cas, ce sont les seules raies visibles. Ceci implique que les atmosphères de ces étoiles sont

extrêmement pures et riches en hydrogène. Toutefois, cette conclusion ne s'applique que pour les étoiles dont la température effective est supérieure à $\sim 13000\text{K}$. En effet, comme l'hélium devient spectroscopiquement invisible à des températures plus basses, la seule présence de raies de Balmer ne permet pas de conclure que l'atmosphère soit riche en hydrogène. Nous reportons la discussion détaillée de ce cas particulier à la section §1.5.

Les paramètres atmosphériques des étoiles DA sont assez bien définis. Ceci est principalement dû au fait que la physique des modèles d'atmosphères de naines blanches riches en hydrogène soit relativement simple. L'emploi justifié de modèles en équilibre thermodynamique local (ETL), et la connaissance de la physique de l'atome d'hydrogène, rendent ces modèles relativement précis (voir par exemple les modèles de Wickramasinghe 1972; Shipman 1972, 1977; Wesemael *et al.* 1980; Koester, Schulz, et Weidemann 1979). C'est surtout aux travaux de Shipman (1979) et de Koester, Schulz, et Weidemann (1979) que l'on doit la reconnaissance de l'homogénéité de cette classe spectrale. Leurs analyses, basées sur la photométrie de grands échantillons d'étoiles DA, ont clairement établi que la distribution de masse était très étroite $M \approx 0,55 \pm 0,10 M_{\odot}$. En utilisant la relation masse-rayon des naines blanches de Hamada et Salpeter (1961), ce résultat peut aussi s'exprimer en terme de rayon, $R \approx 0,012 \pm 0,003 R_{\odot}$, correspondant à une gravité moyenne de $\log g = 8,0$. Les auteurs ont aussi démontré que ces conclusions s'appliquent sur un très large intervalle de température allant de $T_e \sim 80000\text{K}$ à $\sim 7000\text{K}$. Il est cependant à remarquer que ces températures, déterminées à partir de la photométrie visuelle, deviennent très incertaines lorsque

$T_e > 30000\text{K}$. Une réévaluation plus précise des températures d'étoiles DA chaudes, en utilisant la raie L_{α} ($\lambda 1215\text{\AA}$) observée à l'aide du satellite IUE (International Ultraviolet Explorer), a toutefois confirmé l'étroite distribution en gravité sur l'intervalle de température $20000\text{K} \leq T_e \leq 60000\text{K}$ (Holberg, Wesemael, et Basile 1986). Dans cette étude, la gravité moyenne est estimée autour de 7,96 avec une légère tendance vers de plus faibles gravités à haute température. Cette dernière constatation est en accord avec le modèle de contraction de pré-naines blanches; les progéniteurs des naines blanches sont probablement des objets encore en contraction avec un rayon plus grand et donc une gravité plus faible.

Quoique la majorité des étoiles DA ne montrent que des raies d'hydrogène, une légère fraction d'entre elles affiche aussi la signature spectroscopique de l'hélium. L'analyse de ces raies d'hélium, couplée à des modèles d'atmosphères, permet d'en déterminer l'abondance. Dans les plus chaudes de ces étoiles, la sensibilité d'analyses spectroscopiques de la raie HeII $\lambda 4686$ (ou de la raie $\lambda 1640$ par IUE) est limitée à une détection d'abondances supérieures à $\text{He}/\text{H} > 10^{-3}$ (Wesemael, Liebert, et Green 1984). Cette limite de détection pourra toutefois être abaissée autour de $\text{He}/\text{H} \sim 10^{-8}$ avec l'avènement du satellite LYMAN, et il est fort probable qu'il soit possible de détecter une quantité finie d'hélium dans toutes les étoiles DA plus chaudes que $T_e \sim 30000\text{K}$.

Parmi les plus chaudes des étoiles DA dont le spectre montre aussi des raies d'hélium, on retrouve les étoiles de type DAO ($T_e \sim 50-60000\text{K}$) caractérisées par la présence de la raie HeII $\lambda 4686$. L'analyse de certaines de ces étoiles par Wesemael, Green, et Liebert (1985) a permis d'estimer que leur rapport He/H était de l'ordre de $\sim 10^{-2}$. Cette abondance représente la plus grande fraction d'hélium observée spectroscopiquement dans les étoiles DA pour des températures supérieures à 10000K. A des températures inférieures à 40000K, les raies d'HeII disparaissent et il faut alors recourir à l'analyse des raies d'HeI $\lambda 4471$ et $\lambda 4921$. GD323 demeure encore aujourd'hui le seul candidat possédant ces caractéristiques, et en fait donc la seule étoile de type DAB formellement identifiée (Liebert *et al.* 1984).

Dans tous les autres cas où l'hélium n'est pas visible spectroscopiquement, il faut recourir à des méthodes indirectes pour en déterminer l'abondance. L'une d'elles est basée sur l'absence de flux de rayons-X dans les étoiles DA chaudes ($T_e \geq 30000\text{K}$), observé par les satellites *Einstein* et EXOSAT (pour une liste détaillée des références sur ces observations, voir Vennes *et al.* 1988). Dans cette région du spectre électromagnétique, la transparence d'une atmosphère pure en hydrogène permet d'atteindre la photosphère chaude, source importante de rayons-X. La non-détection de cette radiation implique la présence d'une source d'opacité supplémentaire qu'on croit attribuable à l'hélium; notons cependant qu'une fraction de cette opacité pourrait être aussi attribuable à des éléments plus lourds. Les abondances d'hélium calculées en supposant que l'opacité ne provient que de l'hélium sont de l'ordre de $\text{He/H} \sim 10^{-5}-10^{-3}$. Notons encore une fois, que le satellite

LYMAN permettrait de confirmer ce résultat.

1.2 Les atmosphères de naines blanches riches en hélium

Les naines blanches dont les atmosphères sont riches en hélium sont subdivisées en multiples sous-classes spectrales: DO, DB, DC, DQ, et DZ, et on y réfère plus généralement sous le nom de non-DA. Cette subdivision reflète le fait que ces étoiles représentent une classe beaucoup moins homogène que celle des étoiles DA. Les paramètres atmosphériques des étoiles non-DA sont d'ailleurs moins bien connus que ceux des étoiles DA. Ceci est en majeure partie relié à notre connaissance incomplète de la physique de l'atome d'hélium (opacité, théories d'élargissement, etc.), et surtout au fait que les atmosphères de naines blanches riches en hélium sont convectives sur un grand domaine de températures effectives, rendant ainsi les modèles d'atmosphères beaucoup plus incertains (voir par exemple les modèles de Shipman 1972; Wickramasinghe 1972; Koester 1980; Wesemael 1981).

Les analyses plus détaillées de Shipman (1979) et de Oke, Weidemann, et Koester (1984) ont démontré que la masse et la gravité moyenne de ces étoiles sont similaires à celles des étoiles DA ($M \sim 0.55M_{\odot}$, $\log g \sim 8$), suggérant ainsi une origine commune aux deux classes. Sion et Liebert (1977) arrivent à la même conclusion, mais à partir d'observations de la cinématique galactique des étoiles DA et non-DA.

Contrairement aux étoiles DA, les spectres de non-DA sont souvent contaminés par des raies autres que celles de l'hélium. La transparence, à basse température, des atmosphères riches en hélium rend la présence d'autres éléments facilement détectable. Par exemple, à 10000K, un atome d'hydrogène est aussi opaque que 10000 atomes d'hélium. Nous nous attarderons ici à la détermination de l'abondance d'hydrogène dans les atmosphères d'étoiles non-DA.

Wesemael, Green, et Liebert (1985) ont analysé, à partir de spectres visuels et IUE, les étoiles non-DA chaudes de l'échantillon de Palomar-Green (PG). A l'intérieur de cet échantillon, trois sous-classes d'étoiles riches en hélium émergent. Les plus chaudes d'entre elles, les étoiles de type PG 1159, ont des caractéristiques similaires aux noyaux de nébuleuses planétaires ($T_e \sim 100000K$, $\log g \sim 7$) mais la composition atmosphérique de ces objets demeure encore très mal connue. Aux alentours de $T_e \sim 80000K$, viennent ensuite les étoiles DO chaudes, caractérisées par la présence de raies d'HeII et possiblement d'hydrogène (les raies d'hydrogène étant superposées à certaines raies de l'HeII, l'identification en reste incertaine). Finalement, une autre classe d'étoiles DO plus froides montrent à la fois des raies d'HeI et un mélange de raies d'HeII+HI. Les auteurs estiment que dans les étoiles DO, l'abondance d'hydrogène se situe typiquement autour de $H/He \sim 0.1-1$, quoique dans la plupart des cas, seulement des limites inférieures sur l'hydrogène de $H/He \sim 0.01-0.1$ ont pu être établies.

La classe spectrale des étoiles DB forme un autre groupe plus froid de naines blanches riches en hélium. Leur spectre est caractérisé par la présence de raies d'hélium neutre; l'absence de raies d'HeII implique une température effective inférieure à $T_{\text{e}} \sim 40000\text{K}$. L'analyse spectroscopique des étoiles DB de l'échantillon PG (Shipman, Liebert, et Green 1987) a montré que dans l'intervalle $14000\text{K} < T_{\text{e}} < 19000\text{K}$, environ 20% des étoiles sont de type DBA, c'est-à-dire que leur spectre contient aussi des raies d'hydrogène. Des abondances relatives de $\text{H}/\text{He} \sim (0,3-4) \times 10^{-4}$ ont pu être mesurées dans ces étoiles. Quoique formellement, la classe spectrale des DB s'étende jusqu'à 40000K, l'analyse IUE d'un échantillon de 12 étoiles DB à haute température (Liebert *et al.* 1986) a démontré que la plus chaude des étoiles DB connues avait une température effective autour de 30000K. Cette observation, couplée au fait que la plus froide des étoiles DO a une température autour de 45000K, implique *qu'il n'existe aucune naine blanche riche en hélium connue dans l'intervalle $30000\text{K} < T_{\text{e}} < 45000\text{K}$* . Cette conclusion semble aujourd'hui statistiquement bien établie et son implication théorique demeure l'une des clés de la compréhension de l'évolution spectrale des naines blanches.

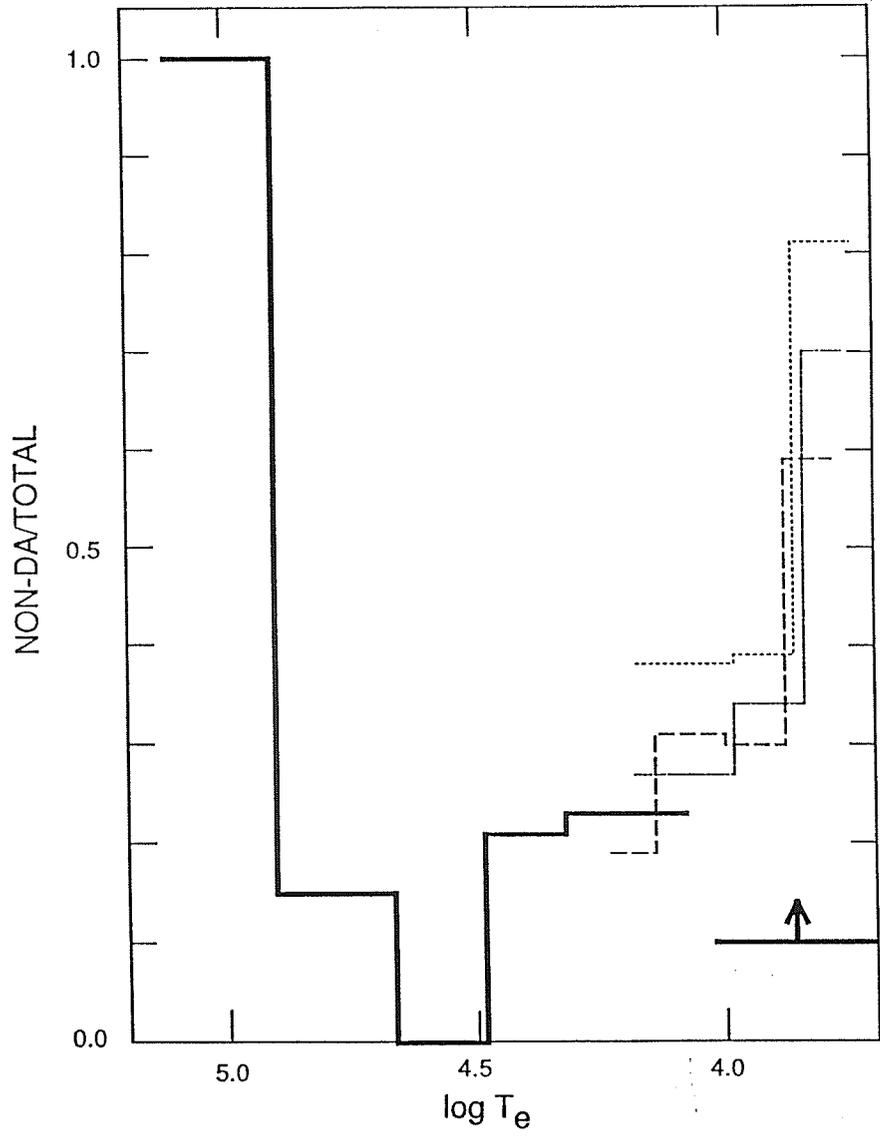
Encore une fois, nous déferons la discussion du cas des étoiles non-DA froides ($T_{\text{e}} < 10000\text{K}$) à la section §1.5.

1.3 La statistique du nombre d'étoiles non-DA comparé au nombre d'étoiles DA

L'observation de nombreuses étoiles naines blanches, et particulièrement celles d'échantillons volumineux comme le Palomar-Green Survey, permet de produire des études statistiques telles que la détermination de la fonction de luminosité. La comparaison du nombre d'étoiles non-DA par rapport au nombre d'étoiles DA est particulièrement intéressante. La Figure 1 illustre le rapport du nombre de non-DA sur le nombre total de naines blanches (DA et non-DA) en fonction de la température effective (voir aussi Liebert 1986; Liebert, Fontaine, et Wesemael 1987; Fontaine et Wesemael 1987).

Le premier résultat évident est que ce rapport varie largement à mesure que les naines blanches évoluent le long de la séquence de refroidissement. Au-dessus de 80000K, il n'existe aucune étoile DA; la plus chaude bien identifiée est une étoile DAO avec $T_e \approx 62500K$ (Holberg, Wesemael, et Basile 1986). On croit qu'il en existe peut-être des plus chaudes mais probablement pas au-dessus de 80000K (Holberg 1987). De 80000K jusqu'à 45000K, la fraction d'étoiles non-DA diminue alors qu'un grand nombre d'étoiles DA domine graduellement la population des naines blanches. *Entre 45000K et 30000K, il n'existe aucune non-DA connue.* A partir de 30000K, le nombre de non-DA recommence à augmenter avec l'apparition des étoiles DB. Pour des températures inférieures à 10000K, le nombre d'étoiles DA et non-DA devient comparable, quoique la détermination exacte du nombre relatif demeure très incertaine (Wehrse et Liebert 1980; Sion 1984; Greenstein 1986).

Figure 1 Rapport du nombre d'étoiles non-DA sur le nombre total de naines blanches, (adapté de Fontaine et Wesemael 1987). Le trait solide est tiré de l'analyse de Fleming, Liebert, et Green (1986), et de Liebert (1986); le trait en tirets de Sion (1984); le trait pointillé et pointillé-tiret de Greenstein (1986). Pour des températures inférieures à 10000K, ces estimés ne représentent que des limites inférieures.



Ces statistiques suggèrent fortement que les étoiles DA et non-DA ne forment pas des classes complètement indépendantes, mais plutôt que des processus physiques comme la diffusion ordinaire, la diffusion thermique, le tri gravitationnel, les forces radiatives, le mélange convectif, les pertes de masse, et l'accrétion, viennent altérer le caractère spectroscopique dominant d'une naine blanche. Dans la prochaine section, nous tenterons de jeter un peu de lumière sur les évidences de tels processus.

1.4 L'épaisseur de la couche d'hydrogène

Drilling et Schönberner (1985) ont estimé qu'environ 80% des naines blanches proviennent du refroidissement de noyaux de nébuleuses planétaires (NNP). L'autre 20% serait attribuable aux sous-naines chaudes de type sdO et sdB. Pour ce premier ensemble, une étoile de type AGB traverse la phase de nébuleuse planétaire en éjectant une fraction importante de son enveloppe dans le milieu interstellaire. Le noyau résultant, en se refroidissant, évolue subséquemment vers la région des naines blanches. Les détails de ce cheminement sont discutés par Vauclair et Liebert (1986), et Liebert (1987).

On peut donc représenter d'une façon réaliste une naine blanche par un coeur inerte de carbone-oxygène entouré d'une mince enveloppe d'hélium qui représente environ un centième de la masse de l'étoile. Selon le type d'évolution post-AGB, l'étoile peut aussi posséder une couche supplémentaire d'hydrogène. La présence de naines blanches de

type DA implique qu'une certaine fraction d'hydrogène *doit* subsister dans l'enveloppe de ces étoiles.

Les études de l'évolution post-AGB jusqu'aux naines blanches (Schönberner 1981, 1983; Iben 1984; Iben et Tutukov 1984; Iben et MacDonald 1985, 1986; Koester et Schönberner 1986) ont montré que la masse de cette couche d'hydrogène ne devait pas dépasser une certaine limite critique, $M_{\text{H crit}}$, au-dessus de laquelle un flash d'hélium se produit, ayant pour effet de brûler ainsi tout l'hydrogène résiduel. De plus, comme aucune étoile DA n'est observée pour $T_{\text{e}} > 80000\text{K}$, $M_{\text{H crit}}$ doit être suffisamment grand pour ne pas produire de DA plus chaudes que cette température (les NNP qui possèdent une enveloppe d'hydrogène plus massive arrivent sur la séquence des naines blanches à une température effective plus faible). Donc selon ces auteurs, la valeur de $M_{\text{H crit}}$, pour une naine blanche riche en hydrogène, devrait se situer typiquement autour de $\sim 2 \times 10^{-4} M_{\odot}$. Pendant son évolution, le brûlage nucléaire résiduel en couche de l'hydrogène persiste jusqu'à des températures aussi basse que 10000K , réduisant ainsi la masse de cette couche à $\sim 10^{-4} M_{\odot}$. Les séquences évolutives générées en utilisant cette valeur pour M_{H} sont en accord avec les plus récentes déterminations de la fonction de luminosité des naines blanches (Fleming, Liebert, et Green 1986). Ces travaux sur l'évolution post-AGB demeurent toutefois en désaccord complet avec d'autres estimations indépendantes de la masse de la couche d'hydrogène.

Les études théoriques sur la nature des étoiles pulsantes de type ZZ Ceti (Winget *et al.* 1982; Winget et Fontaine 1982) ont montré que les pulsations observées étaient non-radiales, et entretenues par le mécanisme d'opacité κ à la base de la zone convective d'hydrogène. Ce modèle nécessite toutefois une épaisseur critique de la couche d'hydrogène pour rendre compte adéquatement des contraintes observationnelles suivantes: 1) la température de coupure bien définie du côté bleu de la bande d'instabilité, et 2) les périodes observées des modes de pulsation. C'est en effet l'épaisseur de cette couche qui agit en quelque sorte comme filtre de fréquences des différents modes. La masse de cette couche fut estimée autour de $10^{-12} \leq M_H/M_* \leq 10^{-7}$, soit plus petit, par plusieurs ordres de grandeurs, que ce que les modèles évolutifs prédisent. De plus, des études statistiques ont montré que toutes les étoiles DA qui traversent la bande d'instabilité des ZZ Ceti doivent pulser (Fontaine *et al.* 1982). Ceci implique donc que toutes les étoiles DA doivent posséder une couche d'hydrogène à l'intérieur des limites imposées par les études des pulsations. Comme le côté bleu de la bande d'instabilité est situé autour de $T_e \sim 11-13000\text{K}$, un processus physique doit être invoqué pour réduire la quantité d'hydrogène de $M_H \sim 10^{-4}M_*$ à $10^{-7}M_*$, si l'on veut concilier les théories évolutives de pré-naines blanches avec la théorie des pulsations des ZZ Ceti.

Michaud, Fontaine, et Charland (1984), et Michaud et Fontaine (1984) ont démontré que dans les couches profondes d'une naine blanche, le brûlage nucléaire résiduel de la queue de la distribution de l'hydrogène pouvait contribuer à diminuer substantiellement la quantité d'hydrogène en surface. Leur solution approximative où la diffusion est découplée de

l'évolution montre que M_H peut être réduit de $10^{-4}M_\odot$ à $10^{-7}M_\odot$, dans les temps caractéristiques de refroidissement de 80000K à 10000K. Toutefois, des études plus détaillées où ces différents processus sont couplés d'une façon consistante, montrent que la masse d'hydrogène n'est réduite que d'un facteur 2 à 5 (Iben et MacDonald 1985, 1986; Pelletier 1986).

Une autre évidence en faveur d'une faible masse pour la couche d'hydrogène nous vient de l'observation des rayons-X dans les étoiles DA chaudes ($T_e \gtrsim 30000K$). Comme nous l'avons cité précédemment, la présence d'une source d'opacité supplémentaire doit être invoquée dans les atmosphères d'étoiles DA, pour rendre compte des observations obtenues dans les rayons-X. Cette source d'opacité pourrait bien être due à l'hélium (ou à d'autres éléments plus lourds). Cependant, comme les temps de diffusion de l'hélium sont très courts comparés aux temps évolutifs, il faut invoquer un processus pour maintenir l'hélium dans les régions atmosphériques. Le support radiatif, souvent invoqué dans ce contexte (Kahn *et al.* 1984; Petre, Shipman, et Canizares 1986), s'avère nettement insuffisant pour contrebalancer le tri gravitationnel (Vennes *et al.* 1987).

Une autre alternative nécessite la présence de couches suffisamment minces d'hydrogène pour que la queue de la distribution de l'hélium, créée par diffusion ordinaire, vienne polluer d'une façon significative l'atmosphère d'hydrogène (Vennes *et al.* 1987, 1988). De plus, ce modèle reproduit, par un simple effet d'opacité, la corrélation entre la température effective et l'abondance d'hélium déduite dans les étoiles DA chaudes (Petre, Shipman, et Canizares 1986; Jordan *et al.* 1987). Pour

que ce modèle fonctionne, la masse de la couche d'hydrogène doit se situer autour de 10^{-13} - $10^{-14}M_{\odot}$. Donc, si ce modèle est approprié, il faudrait, pour le concilier avec les modèles évolutifs, que la masse de la couche d'hydrogène soit réduite de $\sim 10^{-4}M_{\odot}$ à $\sim 10^{-13}$ - $10^{-14}M_{\odot}$ entre $T_{\text{e}} \sim 80000\text{K}$ et $\sim 60000\text{K}$!

L'évidence supplémentaire de la présence de couches minces provient de travaux théoriques évolutifs qui couplent d'une façon consistante des séquences évolutives de naines blanches aux processus physiques cités en §1.3 (Pelletier 1986; Liebert, Fontaine, et Wesemael 1987; Fontaine et Wesemael 1987). Le succès de ce modèle est qu'il tend à reproduire d'une façon élégante, en un seul scénario, la distribution du nombre d'étoiles non-DA en fonction de la température effective (Figure 1).

Dans ce scénario, les étoiles riches en hélium de type PG 1159 constituent les progéniteurs de la majorité des naines blanches. On suppose aussi qu'une quantité infime d'hydrogène subsiste à la phase de nébuleuse planétaire. Cette mince quantité d'hydrogène, tout d'abord mélangée uniformément dans la couche d'hélium, remonte très rapidement à la surface de l'étoile par diffusion à mesure que l'étoile se refroidit. L'absence d'étoiles de type DA à $T_{\text{e}} > 80000\text{K}$ permet d'établir une limite supérieure sur cette quantité d'hydrogène autour de $M_{\text{H}} \sim 10^{-11}M_{\odot}$. De plus, le fait qu'aucune étoile non-DA n'ait survécu à l'enrichissement progressif de l'hydrogène en-dessous de 45000K , impose une limite inférieure de $M_{\text{H}} \sim 10^{-16}M_{\odot}$. Ces limites sur M_{H} reproduisent bien l'accroissement du nombre de DA entre $100000\text{K} > T_{\text{e}} > 45000\text{K}$. Les étoiles DO avec des raies d'hydrogène, ainsi que les DAO observées, peuvent être interprétées dans

ce contexte comme étant des objets en état de transition, l'hydrogène étant encore en train de diffuser vers la surface de l'étoile.

A des températures inférieures à $T_g \approx 50-60000\text{K}$, une zone convective d'hélium se développe sous la couche d'hydrogène. Le mélange convectif reste toutefois impuissant à diluer la couche superficielle d'hydrogène sauf au moment où la température atteint $\sim 30000\text{K}$, lorsque le maximum de l'efficacité de la dilution convective est atteint. Si la masse de la couche d'hydrogène est inférieure $\sim 10^{-15}M_x$, la dilution de l'hydrogène redonne à la DA son caractère de non-DA. La température de ce mélange correspond en effet à l'apparition des étoiles DB (Liebert *et al.* 1986). Il est important de noter que les efforts précédents de Koester (1976), Vauclair et Reisse (1977), et D'Antona et Mazzitelli (1979) n'avaient pas réussi à expliquer la transition du type DA vers le type DB en terme de dilution convective. Pour que cette transition soit possible, la paramétrisation de la théorie de la longueur de mélange doit être modifiée pour en augmenter l'efficacité (Pelletier 1986).

L'examen de la Figure 1 suggère qu'au moins 20% des naines blanches doivent satisfaire le critère imposé sur M_H ($\leq 10^{-15}M_x$). L'autre 80% gardera son caractère de DA, du moins jusqu'à 10000K . La dilution théorique de l'hydrogène étant très efficace dans les étoiles DB ($H/He \sim 10^{-9}$), on ne peut expliquer les abondances d'hydrogène observées dans les étoiles DBA ($10^{-4}-10^{-5}$) sans invoquer d'autres processus comme l'accrétion de l'hydrogène en provenance du milieu interstellaire (Liebert, Fontaine, et Wesemael 1987).

Finalement, dans ce modèle d'évolution spectrale, il pourrait aussi exister, au début de la séquence de refroidissement, un certain nombre d'étoiles possédant trop peu d'hydrogène pour acquérir, à n'importe quel moment que ce soit, le caractère spectroscopique d'une étoile DA. Cependant, l'absence d'étoiles non-DA entre 30000K et 45000K restreint ce nombre à être très petit.

L'évolution subséquente, à des températures inférieures à 10000K, fait l'objet de la prochaine section.

1.5 L'évolution spectrale à $T_e < 10000K$

Les paramètres atmosphériques des naines blanches ayant des températures inférieures à $T_e < 10000K$ sont beaucoup moins bien connus qu'à plus haute température. Particulièrement difficile à déterminer est l'abondance relative de l'hydrogène et de l'hélium. L'invisibilité spectroscopique de l'hélium à ces températures est certes l'une des raisons principales de notre ignorance, car il n'existe aucune *façon directe* d'en mesurer l'abondance et il faut alors recourir à des méthodes indirectes. Une autre raison réside toutefois dans la construction même des modèles d'atmosphères froids. En effet, la présence de fortes zones de convection, de transport d'énergie par conduction, d'opacités moléculaires, ainsi que la nécessité d'utiliser une équation d'état adéquate à ces milieux denses, accroissent la complexité des modèles d'atmosphères (Wegner 1972; Grenfell 1972; Wehrse 1975, 1977; Shipman 1977; Kapranidis 1983).

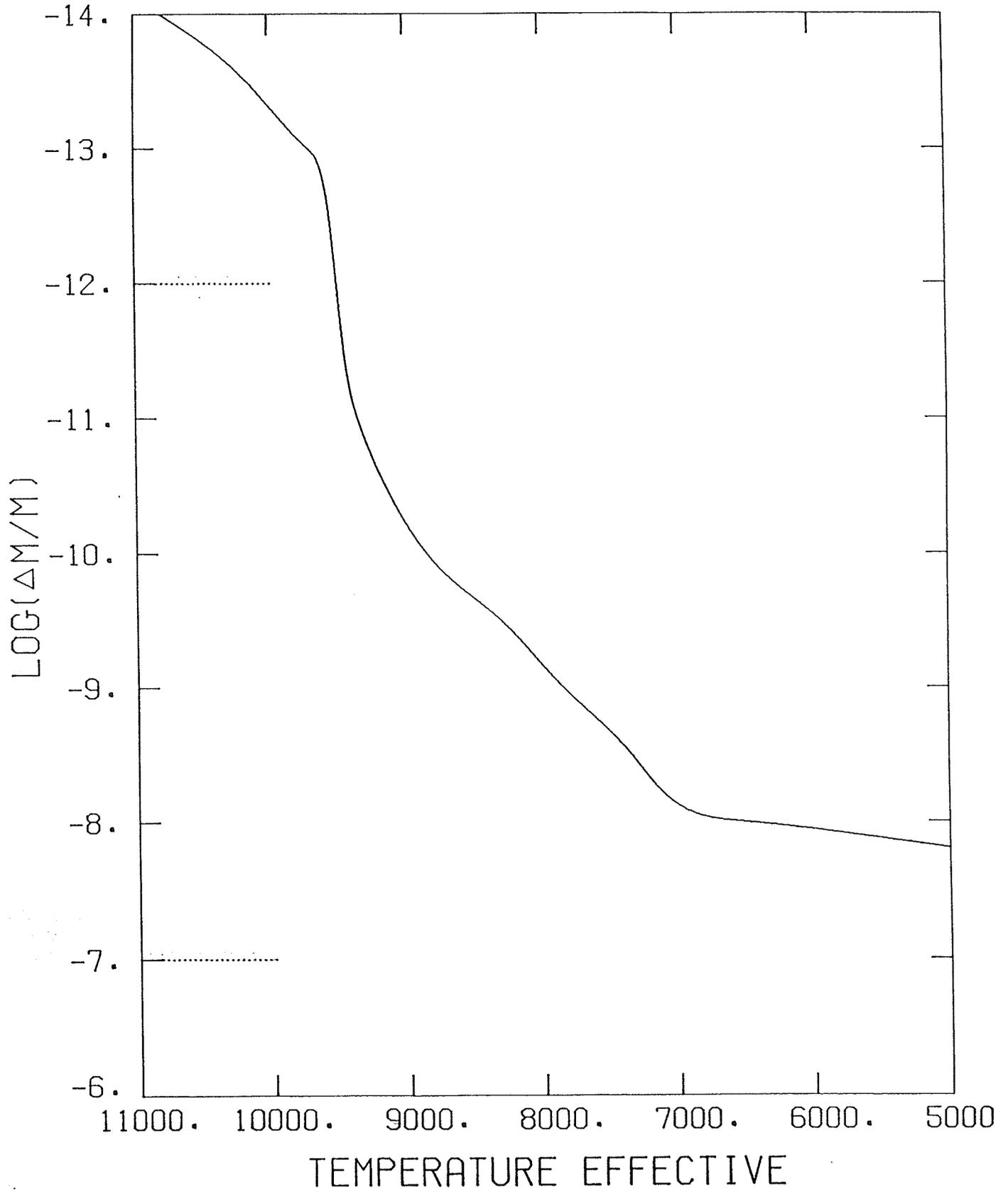
La classe spectrale des étoiles DA s'étend jusqu'à des températures effectives de $\sim 5000\text{K}$, température à laquelle les raies de Balmer disparaissent. Dans le cas des étoiles non-DA (on ne peut plus strictement parler d'étoiles DB car l'hélium n'est plus visible spectroscopiquement à ces basses températures), on retrouve tout d'abord les étoiles DQ, caractérisées par des traces de carbone, et dont l'abondance se situe dans l'intervalle $10^{-7} \leq \text{C}/\text{He} \leq 10^{-2}$ (Wegner et Yackovich 1983, 1984). Viennent ensuite les étoiles DZ, où l'on peut voir des traces de métaux, principalement du calcium, mais aucune trace d'hydrogène ou de carbone. À cause des temps caractéristiques de diffusion très courts, la présence de ces métaux n'est explicable que par des processus d'accrétion du milieu interstellaire (Alcock et Illarionov 1980; Wesemael et Truran 1982; Shipman et Greenstein 1983). Notons que ces métaux sont probablement présents aussi dans les étoiles DA, mais la transparence accrue des atmosphères riches en hélium facilite la détection d'infimes quantités de métaux et d'hydrogène. Enfin, les étoiles DC regroupent les étoiles dont le spectre ne montre aucune raie apparente. Greenstein (1986) a montré que certaines étoiles DC, qu'on suppose souvent être riches en hélium, montrent la raie H_{α} lorsqu'elles sont observées avec un rapport signal sur bruit suffisamment élevé. La présence de la raie H_{α} n'implique nullement une atmosphère riche en hydrogène malgré sa classification de DA. La question fondamentale est donc de savoir quelle est la fraction de ces étoiles DA qui possède une atmosphère riche en hélium.

Les travaux de Koester (1976), Vauclair et Reisse (1977), et de D'Antona et Mazzitelli (1979) ont démontré que la zone de convection due à l'ionisation partielle de l'hydrogène, pouvait se mélanger sous certaines conditions, avec la zone sous-jacente d'hélium. Le mélange, s'il se produit, transformerait ainsi une étoile DA typique en non-DA. La Figure 2 illustre la température à laquelle ce mélange se produit en fonction de la masse de la couche d'hydrogène. Le domaine de masse imposé par les études de pulsation γ est aussi indiqué. Le développement de la zone de convection et son interaction avec les mécanismes d'instabilité des ZZ Ceti est probablement responsable de l'arrêt des pulsations autour de $\sim 10000\text{K}$ (Winget et Fontaine 1982).

Il devient donc clair qu'une détermination détaillée de l'abondance de l'hélium dans ces étoiles, ainsi qu'une étude statistique du nombre relatif d'étoiles riches en hydrogène et en hélium, nous permettrait d'évaluer l'efficacité du mélange convectif, et par le fait même, de mesurer l'épaisseur de la couche d'hydrogène. Ceci permettrait enfin d'ajouter des contraintes indépendantes sur l'épaisseur de cette couche et d'évaluer la consistance du modèle d'évolution spectrale discuté précédemment.

Encore une fois, l'invisibilité de l'hélium rend cette tâche délicate. Wehrse et Liebert (Wehrse 1977; Wehrse et Liebert 1980a, b; Liebert et Wehrse 1983) ont proposé un diagnostic pour déterminer de façon indirecte l'abondance d'hélium. Ces auteurs ont suggéré d'étudier le décrétement des raies de Balmer pour déterminer l'abondance d'hélium. En effet, la présence de l'hélium a pour effet de perturber par pression les

Figure 2 Variation de la température de mélange pour différentes valeurs de la masse totale de la couche superficielle d'hydrogène. Les traits pointillés indiquent les limites imposées par les modèles théoriques de pulsation des ZZ Ceti.



niveaux excités de l'atome d'hydrogène, modifiant ainsi l'allure générale des raies de l'hydrogène. Dans leur modèle rudimentaire d'ionisation par pression, un niveau est considéré inexistant si son rayon, dans le modèle de l'atome de Bohr, est plus grand que la distance interparticule. Le développement de nouvelles bases théoriques sur l'ionisation par pression (Hummer et Mihalas 1988) a fait renaître l'intérêt d'une étude systématique et complète de cet outil de diagnostic dans une grille étendue de modèles d'atmosphères, et dans un échantillon de spectres observés d'étoiles DA froides.

Nous nous proposons donc dans ce travail de déterminer le rapport He/H dans un échantillon de naines blanches froides ($T_e \leq 13000K$) dont les données observationnelles sont présentées au Chapitre 2. Les modèles d'atmosphères sont calculés au Chapitre 3. Les théories d'élargissement des raies spectrales sont présentées au Chapitre 4, alors que le calcul des spectres synthétiques fait l'objet du Chapitre 5. Enfin la détermination des paramètres atmosphériques et de son implication astrophysique sont présentées respectivement dans les Chapitre 6 et 7. Ce travail fait suite aux études préliminaires des propriétés atmosphériques des naines blanches froides de type DA de Bergeron, Wesemael, et Fontaine (1987, 1988).

CHAPITRE 2

Description des observations

La détermination des paramètres atmosphériques d'étoiles naines blanches DA froides ne peut se faire rigoureusement que par le biais de la spectroscopie. Aux basses températures effectives ($T_{\text{e}} < 10000\text{K}$), les indices des couleurs généralement utilisés deviennent insensibles à la gravité de surface, et à l'abondance d'hélium (voir §5.4.5). Notre analyse de ces objets est concentrée sur deux échantillons distincts, chacun couvrant un intervalle en température effective relativement distinct.

2.1 L'échantillon de Lacombe-Wesemael-Liebert

Un premier échantillon d'étoiles a été sélectionné selon les couleurs publiées dans le catalogue de McCook et Sion (1977). Le critère principal étant la température effective de l'étoile, les indices de couleurs (B-V) du système Johnson, (b-y) du système Strömgren, et (g-r) du système multicolore de Greenstein ont été utilisés pour sélectionner les candidats. Pour relier ces indices de couleurs à la température effective, nous avons adopté les calibrations publiées de Shipman (1979) pour (g-r), et de Koester, Schulz, et Weidemann (1979) pour (b-y) et (B-V). Comme nous sommes intéressés principalement aux étoiles froides de température effective plus basse que $T_{\text{e}} \sim 13000\text{K}$, notre échantillon doit se

restreindre à $(g-r) > -0.47$, $(b-y) > +0.036$, et $(B-V) > +0.158$. Chacun de ces indices de couleurs est mesuré à partir de filtres dont la bande passante varie d'un système photométrique à un autre. Pour éviter la contamination des indices de couleurs par la présence des fortes raies de Balmer, il est préférable d'utiliser un système photométrique dont la bande passante est la plus étroite possible. Ainsi, pour un objet possédant plusieurs indices de couleurs publiés, une priorité plus grande fut donnée aux couleurs de Greenstein, suivies des couleurs Strömgren, et Johnson. Les naines blanches variables de type ZZ Ceti ont été exclues de l'échantillon car ces étoiles, présumément, ont des atmosphères riches en hydrogène, et ne représentent donc pas des objets particulièrement intéressants pour y détecter la présence d'hélium. Toutefois, au moment de la sélection des candidats, la variabilité de GD66 n'était pas connue, et elle fut donc incluse dans l'échantillon.

Parmi l'échantillon total sélectionné, 23 de ces objets étaient accessibles au moment de l'observation. Des spectres ont été obtenus pour les 23 étoiles les 7, 8, et 11 octobre 1982, au télescope de 2.3m du *Steward Observatory*, par Pierre Lacombe, François Wesemael, et Jim Liebert (échantillon de LWL ci-après). Le récepteur utilisé était constitué d'un détecteur à comptage de photons de type Reticon, couplé à un ensemble de tubes images sensibles dans l'ultraviolet. Le système complet est attaché au foyer Cassegrain du télescope. Un réseau de 832 raies/mm, incliné de 19.7° par rapport à l'axe optique, fournit un intervalle en longueur d'onde résultant de 3600\AA à 4600\AA . Cet intervalle couvre adéquatement les raies H_γ à H_β de la série de Balmer. Le spectrographe est composé de 2 ensembles A et B de 3296 photodiodes.

Les intégrations sont effectuées en mesurant l'étoile dans un des canaux, et le ciel dans l'autre. Pendant le cycle d'intégration suivant, un système optique permet d'inverser ciel et étoile. La procédure est recommencée jusqu'à ce que chaque canal ait mesuré l'étoile et le ciel un minimum de 2 cycles. La contribution du ciel est soustraite de chaque spectre, et les spectres résultants sont ensuite additionnés. La résolution spectrale totale du système est d'environ 2.25\AA , et l'efficacité du système global nous donne en moyenne des temps d'intégration de 48 minutes pour une étoile de magnitude 15, et un rapport signal sur bruit d'environ 8.

La calibration des spectres fut effectuée au *Steward Observatory* à l'aide du programme interactif de réduction *IRS (Interactive Reduction System)*. La calibration en longueur d'onde est obtenue à l'aide de spectres de comparaisons d'une lampe He- Ar , alors que la calibration absolue des flux ($\text{ergs/cm}^2/\text{sec}/\text{\AA}$) se fait à l'aide de l'étoile standard spectrophotométrique EG11 (G271-115) de Oke (1974).

La liste des objets de l'échantillon de LWL est donnée dans le Tableau I. Les trois premières colonnes indiquent respectivement le nom de l'étoile, le nom WD selon la nomenclature de McCook et Sion (1987), et le nom EG ou Gr correspondant. Les autres colonnes donnent respectivement le type spectral selon la classification de Sion *et al.* (1983), la magnitude visuelle V, l'indice de couleur (g-r) ou (b-y), et le temps d'intégration total de chaque spectre. Un sous-échantillon de cet ensemble a déjà été étudié dans le cadre de la recherche de raies de calcium dans ces étoiles (Lacombe *et al.* 1983). Cette analyse a indiqué

Tableau IEchantillon de Lacombe-Wesemael-Liebert

Nom	No. WD	EG/Gr	Type spectral	V	(g-r) ou (b-y)	t _{exp} (min)
G217-37	0009+501	Gr381	DA8	14.46	+0.31	96
G1-45	0101+048	EG7	DA4 ,6	14.10	-0.01	32
G271-115	0135-052	EG11	DA7b	12.84	+0.20	52
G74-7	0208+396	EG168	DAZ7	14.51	+0.19	96
GD25	0213+396	Gr312	DA6	14.54	-0.07	32
L587-77A	0326-273	EG22	DA5b	13.56	+0.18	32
G175-46	0440+510	Gr317	DA6	15.91	-0.01	72
GD66	0517+307	Gr572	DAV4	15.56	-0.34	32
GD69	0532+414	Gr319	DA7	14.75	+0.11	32
GD290	0543+579	Gr341	DA5	15.63	-0.21	32
G108-26	0644+025	Gr484	DA8	15.68	+0.28	96
G250-26	0648+641	Gr342	DA9	16.64	+0.45	192
G90-28	0752+365	Gr345	DA7	16.11	+0.02	24
G259-21	1756+827	EG199	DA7	14.30	+0.16	48
G92-40	1953-011	EG135	DA6	13.69	+0.08	48
L710-30	2007-219	EG137	DA6	14.40	+0.29	32
G144-51	2059+190	Gr377	DA8	16.40	+0.22	80
G187-32	2111+261	Gr447	DA6	14.69	+0.02	32
G93-53	2151-015	EG151	DA6	14.41	+0.20	32
G28-13	2240-017	EG154	DA6	16.21	-0.16	48
G67-23	2246+223	EG155	DA5	14.35	-0.23	32
G128-7	2248+293	Gr283	DA9	15.54	+0.53	48
G156-64	2253-081	EG178	DA8b	16.50	+0.32	96

qu'un seul de ces objets, G74-7, montraient la raie de CaII K (la raie de CaII H est superposée à la raie H_ε).

La distribution en couleurs, pour les objets possédant un (g-r) publié, est illustrée sur la Figure 3. La calibration en température effective de Shipman (1979) est aussi indiquée sur l'axe supérieur. Cette figure montre que l'échantillon de LWL couvre raisonnablement bien l'intervalle en température en dessous de $\sim 12000\text{K}$. Les spectres de tous les objets sont présentés sur la Figure 4 en ordre approximatif de température décroissante. Afin de réduire le niveau du bruit des spectres originaux sur-échantillonnés à tous les $\sim 0.3\text{\AA}$, les spectres ont été filtrés à 7 points pour tenir compte de la résolution spectrale initiale de 2.25\AA . La résolution spectrale des spectres filtrés est réduite à environ $\sim 5\text{\AA}$. Dans la plupart des spectres, les raies de Balmer sont clairement visibles jusqu'à H₉. Le rapport signal sur bruit de ces spectres est suffisamment élevé ($S/B \sim 8$) pour qu'une comparaison détaillée des raies spectrales avec celles des spectres synthétiques soit significative. Cependant les spectres des étoiles les plus froides sont probablement trop bruyants pour qu'une telle analyse soit possible.

2.2 L'échantillon de Greenstein

Greenstein (1986) a obtenu des spectres à très haut rapport signal sur bruit (10000-30000 photons/pixel), pour un échantillon de naines blanches froides. L'échantillon de Greenstein est concentré surtout sur des naines blanches de type spectral non-DA, et plus particulièrement

Figure 3 Distribution du nombre d'étoiles de l'échantillon de Lacombe-
Wesemael-Liebert, en fonction de l'indice de couleur (g-r).
L'axe supérieur indique la calibration en température
effective déterminée par Shipman (1979).

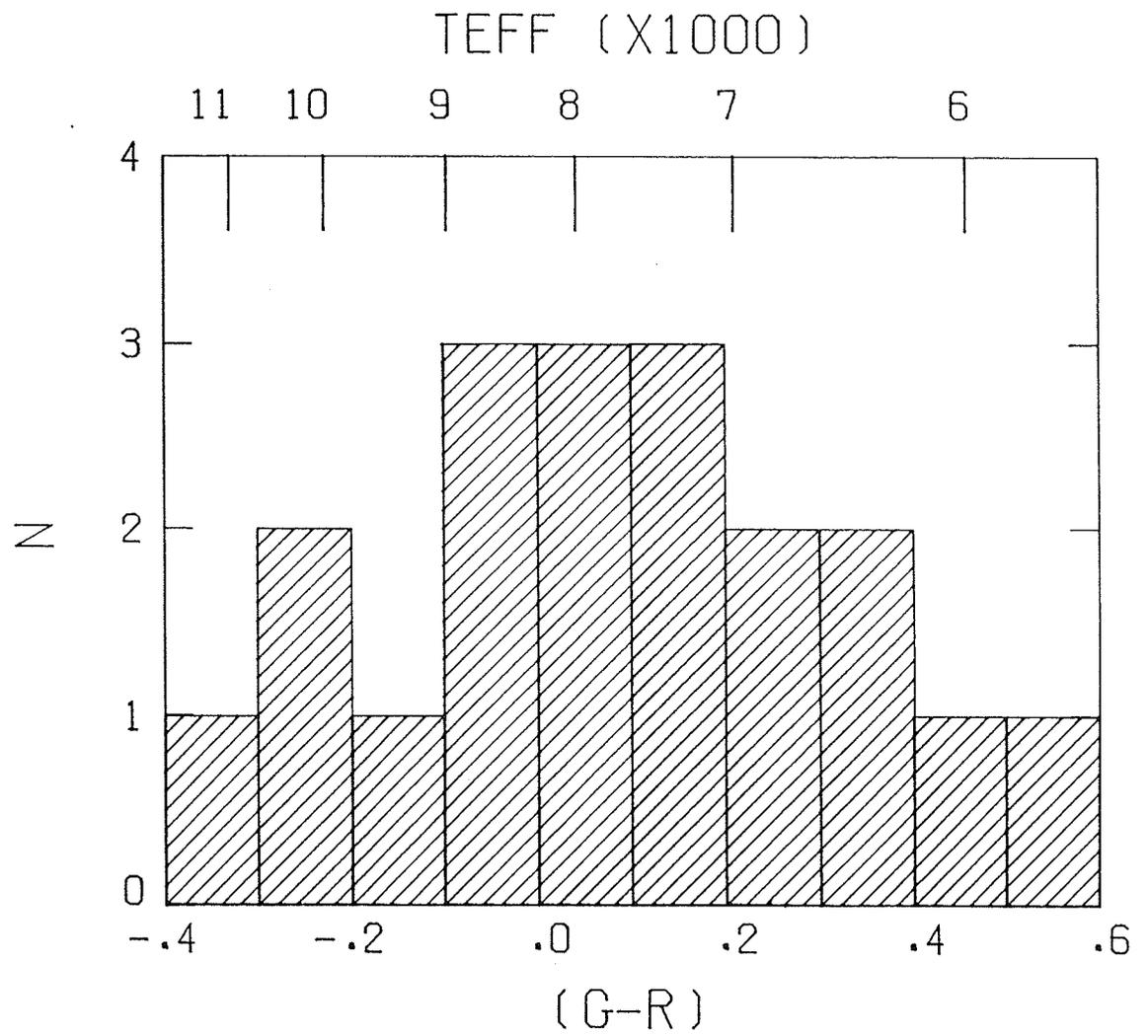
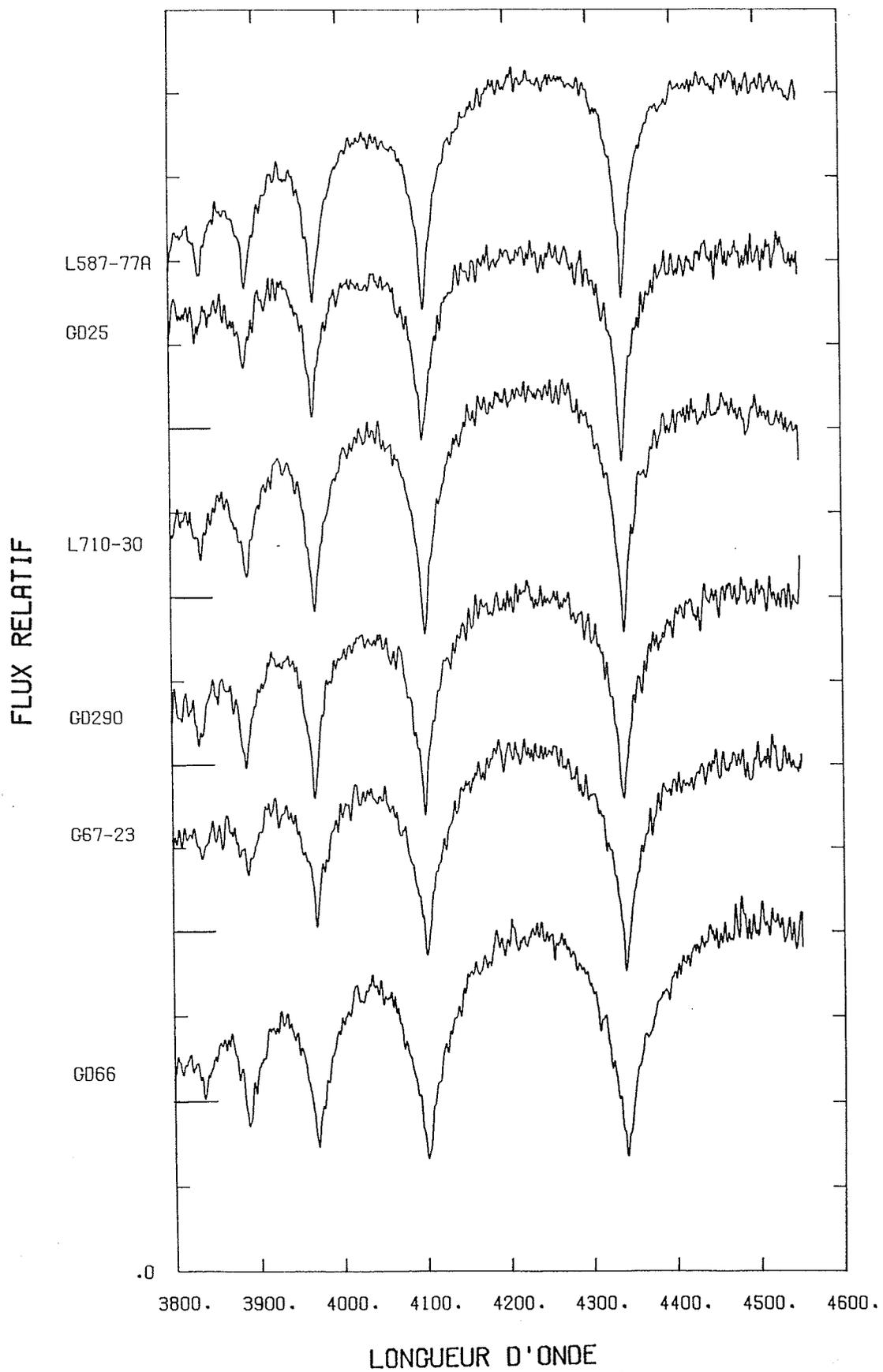
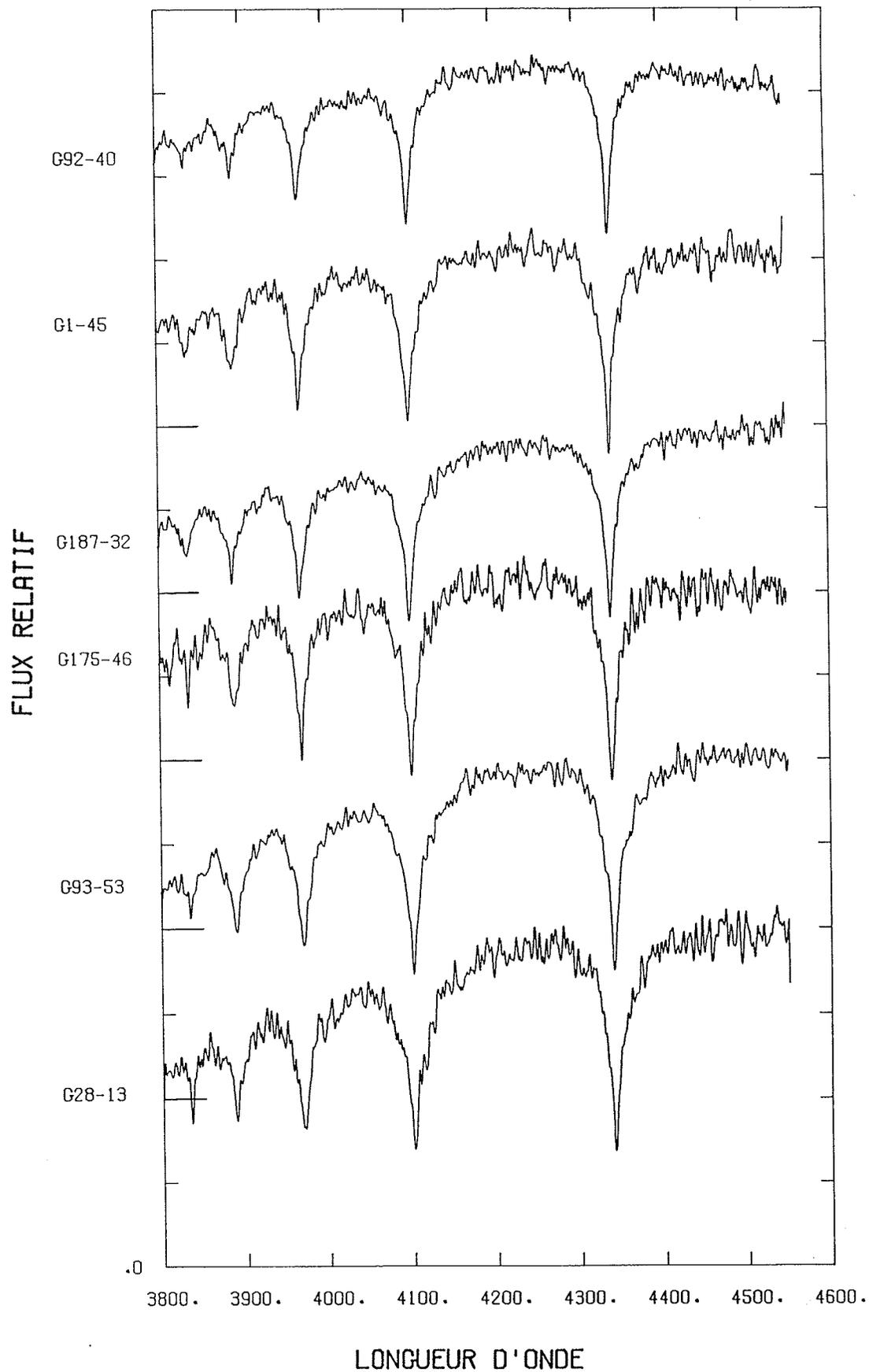
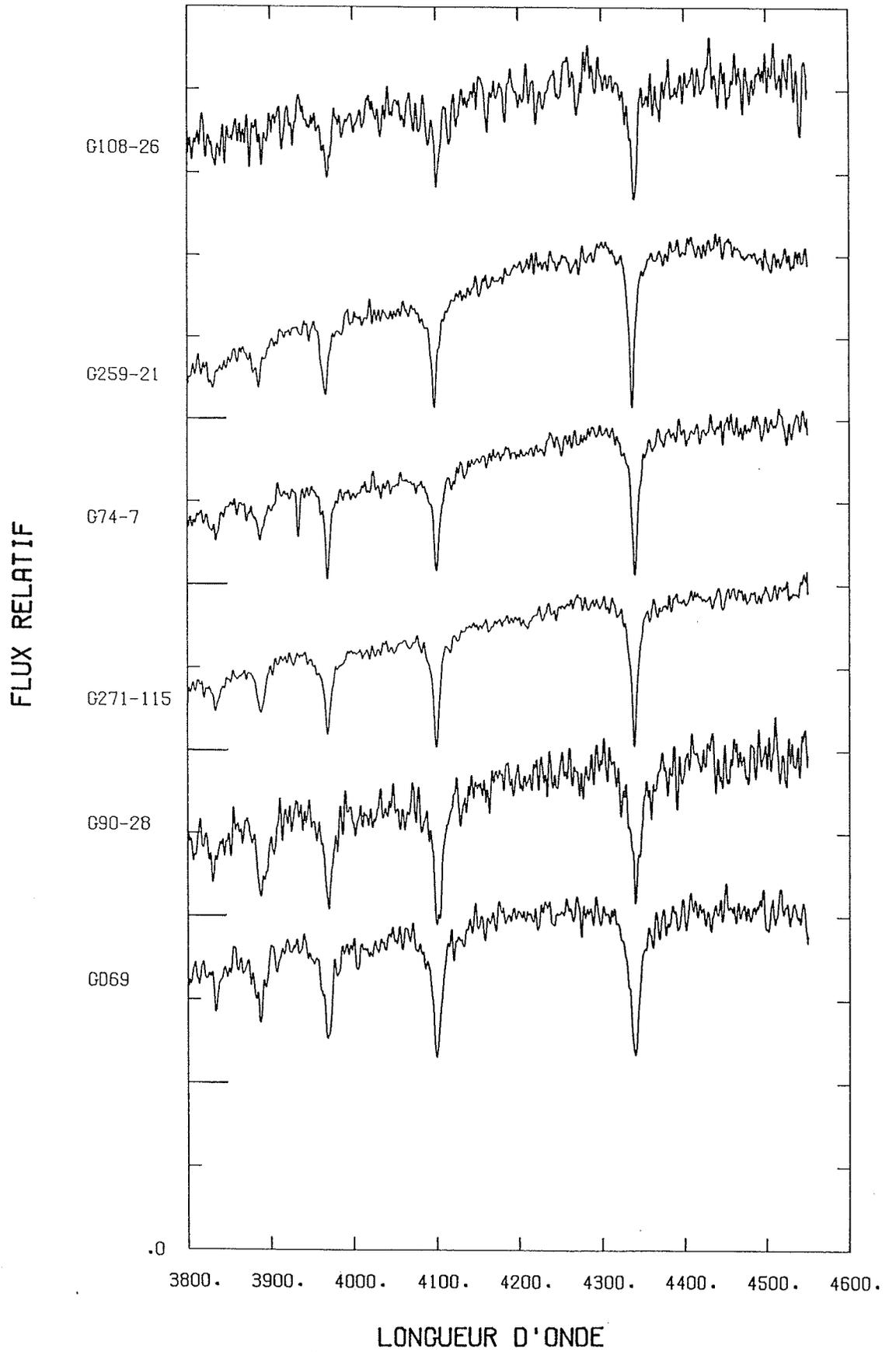
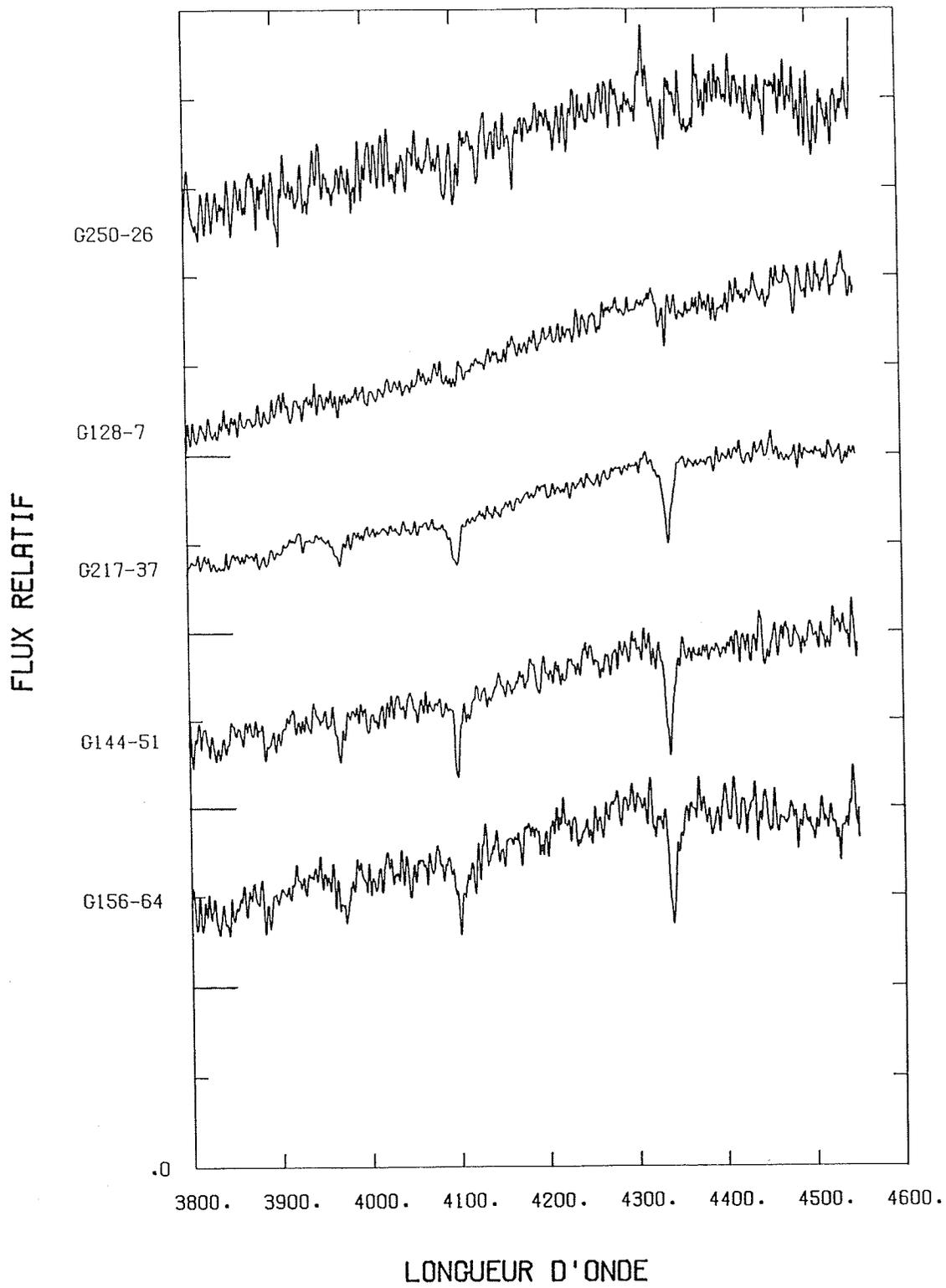


Figure 4 Spectres de l'échantillon de Lacombe-Wesemael-Liebert.
L'ordonnée indique le flux relatif de chaque spectre (f_ν),
décalé arbitrairement l'un par rapport à l'autre.









des étoiles DC plus froides que $\sim 10000\text{K}$. Le but de son étude est de détecter dans ces étoiles la signature spectroscopique de l'hydrogène. Le très haut rapport signal sur bruit permet d'imposer des limites très élevées sur la présence, ou l'absence, de raies d'hydrogène. Cette étude a permis de montrer que plusieurs de ces étoiles DC montraient la raie H_{α} et que, par conséquent, une certaine abondance d'hydrogène devait exister dans ces atmosphères. Greenstein nous a généreusement procuré certains de ses spectres afin que nous puissions étudier les propriétés atmosphériques de ces objets. Entre autres, cet échantillon nous permettra de i) tester les théories d'élargissement Van der Waals et par résonance de la raie H_{α} (Chapitre 4), ii) de déterminer la composition atmosphérique de ces objets dont on ne voit que la raie H_{α} , iii) de pousser à plus basse température effective l'échantillon de LVL, et iv) de déterminer la température effective limite de détection des raies d'hydrogène.

Environ 140 spectres ont été obtenus par Greenstein en 1982, à l'aide du spectrographe double de Oke (DBSP), attaché au télescope de 5m du Mont Palomar. L'ouverture adoptée du diaphragme ($3-10''$) étant plus large que le disque du *seeing*, ces données peuvent être considérées comme spectrophotométriques. L'instrument utilisé comporte deux caméras: la première est sensible aux longueurs d'onde courtes (caméra bleue), et comprend 511 pixels couvrant $4''$ par pixel; la seconde est sensible aux plus grandes longueurs d'onde (caméra rouge), et comprend 799 pixels de $6''$ par pixel. La résolution spectrale de chaque caméra est approximativement de 1.6 pixel, soit respectivement $6.4''$ et $9.6''$. Pendant trois nuits, la caméra bleue n'a pas fonctionné correctement, et la

caméra rouge a été réajustée pour couvrir une bande spectrale plus grande. Certains des candidats sélectionnés possèdent donc deux spectres, un couvrant la région de $3800\text{\AA} < \lambda < 5200\text{\AA}$, et l'autre de $5800\text{\AA} < \lambda < 7400\text{\AA}$; les autres candidats ne possèdent qu'un seul spectre couvrant la région de $4000\text{\AA} < \lambda < 7600\text{\AA}$.

Nous avons sélectionné dans l'échantillon original de Greenstein, les objets les plus intéressants pouvant nous aider à atteindre les buts cités précédemment. La priorité a été donnée aux objets montrant uniquement la raie H_{α} , ou uniquement les raies H_{α} et H_{β} . Nous avons aussi sélectionné des objets plus chauds pour assurer et vérifier le recouvrement avec l'échantillon de LWL (deux objets sont en commun dans les deux échantillons).

Le Tableau II renferme la liste des différents candidats choisis. Pour chaque objet, nous retrouvons le nom de l'étoile, le nom WD selon la nomenclature de McCook et Sion (1987), le nom EG ou Gr correspondant, le type spectral selon la classification de Greenstein (1986), la magnitude visuelle V , et l'indice de couleur $(g-r)$. La distribution en couleur $(g-r)$ de l'échantillon est illustrée sur la Figure 5. Comme on peut le voir, l'échantillon de Greenstein s'étend à beaucoup plus basse température que l'échantillon de LWL.

Les spectres correspondants sont illustrés à la Figure 6 par ordre décroissant de $(g-r)$. Les raies d'émission et d'absorption du ciel ne peuvent être complètement corrigées. Elles se situent à $\lambda\lambda 5577\text{\AA}$, 5893\AA , 6300\AA , et 6363\AA . Des défauts dus au filtre dichroïque utilisé pour

Tableau IIEchantillon de Greenstein

Nom	No. WD	EG/Gr	Type spectral	V	(g-r)
LHS5023	0102+210. 1	Gr462	DA10b	17.94	+0.74
LHS5024	0102+210. 2	Gr463	DC12b	18.11	+0.99
G33-49	0115+159	EG9	DQ5+	13.82	-0.03
G134-22	0213+427	EG16	DA9+	16.30	+0.67
LHS1442	0243-026	Gr565	DA7+	15.70	+0.32
G174-14	0245+541	Gr473	DA11	15.48	+0.91
G77-50	0322-019	Gr566	DA10+	16.30	+0.85
G8-8	0401+250	EG28	DA4	13.91	-0.41
GD66*	0517+307	Gr572	DAV4	15.50	-0.34
G99-44	0522-041	EG45	DC11+	14.65	+1.01
LHS1889	0657+320	Gr485	DA711+	16.67	+0.92
G138-31	1625+093	Gr327	DA7+	16.16	+0.30
Sandu B	1704+481. 1	Gr576	DA5+b	14.48	-0.07
G240-47	1710+683	Gr369	DA7+b	17.44	+0.29
G206-18	1811+327. 2	Gr330	DA8+b	17.04	+0.39
LDS678A	1917-077	EG131	DBQA5	12.28	-0.24
LHS3636	2107-216	Gr581	DA9	17.10	+0.50
G187-32*	2111+261	Gr447	DA6+	14.76	+0.05
GD402	2216+484	Gr452	DA7	16.28	+0.22
G216-B14B	2258+406	EG263	DA5b	-----	-0.21
G130-15	2347+292	Gr506	DA8+	15.78	+0.50

* Objets en commun avec l'échantillon de Lacombe-Wesemael-Liebert.

Figure 5 Distribution du nombre d'étoiles de l'échantillon de Greenstein, en fonction de l'indice de couleur (g-r). L'axe supérieur indique la calibration en température effective déterminée par Shipman (1979).

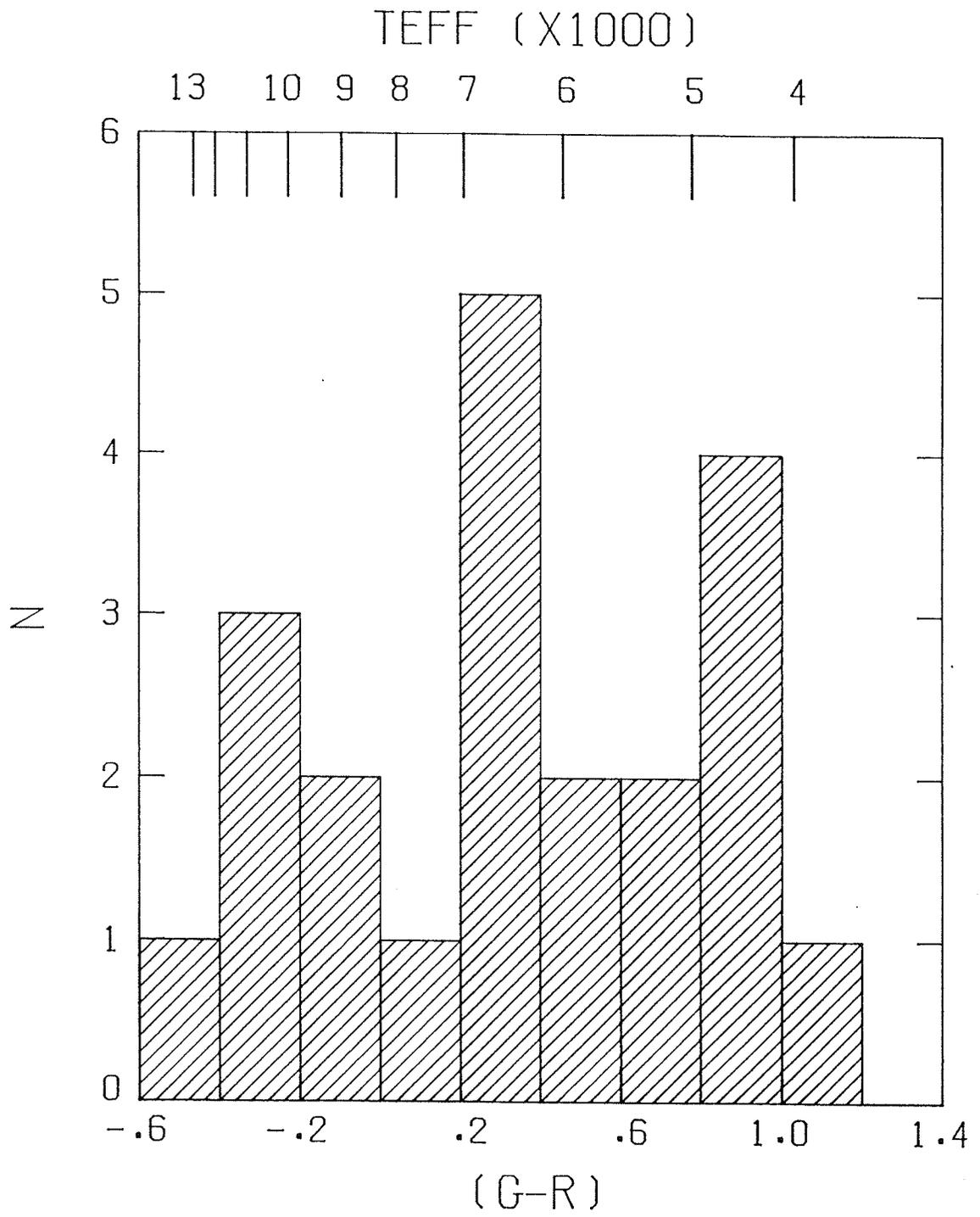
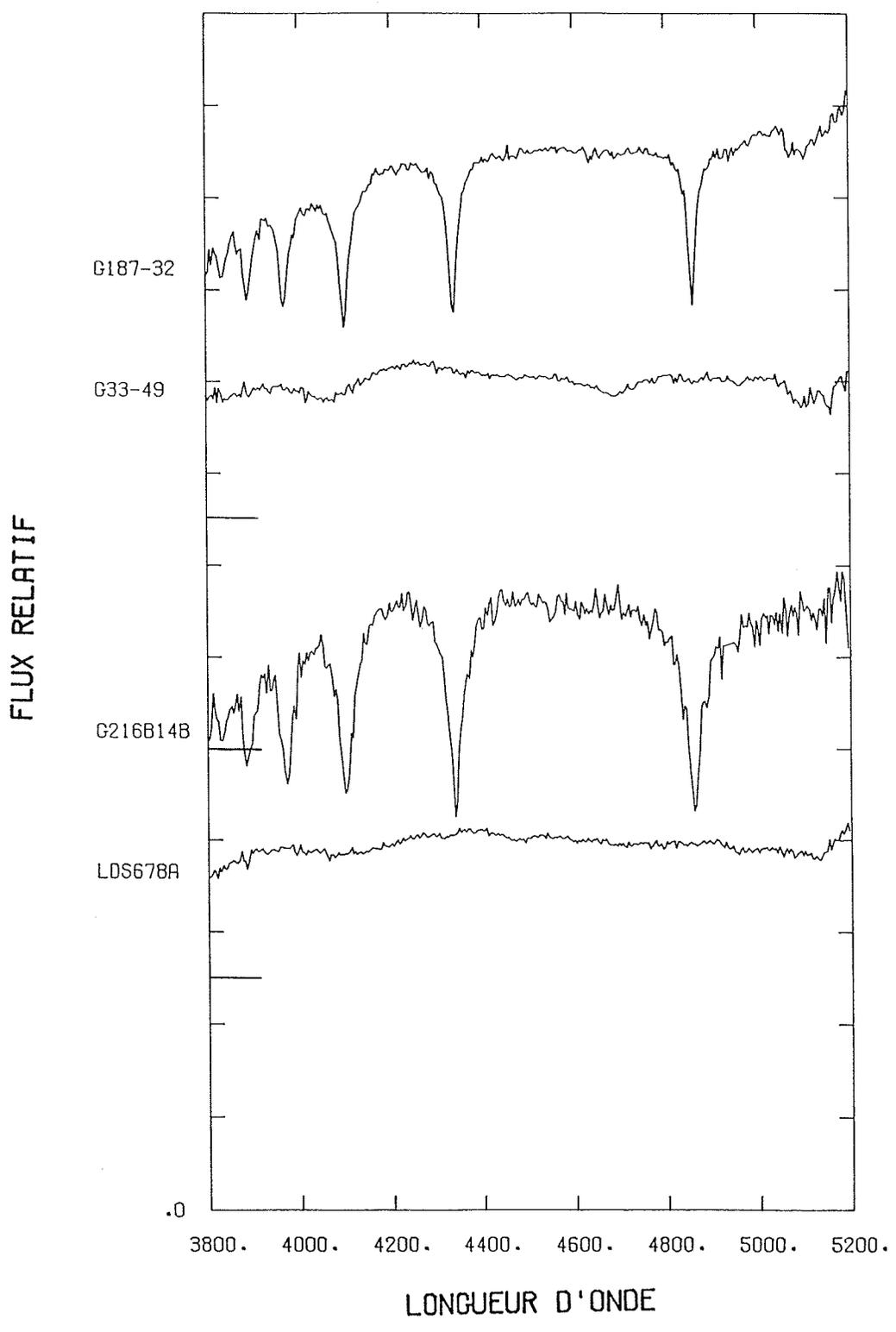
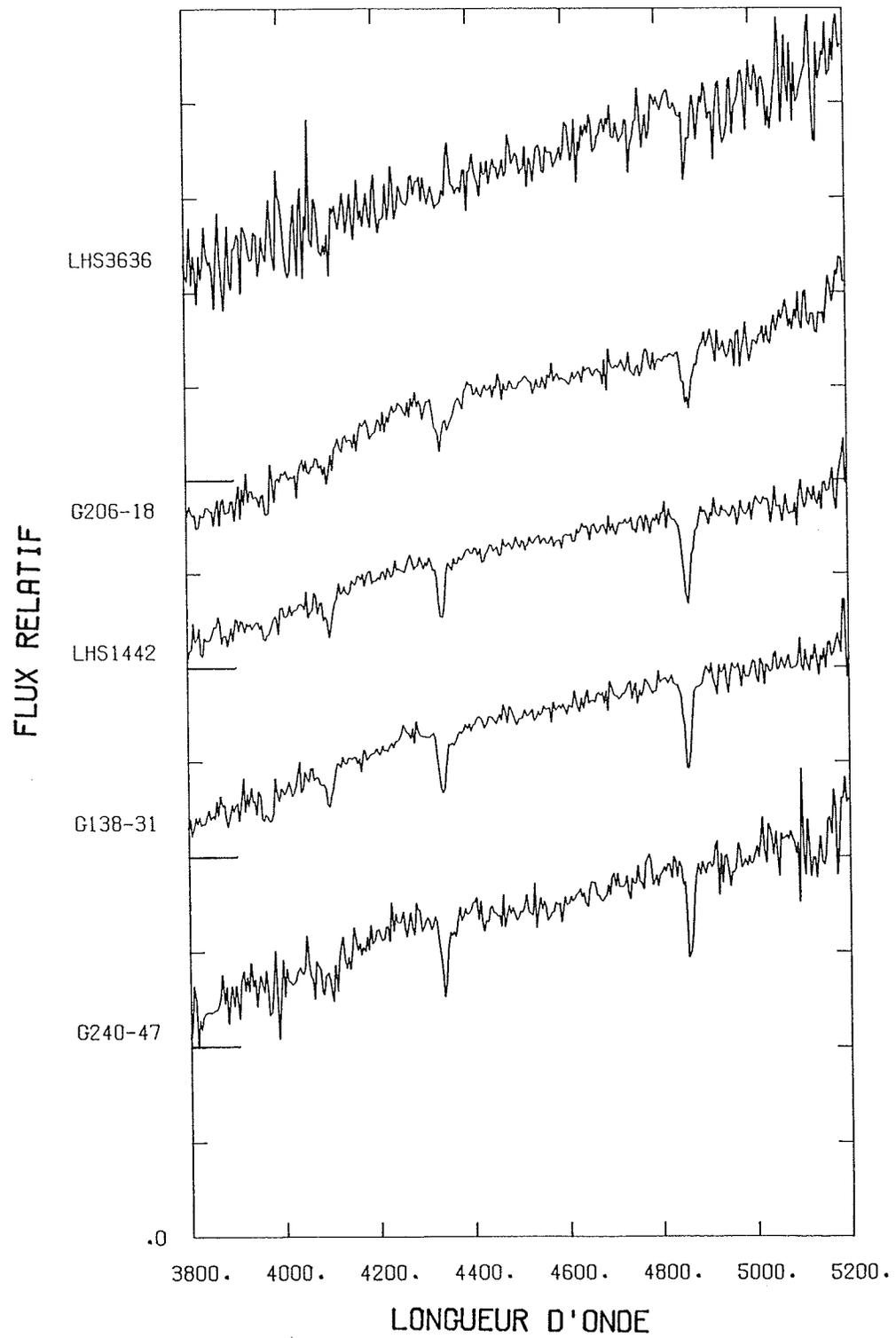
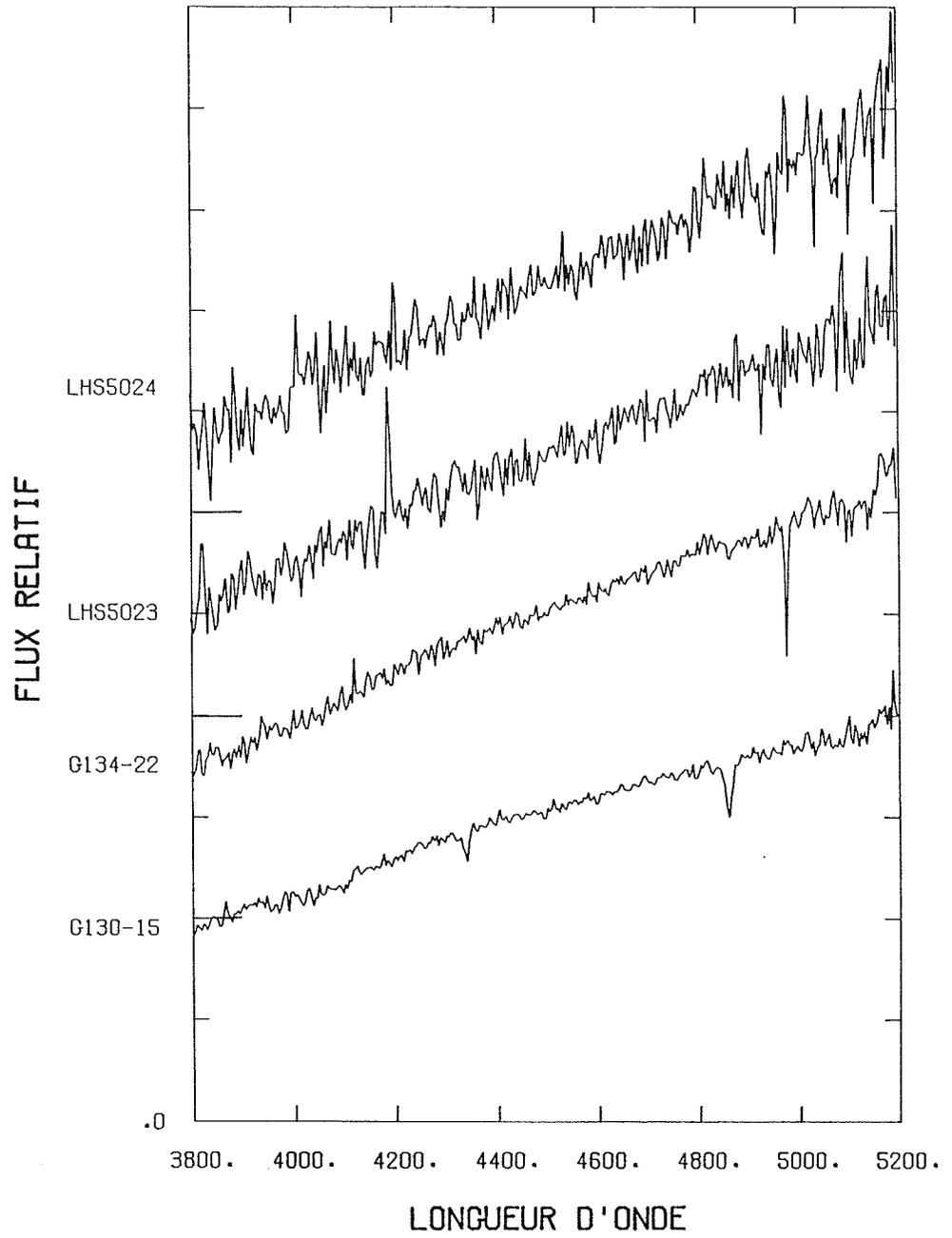
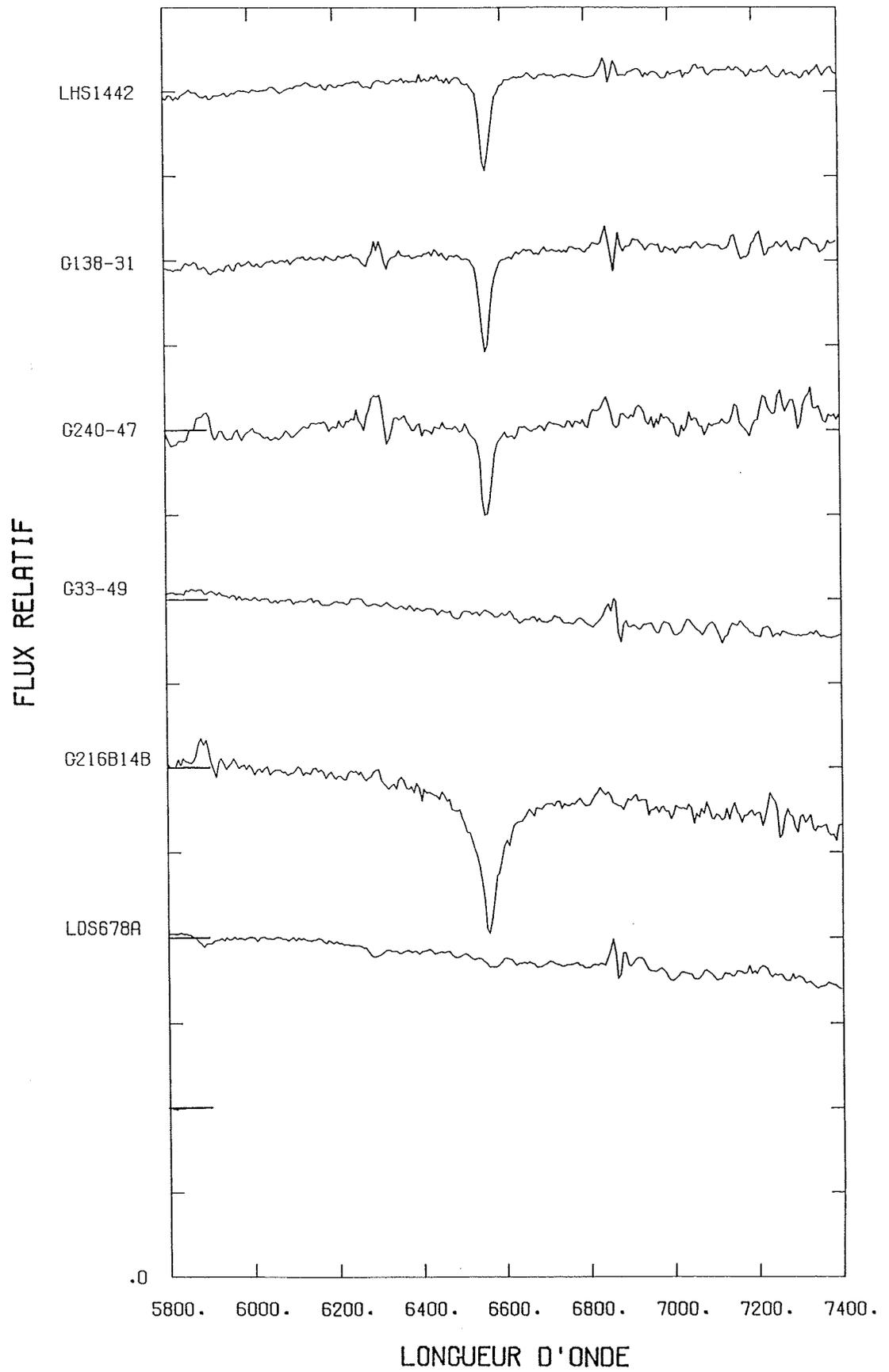


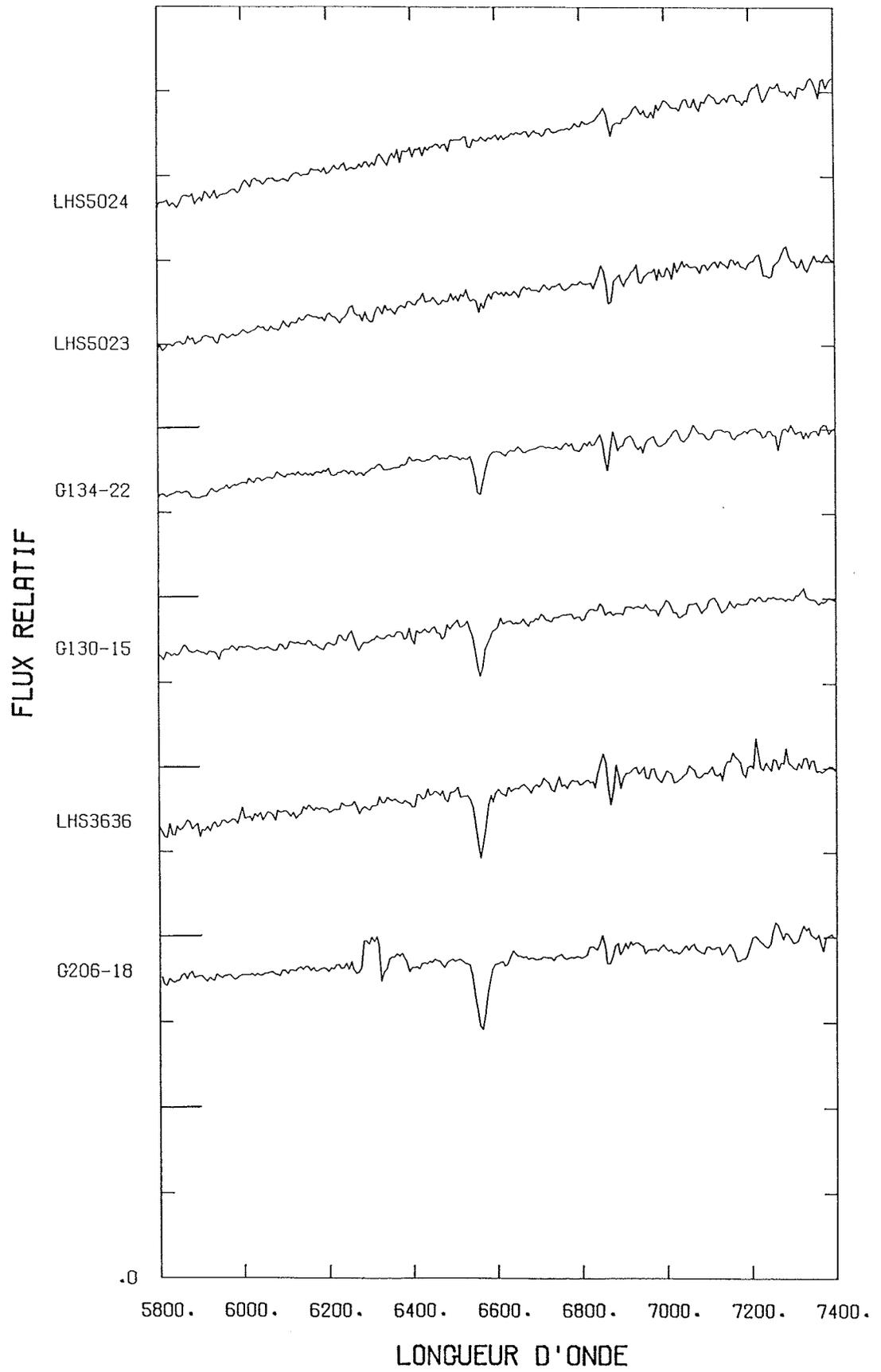
Figure 6 Spectres de l'échantillon de Greenstein. L'ordonnée indique le flux relatif de chaque spectre (f_{ν}), décalé arbitrairement l'un par rapport à l'autre.

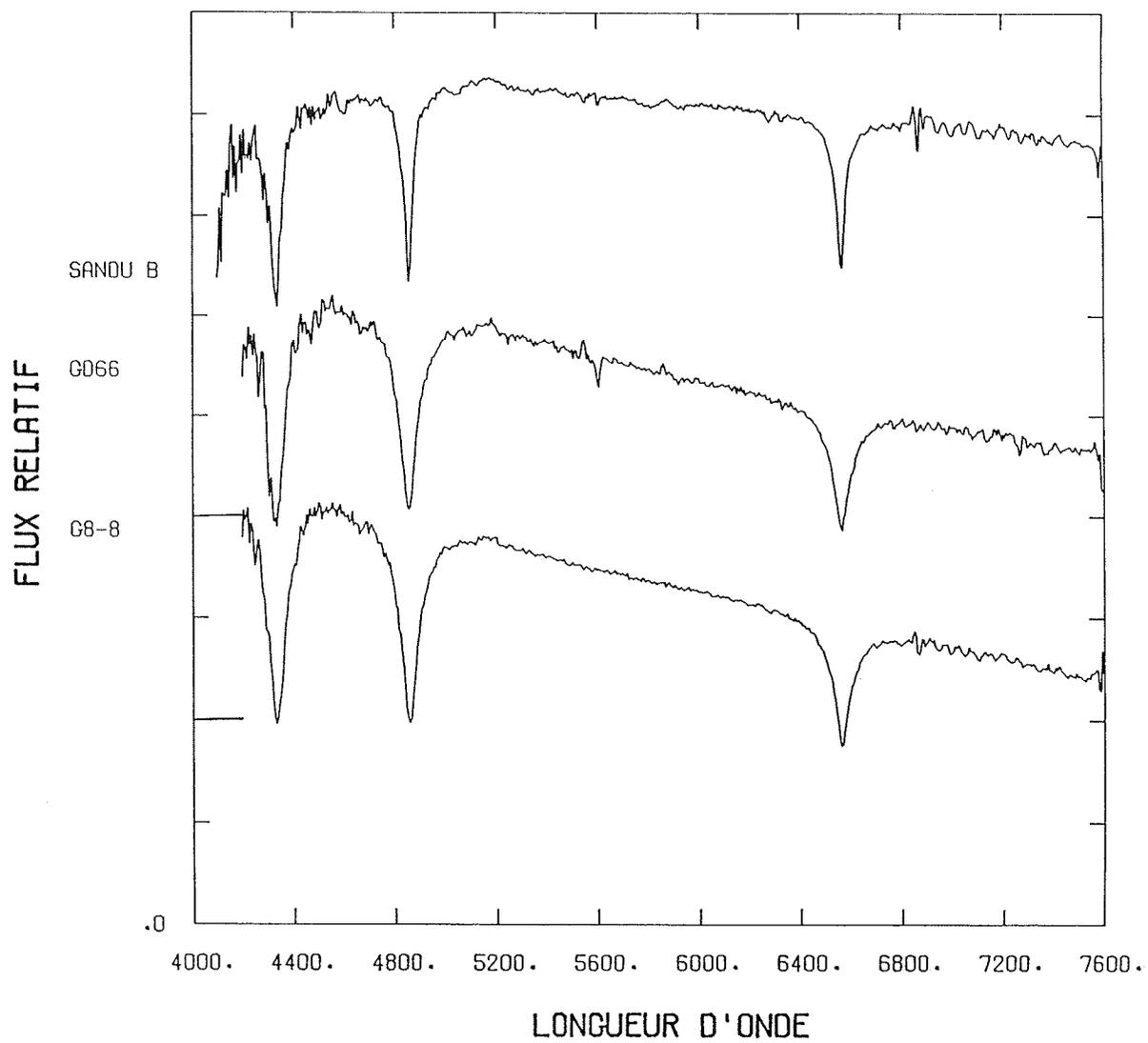


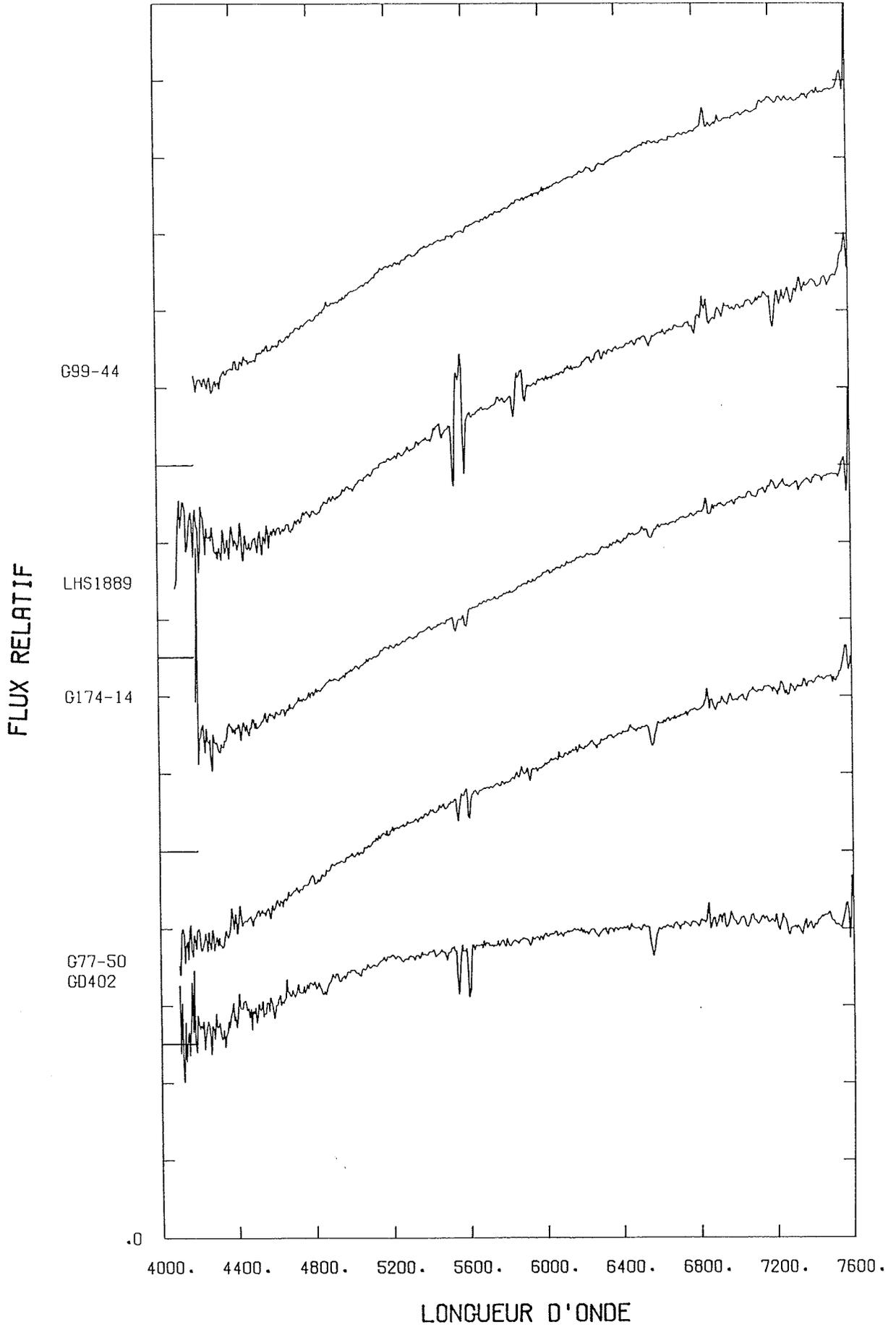












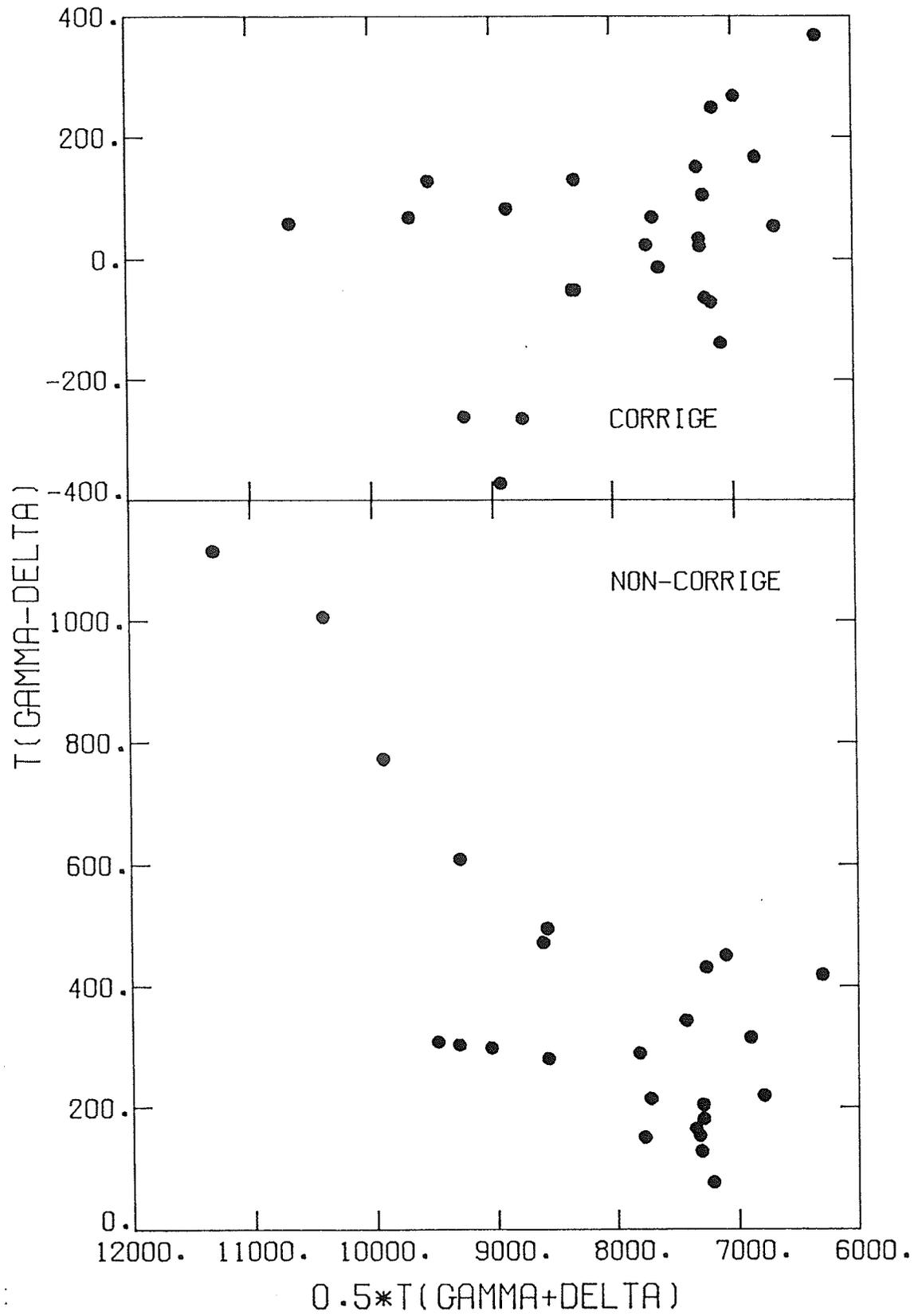
séparer les spectres vers les caméras rouges et bleues sont aussi présents du côté rouge des spectres bleus, et du côté bleu des spectres rouges. Pour les spectres pris avec une seule caméra, la raie H_{β} n'est pas utilisable à cause de ce problème.

Une comparaison sommaire de ces spectres avec les spectres synthétiques calculés au Chapitre 5 montre que les étoiles LDS678A ($T_{\text{e}} \sim 10000\text{K}$) et G33-49 ($T_{\text{e}} \sim 8500\text{K}$) ont des abondances d'hélium largement supérieures à $\text{He}/\text{H} \sim 10$, et forment donc des objets d'une classe spectrale différente des autres objets étudiés. LDS678A possède entre autres une raie d'HeI à $\lambda 5876\text{\AA}$.

2.3 Recalibration de l'échantillon de Lacombe-Wesemael-Liebert

Au cours des déroulements de ce projet, nous avons rencontré un problème relié à la calibration des spectres de l'échantillon de LWL. La méthode de détermination des paramètres atmosphériques, décrite au Chapitre 6, se sert des raies H_{γ} et H_{β} pour évaluer la température effective. Si les spectres observés sont bien calibrés, et si les spectres synthétiques représentent adéquatement la physique de l'atmosphère, les températures obtenues de chacune de ces raies devraient être égales. La différence en température des deux raies $T_{\gamma} - T_{\beta}$ est illustrée sur le panneau du bas de la Figure 7, en fonction de la moyenne des deux températures. Cette figure montre une très nette corrélation qui fut d'abord interprétée comme un mauvais traitement des spectres

Figure 7 Différence de température des raies H_γ et H_β , en fonction de la moyenne des températures pour l'échantillon de Lacombe-Vesemael-Liebert. Le panneau du bas représente les résultats obtenus avec l'échantillon original, alors que le panneau du haut représente les résultats obtenus après la recalibration des spectres.

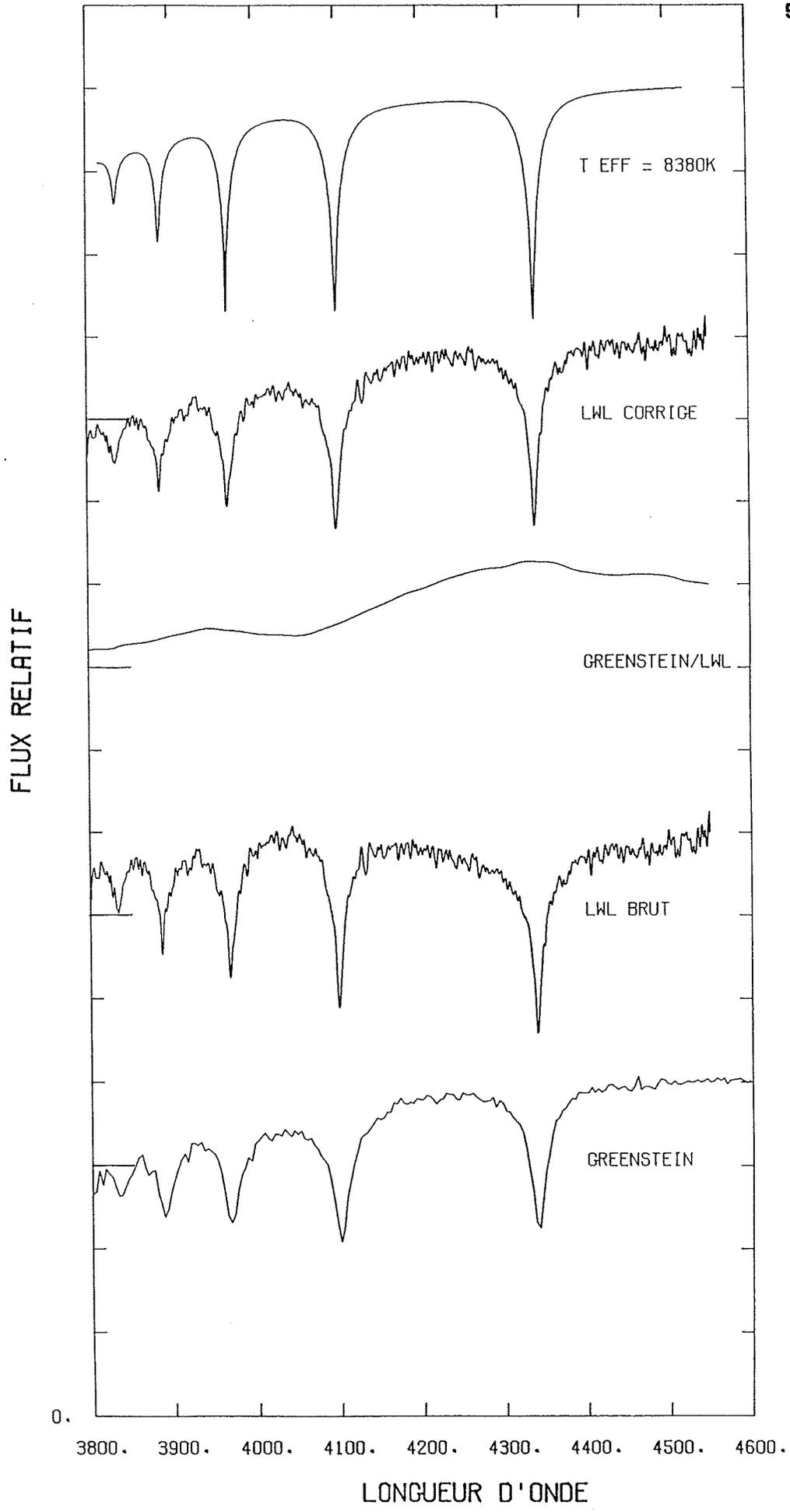


synthétiques.

Pour vérifier cette hypothèse, nous avons comparé la différence de température des raies H_γ et H_δ de l'étoile G187-32, un des objets en commun dans les deux échantillons. Nous avons trouvé que dans l'échantillon de Greenstein, les températures des deux raies concordent parfaitement ($\Delta T_{\gamma-\delta} < 40\text{K}$). La différence observée dans l'échantillon de LWL est plutôt due à un problème de calibration des spectres observés. Ce problème de calibration est illustré sur la Figure 8, où les spectres de G187-32 de LWL et de Greenstein sont comparés (les deux spectres du bas). Les différences de distribution d'énergie sont clairement apparentes, et sont surtout importantes au niveau de H_γ .

Pour remédier à ce problème, nous avons recalibré tous les spectres de l'échantillon de LWL de la façon suivante. La Figure 8 montre les différentes étapes de cette recalibration. Tout d'abord le nombre de points des spectres de G187-32 de chacun des échantillons est réduit en moyennant les points de fréquence dans des boîtes de $\sim 16\text{\AA}$, en omettant les régions des raies. Ces spectres réduits sont ensuite divisés l'un par l'autre, et la fonction résultante est alors lissée pour diminuer la structure fine. Cette fonction de correction, illustrée sur la Figure 8, est alors multipliée par le spectre de G187-32 de l'échantillon de LWL. Le spectre final corrigé est illustré sur la Figure 8, en comparaison avec un spectre synthétique de température effective représentative de G187-32. La comparaison montre que la procédure de correction améliore significativement la distribution d'énergie.

Figure 8 Procédure de recalibration des spectres de l'échantillon de Lacombe-Wesemael-Liebert. Les différentes courbes représentent à partir du bas: le spectre de G187-32 de l'échantillon de Greenstein, le spectre de G187-32 de l'échantillon de Lacombe-Wesemael-Liebert, la fonction de calibration obtenue de la division des deux premiers spectres, le spectre de G187-32 de Lacombe-Wesemael-Liebert recalibré, et le spectre synthétique interpolé à la température effective de G187-32.



La deuxième étape consiste à se servir de la fonction de correction déterminée à partir de G187-32, et de l'appliquer à toutes les autres étoiles observées la même nuit. Parmi ces spectres recalibrés se trouvent deux objets observés les trois nuits: la standard photométrique EG11, et aussi l'étoile G74-7. La troisième étape consiste à utiliser ces spectres de EG11 et de G74-7 corrigés pour définir des fonctions de correction moyennes pour chaque nuit. La quatrième et dernière étape consiste à utiliser ces fonctions de correction pour corriger la balance de l'échantillon. Tous les spectres de la Figure 4 ont été corrigés par cette méthode.

Pour vérifier davantage la procédure de recalibration, nous avons recalculé les différences de températures entre les raies H_γ et H_δ pour l'échantillon corrigé. Le résultat de ce calcul est présenté sur le panneau du haut de la Figure 7. La différence de température reflète maintenant une distribution statistique autour de zéro, sans aucune corrélation quelconque.

CHAPITRE 3

Les modèles d'atmosphères

La détermination des paramètres atmosphériques à partir de données spectroscopiques ou photométriques requiert l'élaboration de modèles d'atmosphères représentatifs des conditions physiques existantes dans les objets étudiés.

Les approximations généralement utilisées dans la théorie des modèles d'atmosphères sont particulièrement bien justifiées dans le cas des naines blanches. Dans ces étoiles à haute gravité, les densités sont très élevées, et par conséquent les collisions entre les particules sont fréquentes. Ainsi, l'équilibre statistique des populations est surtout dominé par les taux collisionnels, et il est donc possible de simplifier le traitement de l'ionisation et de l'excitation par l'emploi de l'approximation de l'équilibre thermodynamique local (ETL). Enfin, une géométrie plane peut être utilisée pour représenter l'atmosphère, car son épaisseur est beaucoup plus petite que le rayon de l'étoile ($R/R_* \sim 10^{-4}$).

Les modèles décrits dans ce chapitre couvrent un intervalle de température effective variant entre 5000K et 12000K. Dans les modèles les plus chauds, l'utilisation de l'équation d'état d'un gaz parfait est certainement justifiée. Cependant, aux basses températures, les effets non-idéaux peuvent devenir importants. Nous nous proposons donc dans

un premier temps de construire une grille de modèles d'atmosphères en utilisant l'équation d'état d'un gaz parfait. Dans un second temps, nous utiliserons l'équation d'état de Fontaine, Graboske, et Van Horn (1977) afin d'évaluer les effets non-idéaux dans les modèles d'atmosphères les plus froids (§3.8).

Dans les naines blanches plus froides que $T_e \sim 15000\text{K}$, le développement de fortes zones de convection dues à l'ionisation partielle de l'hydrogène nous conduit à porter une attention particulière aux processus de transport de l'énergie. En effet, dans certaines de ces étoiles, plus de 95% de l'énergie totale est transportée par le flux convectif (voir Figure 12). Il faut donc développer des modèles qui tiennent compte d'une façon couplée du transport de l'énergie par radiation et par convection. Pour atteindre ce but, nous utiliserons une version modifiée des modèles d'atmosphères développés par Grenfell (1972). La technique de Grenfell s'inspire de la méthode de linéarisation complète de Auer et Mihalas (1969), ainsi que des facteurs variables d'Eddington de Auer et Mihalas (1970). Les équations originales de Auer et Mihalas sont ensuite modifiées pour tenir compte du transport de l'énergie par convection (Gustafsson 1971). Le système d'équations différentielles résultant est solutionné par la méthode de Feautrier (1964). Dans les sections qui suivent, nous décrirons les grandes lignes de cette méthode, ainsi que les modifications particulières apportées dans le cadre de ce travail.

3.1 Equations fondamentales de la théorie des atmosphères

Les modèles d'atmosphères que nous allons utiliser sont régis par trois équations fondamentales : l'équation du transfert radiatif, l'équation d'équilibre hydrostatique, et l'équation de la conservation du flux. A celles-ci, il faut ajouter une équation d'état représentative des conditions physiques du milieu environnant.

Dans le cas d'une atmosphère plane, *l'équation du transfert radiatif* s'écrit

$$\mu \frac{\partial I_\nu(\tau, \mu)}{\partial \tau_\nu} = I_\nu(\tau, \mu) - S_\nu(\tau) \quad (3.1)$$

où I_ν et S_ν sont respectivement l'intensité spécifique (en ergs cm⁻² sec⁻¹ hz⁻¹ sr⁻¹) et la fonction source du champ de radiation, τ représente la profondeur optique moyenne de Rosseland, et μ est le cosinus de l'angle entre la direction normale au plan de l'atmosphère et la direction de propagation du faisceau de radiation. La profondeur optique monochromatique τ_ν est définie comme

$$d\tau_\nu = -\chi_\nu \rho dz \quad . \quad (3.2)$$

Dans cette équation, χ_ν est l'opacité monochromatique *totale* par unité de masse, ρ est la densité de masse, et z est la distance géométrique augmentant vers l'extérieur. L'opacité monochromatique totale se décompose en deux termes,

$$X_\nu = \kappa_\nu + \sigma_\nu \quad (3.3)$$

où κ_ν est l'opacité due aux processus réels d'absorption, et σ_ν est l'opacité due aux processus de diffusion. Dans le premier cas, un photon est complètement éliminé du faisceau de radiation, alors que dans le second cas, le photon change simplement de direction. Le seul processus de diffusion que nous considérerons ici est la diffusion par les électrons. Dans ce cas particulier, la diffusion se fait indépendamment de la fréquence ($\sigma_\nu = \sigma$).

Dans l'équation 3.1, la fonction source s'exprime en ETL comme

$$S_\nu(\tau) = \frac{\eta_\nu}{X_\nu} = \frac{\kappa_\nu B_\nu(T(\tau)) + \sigma J_\nu(\tau)}{\kappa_\nu + \sigma} \quad (3.4)$$

où η_ν est l'émissivité monochromatique par unité de masse, B_ν est la fonction de Planck à la température $T(\tau)$, et J_ν est l'intensité moyenne du champ de radiation. En introduisant le paramètre $\epsilon = \frac{\kappa_\nu}{\kappa_\nu + \sigma}$, cette dernière équation peut aussi s'écrire

$$S_\nu(\tau) = \epsilon B_\nu(T(\tau)) + (1-\epsilon)J_\nu(\tau) \quad (3.5)$$

Dans le bas de l'atmosphère où les processus d'absorption dominent sur les processus de diffusion, la fonction source se réduit à la fonction de Planck ($\epsilon=1$).

La solution de l'équation de transfert permet ensuite de définir les différents moments du champ de radiation,

$$J_\nu(\tau) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 I_\nu(\tau, \mu) d\mu \quad (3.6)$$

$$H_\nu(\tau) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 I_\nu(\tau, \mu) \mu d\mu \quad (3.7)$$

$$K_\nu(\tau) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 I_\nu(\tau, \mu) \mu^2 d\mu \quad (3.8)$$

H_ν est le flux d'Eddington, relié aux flux de radiation par $\mathcal{F}_\nu = 4\pi H_\nu$. En effectuant la dérivée des équations 3.7 et 3.8 par rapport à la profondeur optique τ_ν , et en utilisant l'équation de transfert (3.1), nous pouvons aussi obtenir les relations importantes suivantes

$$\frac{\partial H_\nu(\tau)}{\partial \tau_\nu} = J_\nu(\tau) - S_\nu(\tau) \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial K_\nu(\tau)}{\partial \tau_\nu} = H_\nu(\tau) \quad (3.10)$$

L'ensemble des équations précédentes, une fois solutionné pour I_ν , permet de décrire le champ de radiation en tout point de l'étoile pour une structure thermodynamique connue.

L'équation d'équilibre hydrostatique s'exprime simplement

$$\frac{dP}{dr} = \frac{g}{X_R} \quad (3.11)$$

où P est la pression totale (pression de radiation + pression gazeuse), X_R l'opacité moyenne de Rosseland, et g la gravité locale. Dans les régions atmosphériques, la gravité peut être maintenue constante et égale à la gravité de surface, car sa variation en fonction de la profondeur géométrique est très faible. De plus, dans le cas des naines blanches froides, la contribution de la pression de radiation à la pression totale est faible et peut donc être négligée. *Dans ce qui suit, P représentera donc la pression gazeuse uniquement.*

L'équation de la conservation du flux s'exprime différemment selon que l'on considère une zone radiative ou convective. Dans le cas d'une zone radiative, on exige que la variation du flux d'Eddington total en fonction de la profondeur géométrique soit nulle, ce qui s'écrit

$$\int_0^\infty \frac{\partial H_\nu}{\partial z} dv = 0 \quad . \quad (3.12)$$

En utilisant les équations 3.2 et 3.9, on obtient sous sa forme habituelle l'équation d'équilibre radiatif

$$\int_0^\infty X_\nu (J_\nu - S_\nu) dv = 0 \quad , \quad (3.13)$$

ou encore en utilisant l'équation 3.4,

$$\int_0^{\infty} \kappa_{\nu}(J_{\nu} - B_{\nu})d\nu = 0 \quad . \quad (3.14)$$

Dans le cas d'une zone convective, l'équilibre radiatif n'est pas atteint et on exige plutôt que la somme du flux radiatif et du flux convectif soit égale au flux total de l'étoile, spécifié par la température effective,

$$H_{\text{rad}} + H_{\text{conv}} = \frac{\sigma T_e^4}{4\pi} \quad (3.15)$$

où σ est la constante de Stefan-Boltzmann.

Finalement, nous utiliserons en première approximation comme équation d'état, l'équation d'un gaz parfait qui s'exprime simplement

$$P = N_{\text{total}}kT \quad . \quad (3.16)$$

Dans cette équation, k est la constante de Boltzmann, alors que N représente la densité totale de particules ($N_{\text{ions}} + N_{\text{électrons}}$).

3.2 Solution de l'équation du transfert radiatif

Avant de considérer la méthode de linéarisation complète, il est nécessaire de résoudre l'équation du transfert radiatif à partir d'une structure thermodynamique donnée. De cette solution, nous pouvons obtenir les facteurs variables d'Eddington employés dans la méthode de

linéarisation. Pour solutionner l'équation du transfert radiatif, nous adoptons la méthode de Feautrier (1964).

L'équation du transfert radiatif est d'abord modifiée en introduisant la quantité

$$P(\mu, \nu, \tau) = \frac{1}{2} [I(+\mu, \nu, \tau) + I(-\mu, \nu, \tau)] \quad (3.17)$$

où $I(+\mu, \nu, \tau)$ et $I(-\mu, \nu, \tau)$ sont respectivement les intensités spécifiques sortantes et entrantes. L'équation 3.1 peut alors être réécrite (Mihalas 1978, p.152) sous la forme d'une équation différentielle du second ordre

$$\mu^2 \frac{\partial^2 P(\mu, \nu, \tau)}{\partial \tau_\nu^2} = P(\mu, \nu, \tau) - S_\nu(\tau) \quad (3.18)$$

Cette équation est soumise à deux conditions limites. La première condition, en surface, est trouvée en posant $I(-\mu, \nu, \tau) = 0$ (i.e. aucun flux n'entre à la surface de l'étoile), et l'on trouve

$$\mu \left. \frac{\partial P(\mu, \nu, \tau)}{\partial \tau_\nu} \right|_{\tau_1} = P(\mu, \nu, \tau_1) \quad (3.19)$$

La seconde condition limite utilise la validité de l'approximation de diffusion en profondeur où

$$J_\nu = \int_0^1 P(\mu, \nu, \tau) d\mu = B_\nu \quad (3.20)$$

Cette expression est exacte peu importe si le bas de l'atmosphère est radiatif ou convectif. Elle diffère toutefois dans le cas radiatif de la

condition suggérée par exemple dans Mihalas (1978, p.153). La condition limite exprimée par l'équation 3.20 est beaucoup plus simple et complètement équivalente à celle de Mihalas (voir Appendice A).

La première étape consiste tout d'abord à diviser l'atmosphère en couches discrètes et à transformer les dérivées sous forme de différences finies. Dans ce qui suit, nous indiquerons la profondeur par un indice d pour les quantités qui ne dépendent que de la couche considérée, alors que l'indice l sera réservé aux quantités qui dépendent à la fois de la couche et de la fréquence (par exemple $\tau \rightarrow \tau_d$, $\tau_\nu \rightarrow \tau_l$, $T(\tau) \rightarrow T_d$, $S_\nu(\tau) \rightarrow S_l$, $P(\mu, \nu, \tau) \rightarrow P_l(\mu)$, etc.).

Sous forme de différences finies, la dérivée du premier ordre d'une quantité Q_d quelconque s'exprime

$$\left(\frac{dQ}{d\tau} \right)_{d-\frac{1}{2}} = \frac{Q_d - Q_{d-1}}{\tau_d - \tau_{d-1}} \quad (3.21)$$

ou

$$\left(\frac{dQ}{d\tau} \right)_{d+\frac{1}{2}} = \frac{Q_{d+1} - Q_d}{\tau_{d+1} - \tau_d} \quad (3.22)$$

alors que la dérivée du second ordre s'exprime

$$\left(\frac{d^2Q}{d\tau^2} \right)_d = \frac{\left(\frac{dQ}{d\tau} \right)_{d+\frac{1}{2}} - \left(\frac{dQ}{d\tau} \right)_{d-\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2} (\Delta\tau_{d+\frac{1}{2}} + \Delta\tau_{d-\frac{1}{2}})} \quad (3.23)$$

Les dérivées des quantités qui dépendent aussi de la fréquence s'obtiennent de façon similaire en remplaçant les indices d' par d . Les expressions précédentes peuvent être simplifiées en utilisant les définitions suivantes

$$\Delta T_{d+\frac{1}{2}} = T_{d+1} - T_d \quad (3.24)$$

$$\Delta T_{d-\frac{1}{2}} = T_d - T_{d-1} \quad (3.25)$$

$$\Delta T_d = \frac{1}{2} (\Delta T_{d+\frac{1}{2}} + \Delta T_{d-\frac{1}{2}}) \quad (3.26)$$

On remplace aussi les quantités intégrales par des sommes quadratiques. Par exemple, pour les moments du champ de radiation et la fonction source, on obtient respectivement

$$J_i = \int_0^1 P_i(\mu) d\mu = \sum_{\mu} P_i(\mu) w_{\mu} \quad (3.27)$$

$$K_i = \int_0^1 P_i(\mu) \mu^2 d\mu = \sum_{\mu} P_i(\mu) \mu^2 w_{\mu} \quad (3.28)$$

et

$$S_i = \epsilon_i B_i + (1-\epsilon_i) \sum_{\mu} P_i(\mu) w_{\mu} \quad (3.29)$$

où w_μ est le poids quadratique associé à l'angle μ . On ne peut exprimer le flux d'Eddington d'une façon similaire aux équations 3.27 et 3.28, car la nature impaire de l'intégrale de l'équation 3.7 fait que celle-ci ne peut s'écrire en terme de $P_i(\mu)$. Il est alors préférable de calculer le flux d'Eddington à l'aide de la relation 3.10

$$H_{i-\frac{1}{2}} = \left[\frac{\partial K}{\partial \tau} \right]_{i-\frac{1}{2}} = \frac{K_i - K_{i-1}}{\tau_i - \tau_{i-1}} \quad . \quad (3.30)$$

En surface, comme $I(-\mu, \nu, \tau_1) = 0$ et que $P(\mu, \nu, \tau_1) = \frac{1}{2} I(+\mu, \nu, \tau_1)$, H_ν peut alternativement être exprimé comme

$$H_\nu(\tau_1) = \sum_\mu P(\mu, \nu, \tau_1) \mu w_\mu \quad . \quad (3.31)$$

A l'aide des définitions précédentes, l'équation de transfert 3.18 se réécrit maintenant sous forme de différences finies pour chaque angle μ_j

$$\begin{aligned} \frac{\mu_j^2}{\Delta\tau_{i-\frac{1}{2}}\Delta\tau_i} P_{i-1,j} - \frac{\mu_j^2}{\Delta\tau_i} \left(\frac{1}{\Delta\tau_{i+\frac{1}{2}}} + \frac{1}{\Delta\tau_{i-\frac{1}{2}}} \right) P_{i,j} + \frac{\mu_j^2}{\Delta\tau_{i+\frac{1}{2}}\Delta\tau_i} P_{i+1,j} \\ = P_{i,j} - \epsilon_i B_i - (1-\epsilon_i) \sum_k P_{i,k} w_k \quad . \end{aligned} \quad (3.32)$$

La condition limite de surface (équation 3.19) est linéarisée, avec une précision du second ordre, en développant P_2 en série de Taylor autour de P_1 . La condition de surface devient alors

$$\mu_j \frac{P_{2,j} - P_{1,j}}{\tau_2 - \tau_1} = P_{1,j} + \frac{1}{2} \frac{(\tau_2 - \tau_1)}{\mu_j} (P_{1,j} - S_1) \quad , \quad (3.33)$$

ou encore en développant et en isolant les différents termes,

$$\left[1 + \frac{\mu_j}{\tau_2 - \tau_1} + \frac{1}{2} \frac{(\tau_2 - \tau_1)}{\mu_j} \right] P_{1,j} - \frac{1}{2} \frac{(\tau_2 - \tau_1)}{\mu} \left[(1 - \varepsilon_i) \sum_k P_{i,k} w_k \right] - \frac{\mu_j}{\tau_2 - \tau_1} P_{2,j} = \frac{1}{2} \frac{(\tau_2 - \tau_1)}{\mu_j} \varepsilon_i B_1 . \quad (3.34)$$

La condition au bas de l'atmosphère à la couche $d=D$ s'exprime simplement

$$B_v(\tau_D) = \sum_k P(\mu, v, \tau_D) w_k . \quad (3.35)$$

La solution de l'équation de transfert s'obtient fréquence par fréquence. Les équations 3.32 à 3.35 sont exprimées, pour chaque couche, sous forme d'équations matricielles du type

$$-A_d P_{d-1} + B_d P_d - C_d P_{d+1} = L_d . \quad (3.36)$$

En considérant toutes les couches, on obtient le système matriciel suivant

$$\begin{pmatrix} B_1 & -C_1 & 0 & 0 & \dots \\ -A_2 & B_2 & -C_2 & 0 & \dots \\ 0 & -A_3 & B_3 & -C_3 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & 0 & -A_D & B_D & -C_D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ \dots \\ P_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ \dots \\ L_D \end{pmatrix} . \quad (3.37)$$

Ce dernier système a l'avantage d'être écrit sous une forme tridiagonale, et se résoud facilement par une technique d'inversions et de substitution-inverses (voir par exemple Mihalas 1978, p.156). Une fois la solution obtenue pour $P_{i,j}$, on utilise les équations 3.27, 3.28, et 3.30 pour calculer J_i , H_i , K_i , et obtenir les facteurs variables d'Eddington définis comme

$$f_K(v,\tau) = \frac{K_v(\tau)}{J_v(\tau)} \quad (3.38)$$

$$f_H(v) = \frac{H_v(\tau_1)}{J_v(\tau_1)} \quad (3.39)$$

A partir d'une stratification thermodynamique donnée, l'ensemble des équations précédentes est solutionné afin d'obtenir les facteurs d'Eddington, ainsi que l'intensité moyenne. Ces quantités sont alors introduites dans la procédure de correction décrite dans la prochaine section.

3.3 Linéarisation des équations

Le but d'un modèle d'atmosphère est de déterminer la structure thermodynamique à partir d'une température effective, d'une gravité, et d'une composition chimique initiales. La méthode de linéarisation complète est une méthode de relaxation qui utilise un certain nombre de contraintes pour corriger d'une façon itérative une structure initiale approximative. Dans notre cas spécifique, cette approximation initiale est fournie par un modèle d'atmosphère gris, alors que les contraintes à respecter sont imposées par les équations de la théorie des atmosphères décrites à la section §3.1.

En général, la stratification obtenue d'un modèle gris (T^0, P^0) ne satisfait pas ces équations de contrainte. Il faut donc corriger cette stratification initiale par des quantités δP et δT à déterminer. La technique de linéarisation consiste à réécrire les équations de contrainte de la section §3.1 en linéarisant chaque terme en fonction de δJ , δT , et δP . Plus spécifiquement, on remplace J_1 par $J_1^0 + \delta J_1$, T_d par $T_d^0 + \delta T_d$, P_d par $P_d^0 + \delta P_d$, et plus généralement pour les autres quantités, Z_1 par $Z_1^0 + (\partial Z / \partial T)_1 \delta T_d + (\partial Z / \partial P)_1 \delta P_d$, en ne retenant que les termes du premier ordre en δ . La solution numérique de ces équations permet d'obtenir les corrections δJ , δT , et δP , et de corriger ainsi la stratification initiale. La procédure est itérée jusqu'à ce que les corrections diminuent en dessous du critère de précision désiré. Les détails de la linéarisation de ces équations étant donné par exemple dans Grenfell (1972), nous ne donnerons ici que les résultats principaux.

La solution de l'équation de transfert décrite à la section §3.2 nécessite de résoudre le système d'équations pour chaque angle μ , augmentant ainsi le nombre d'opérations à effectuer. Une alternative à ce problème consiste à utiliser les facteurs variables d'Eddington définis par les équations 3.38 et 3.39. D'abord, en se servant de l'équation 3.10, l'équation 3.9 se réécrit

$$\frac{\partial^2 K_\nu(\tau)}{\partial \tau_\nu^2} = J_\nu(\tau) - S_\nu(\tau) \quad , \quad (3.40)$$

ou encore en se servant de la définition de $f_K(\nu, \tau)$,

$$\frac{\partial^2 f_K(\nu, \tau) J_\nu(\tau)}{\partial \tau_\nu^2} = J_\nu(\tau) - S_\nu(\tau) \quad . \quad (3.41)$$

Cette équation de transfert a la même forme que l'équation 3.18, à l'exception que l'information sur l'angle μ a été absorbée dans le facteur f_K . La solution est obtenue d'une façon itérative en recalculant à chaque itération les facteurs d'Eddington et en les réinsérant dans l'équation 3.41. Cette procédure permet d'éliminer la dépendance angulaire, d'augmenter la rapidité et la précision du calcul. La condition limite de surface s'exprime à l'aide de l'autre facteur d'Eddington

$$\frac{\partial f_K J_\nu(\tau)}{\partial \tau_\nu} \Big|_{\tau_1} = f_H(\nu) J_\nu(\tau_1) \quad , \quad (3.42)$$

ou encore sous une forme discrète du second ordre, similaire à l'équation 3.33,

$$f_K(\nu, \tau_2) J_\nu(\tau_2) = f_K(\nu, \tau_1) J_\nu(\tau_1) + f_H(\nu) J_\nu(\tau_1) \Delta \tau_\nu$$

$$+ \frac{1}{2} [J_v(\tau_1) - S_v(\tau_1)] \Delta\tau_v^2 . \quad (3.43)$$

Afin de discrétiser et linéariser l'équation 3.41, et aussi de pouvoir utiliser τ comme variable indépendante dans les équations suivantes, nous introduisons les nouvelles variables Z_i et Y_i définies comme

$$Z_i = \frac{X_i}{X_{R,d}} , \quad (3.44)$$

et

$$Y_i = \frac{K_i}{K_{R,d}} . \quad (3.45)$$

Les dérivées par rapport à la profondeur optique monochromatique sont réécrites comme

$$\frac{\partial}{\partial\tau_i} = \frac{1}{Z_i} \frac{\partial}{\partial\tau_d} . \quad (3.46)$$

En utilisant ces définitions, l'équation de transfert 3.41 s'exprime

$$\begin{aligned} \frac{(f_{K^j})_{i-1}}{\Delta\tau_{i-\frac{1}{2}}\Delta\tau_i} - \left[\frac{1}{\Delta\tau_{i+\frac{1}{2}}} + \frac{1}{\Delta\tau_{i-\frac{1}{2}}} \right] \frac{(f_{K^j})_i}{\Delta\tau_i} + \frac{(f_{K^j})_{i+1}}{\Delta\tau_{i+\frac{1}{2}}\Delta\tau_i} \\ = \varepsilon_i (J_i - B_i) \end{aligned} \quad (3.47)$$

où $\Delta\tau_{i-\frac{1}{2}}$, $\Delta\tau_{i+\frac{1}{2}}$, et $\Delta\tau_i$ sont définis par

$$\Delta\tau_{i-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (Z_i + Z_{i-1}) (\tau_d - \tau_{d-1}) \quad (3.48)$$

$$\Delta\tau_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (Z_{i+1} + Z_i) (\tau_{d+i} - \tau_d) \quad (3.49)$$

$$\Delta\tau_i = \frac{1}{2} (\Delta\tau_{i-\frac{1}{2}} + \Delta\tau_{i+\frac{1}{2}}) \quad (3.50)$$

Sous sa forme linéarisée, nous obtenons

$$\begin{aligned} & - \left[\frac{f_k^{i-1}}{\Delta\tau_{i-\frac{1}{2}} \Delta\tau_i} \right] \delta J_{i-1} + \left[\frac{f_k^i}{\Delta\tau_i} \left(\frac{1}{\Delta\tau_{i+\frac{1}{2}}} + \frac{1}{\Delta\tau_{i-\frac{1}{2}}} \right) + \varepsilon_i \right] \delta J_i - \left[\frac{f_k^{i+1}}{\Delta\tau_{i+\frac{1}{2}} \Delta\tau_i} \right] \delta J_{i+1} \\ & - c_i \left[\frac{\partial Z}{\partial P} \right]_{i-1} \delta P_{d-1} - a_i \left[\frac{\partial Z}{\partial P} \right]_{i+1} \delta P_{d+1} - c_i \left[\frac{\partial Z}{\partial T} \right]_{i-1} \delta T_{d-1} - a_i \left[\frac{\partial Z}{\partial T} \right]_{i+1} \delta T_{d+1} \\ & + \left\{ \varepsilon_i (J_i - B_i) \left[\frac{1}{Y_i} \left[\frac{\partial Y}{\partial P} \right]_i - \frac{1}{Z_i} \left[\frac{\partial Z}{\partial P} \right]_i \right] - b_i \left[\frac{\partial Z}{\partial P} \right]_i \right\} \delta P_d \\ & + \left\{ \varepsilon_i (J_i - B_i) \left[\frac{1}{Y_i} \left[\frac{\partial Y}{\partial T} \right]_i - \frac{1}{Z_i} \left[\frac{\partial Z}{\partial T} \right]_i \right] - b_i \left[\frac{\partial Z}{\partial T} \right]_i - \varepsilon_i \left[\frac{\partial B}{\partial T} \right]_i \right\} \delta T_d \\ & = \varepsilon_i (B_i - J_i) - \beta_i \end{aligned} \quad (3.51)$$

où les différentes constantes sont définies par

$$a_i = \frac{\alpha_i + \frac{\beta_i \Delta\tau_{i+\frac{1}{2}}}{2\Delta\tau_i}}{Z_i + Z_{i+1}} \quad (3.52)$$

$$c_i = \frac{\gamma_i + \frac{\beta_i \Delta\tau_{i-\frac{1}{2}}}{2\Delta\tau_i}}{Z_i + Z_{i-1}} \quad (3.53)$$

$$b_i = a_i + c_i \quad (3.54)$$

$$\alpha_i = \frac{f_K^i J_i - f_K^{i+1} J_{i+1}}{\Delta\tau_{i+\frac{1}{2}} \Delta\tau_i} \quad (3.55)$$

$$\gamma_i = \frac{f_K^i J_i - f_K^{i-1} J_{i-1}}{\Delta\tau_{i-\frac{1}{2}} \Delta\tau_i} \quad (3.56)$$

$$\beta_i = \alpha_i + \gamma_i \quad (3.57)$$

De même, la condition limite de surface (équation 3.43) devient

$$\begin{aligned} & \left(f_K^1 + f_H \Delta\tau_{3/2} + \varepsilon_1 \frac{\Delta\tau_{3/2}^2}{2} \right) \delta J_1 - f_K^2 \delta J_2 + D1 \left(\frac{\partial Z}{\partial P} \right)_2 \delta P_2 + D1 \left(\frac{\partial Z}{\partial T} \right)_2 \delta T_2 \\ & + \left\{ D1 \left(\frac{\partial Z}{\partial P} \right)_1 + \frac{\Delta\tau_{3/2}^2}{2} \varepsilon_1 (J_1 - B_1) \left[\frac{1}{Y_1} \left(\frac{\partial Y}{\partial P} \right)_1 - \frac{1}{Z_1} \left(\frac{\partial Z}{\partial P} \right)_1 \right] \right\} \delta P_1 + \\ & \left\{ D1 \left(\frac{\partial Z}{\partial T} \right)_1 - \varepsilon_1 \frac{\Delta\tau_{3/2}^2}{2} \left(\frac{\partial B}{\partial T} \right)_1 + \frac{\Delta\tau_{3/2}^2}{2} \varepsilon_1 (J_1 - B_1) \left[\frac{1}{Y_1} \left(\frac{\partial Y}{\partial T} \right)_1 - \frac{1}{Z_1} \left(\frac{\partial Z}{\partial T} \right)_1 \right] \right\} \delta T_1 \\ & = f_K^2 J_2 - \left(f_K^1 + f_H \Delta\tau_{3/2} + \varepsilon_1 \frac{\Delta\tau_{3/2}^2}{2} \right) J_1 + \frac{\Delta\tau_{3/2}^2}{2} \varepsilon_1 B_1 \quad (3.58) \end{aligned}$$

où

$$D1 = \frac{1}{2} (\tau_2 - \tau_1) [f_H J_1 + \Delta\tau_{3/2} \varepsilon_1 (J_1 - B_1)] \quad (3.59)$$

La condition au bas de l'atmosphère (équation 3.20) s'écrit simplement

$$\delta J_D - \left(\frac{\partial B}{\partial T} \right)_D \delta T_D = B_D - J_D \quad (3.60)$$

Cette condition limite discutée par Grenfell (1972) n'est formellement valide que dans le cas où la dernière couche est convective. Elle peut toutefois être justifiée dans le cas où cette couche est radiative (Appendice A).

L'équation d'équilibre hydrostatique devient sous forme de différences finies

$$\frac{P_d - P_{d-1}}{T_d - T_{d-1}} = \frac{2g}{X_{R,d} + X_{R,d-1}} \quad (3.61)$$

et sous sa forme linéarisée,

$$\begin{aligned} & \left[\frac{-1}{T_d - T_{d-1}} + D2_d \left(\frac{\partial X_R}{\partial P} \right)_{d-1} \right] \delta P_{d-1} + \left[\frac{1}{T_d - T_{d-1}} + D2_d \left(\frac{\partial X_R}{\partial P} \right)_d \right] \delta P_d + \\ & D2_d \left(\frac{\partial X_R}{\partial T} \right)_{d-1} \delta T_{d-1} + D2_d \left(\frac{\partial X_R}{\partial T} \right)_d \delta T_d \\ & = \frac{2g}{X_{R,d} + X_{R,d-1}} - \frac{P_d - P_{d-1}}{T_d - T_{d-1}} \end{aligned} \quad (3.62)$$

où

$$D2_d = \frac{2g}{(X_{R,d} + X_{R,d-1})^2} \quad (3.63)$$

Comme l'équation d'équilibre hydrostatique n'est que du premier ordre,

elle ne nécessite qu'une condition limite. On impose qu'en surface

$$\frac{P_1}{\tau_1} = \frac{g}{X_{R,1}} \quad . \quad (3.64)$$

et sous sa forme linéarisée

$$\left[\frac{1}{\tau_1} + \frac{g}{X_{R,1}^2} \left(\frac{\partial X_R}{\partial P} \right)_1 \right] \delta P_1 + \frac{g}{X_{R,1}^2} \left(\frac{\partial X_R}{\partial T} \right)_1 \delta T_1 = \frac{g}{X_{R,1}} - \frac{P_1}{\tau_1} \quad . (3.65)$$

Comme nous l'avons montré précédemment, l'équation de la *conservation du flux total* s'exprime différemment selon que l'on considère une zone radiative ou une zone convective.

Lorsque la zone est radiative, on exige que la couche soit en équilibre radiatif. Dans ce cas, l'équation 3.13 est réécrite sous la forme d'une somme quadratique

$$\sum_{\nu} X_{\nu} (J_{\nu} - S_{\nu}) w_{\nu} = 0 \quad , \quad (3.66)$$

et sous sa forme linéarisée,

$$\begin{aligned} & \sum_{\nu} w_{\nu} Z_{\nu} \epsilon_{\nu} \delta J_{\nu} + \left[\sum_{\nu} w_{\nu} \epsilon_{\nu} (J_{\nu} - B_{\nu}) \left(\frac{\partial Z}{\partial P} \right)_1 \right] \delta P_d + \\ & \left[\sum_{\nu} w_{\nu} \epsilon_{\nu} (J_{\nu} - B_{\nu}) \left(\frac{\partial Z}{\partial T} \right)_1 - \sum_{\nu} w_{\nu} Z_{\nu} \epsilon_{\nu} \left(\frac{\partial B}{\partial T} \right)_1 \right] \delta T_d \\ & = \sum_{\nu} w_{\nu} Z_{\nu} \epsilon_{\nu} (B_{\nu} - J_{\nu}) \end{aligned} \quad (3.67)$$

Il est à remarquer que dans cette dernière équation, le facteur ε_i se simplifie des deux côtés de l'équation. Ceci reflète le fait que l'équation d'équilibre radiatif 3.13 peut alternativement s'exprimer comme l'équation 3.14, cette dernière étant indépendante des processus de diffusion.

Si la zone considérée est convective, il faut alors employer l'équation 3.15 pour décrire la conservation du flux. Nous exprimons dans cette équation le flux radiatif H_{rad} comme

$$H_{\text{rad}} = \int_0^{\infty} \frac{\partial K(\nu, \tau)}{\partial \tau_{\nu}} d\nu \quad , \quad (3.68)$$

et en substituant la définition de f_K , l'équation 3.15 devient

$$\frac{\sigma T_e^4}{4\pi} = H_{\text{conv}}(T, P, \nabla, \ell) + \sum_{\nu} w_{\nu} \frac{\partial (f_K^{\nu})_i}{\partial \tau_i} \quad (3.69)$$

Cette expression est aussi utilisée comme condition limite au bas de l'atmosphère quand la dernière couche est convective, et aussi lorsqu'elle est radiative (Appendice A). Sous sa forme linéarisée, l'équation 3.69 devient

$$\begin{aligned} & -\sum_{\nu} \frac{w_{\nu} f_K^{i-1}}{\Delta \tau_{i-\frac{1}{2}}} \delta J_{i-1} + \sum_{\nu} \frac{w_{\nu} f_K^i}{\Delta \tau_{i-\frac{1}{2}}} \delta J_i + \\ & \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial H_{\text{conv}}}{\partial P} \right)_{d-\frac{1}{2}} + \nabla \left(\frac{\partial H_{\text{conv}}}{\partial \nabla} \right)_{d-\frac{1}{2}} \left(\frac{2P_d}{p_d^2 - p_{d-1}^2} \right) - \sum_{\nu} d_i \left(\frac{\partial Z}{\partial P} \right)_{i-1} \right] \delta P_{d-1} + \\ & \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial H_{\text{conv}}}{\partial P} \right)_{d-\frac{1}{2}} - \nabla \left(\frac{\partial H_{\text{conv}}}{\partial \nabla} \right)_{d-\frac{1}{2}} \left(\frac{2P_{d-1}}{p_d^2 - p_{d-1}^2} \right) - \sum_{\nu} d_i \left(\frac{\partial Z}{\partial P} \right)_i \right] \delta P_d + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial H_{conv}}{\partial T} \right)_{d-\frac{1}{2}} - \nabla \left(\frac{\partial H_{conv}}{\partial \nabla} \right)_{d-\frac{1}{2}} \left(\frac{2T_d}{T_d^2 - T_{d-1}^2} \right) - \sum_{\nu} d_i \left(\frac{\partial Z}{\partial P} \right)_{i-1} \right] \delta T_{d-1} + \\
& \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial H_{conv}}{\partial T} \right)_{d-\frac{1}{2}} + \nabla \left(\frac{\partial H_{conv}}{\partial \nabla} \right)_{d-\frac{1}{2}} \left(\frac{2T_{d-1}}{T_d^2 - T_{d-1}^2} \right) - \sum_{\nu} d_i \left(\frac{\partial Z}{\partial T} \right)_i \right] \delta T_d = \\
& \frac{\sigma T_e^4}{4\pi} - H_{conv}(d-\frac{1}{2}) - \sum_{\nu} w_{\nu} \frac{(f_{KJ_i}^i - f_{KJ_{i-1}}^{i-1})}{\Delta T_{i-\frac{1}{2}}} \quad (3.70)
\end{aligned}$$

où d_i est défini par

$$d_i = w_{\nu} \frac{(T_d - T_{d-1})}{2} \frac{(f_{KJ_i}^i - f_{KJ_{i-1}}^{i-1})}{\Delta T_{i-1/2}} \quad (3.71)$$

Dans ces équations, le flux convectif est choisi comme une fonction explicite de la température, de la pression, de la longueur de mélange ℓ , et du gradient logarithmique de la température par rapport à la pression défini comme

$$\nabla = \frac{P}{T} \frac{dT}{dP} = \frac{P_d + P_{d-1}}{P_d - P_{d-1}} \frac{T_d - T_{d-1}}{T_d + T_{d-1}} \quad (3.72)$$

Cette définition du gradient montre clairement que ∇ est aussi une fonction explicite de T et de P , et que H_{conv} peut être exprimé uniquement en fonction de T , P , et ℓ . Cependant, il est préférable de conserver ∇ comme une variable indépendante car le flux convectif est extrêmement sensible à de faibles variations de ∇ , et qu'un léger changement de température et/ou de pression engendre une variation importante du gradient, et par le fait même, du flux convectif. Ces variations potentielles sont particulièrement difficiles à contrôler numériquement à l'aide de la méthode de linéarisation complète.

Les équations de structure atmosphérique sont maintenant toutes exprimées en terme de δJ , δT , et δP et peuvent maintenant être résolues. La méthode de solution décrite par Grenfell (1972) utilise la technique de Feautrier dans laquelle les équations de structure sont solutionnées couche par couche. Les matrices impliquées dans cette méthode sont dimensionnées au nombre de fréquences considéré. Ce traitement a donc le désavantage d'être limité d'une façon pratique à un petit nombre de fréquences. Dans le cas où l'on veut tenir compte de l'opacité des raies d'hydrogène, ce nombre de fréquences peut devenir relativement grand, et la méthode de Feautrier devient alors techniquement impraticable.

Pour remédier à ce problème, nous utiliserons plutôt une autre méthode que l'on doit à Rybicki (1971), dans laquelle les équations sont solutionnées fréquence par fréquence. La limitation critique est dans ce cas le nombre de couches du modèle. Ainsi dans le cadre de la méthode de Rybicki, les équations du transfert radiatif 3.51, 3.58, et 3.60 peuvent se réécrire pour chaque fréquence sous la forme matricielle suivante

$$T_i \delta J_i + U_i \delta P + V_i \delta T = K_i \quad , \quad (3.73)$$

les équations d'équilibre hydrostatique 3.62 et 3.65 comme

$$C \delta P + D \delta T = M \quad , \quad (3.74)$$

et les équations de conservation du flux 3.67 ou 3.70 comme

$$\sum_{\nu} W_{\nu} \delta J_{\nu} + A \delta P + B \delta T = L \quad . \quad (3.75)$$

Les coefficients explicites de chacune de ces matrices sont donnés en Appendice B. Comme J_{ν} n'est pas une quantité fondamentale dans la structure thermodynamique, nous avons avantage à éliminer δJ_{ν} des équations précédentes afin de réduire le système d'équations. En isolant δJ_{ν} dans l'équation 3.73 et en substituant dans l'équation 3.75, nous obtenons

$$(A-P') \delta P + (B-Q') \delta T = L-F' \quad (3.76)$$

où

$$P' = \sum_{\nu} W_{\nu} T_{\nu}^{-1} U_{\nu} \quad (3.77)$$

$$Q' = \sum_{\nu} W_{\nu} T_{\nu}^{-1} V_{\nu} \quad (3.78)$$

$$F' = \sum_{\nu} W_{\nu} T_{\nu}^{-1} K_{\nu} \quad . \quad (3.79)$$

L'équation 3.76 peut aussi se réécrire en définissant $P=A-P'$, $Q=B-Q'$, et $F=L-F'$ comme

$$P \delta P + Q \delta T = F \quad . \quad (3.80)$$

Il ne nous reste donc de cette façon que deux équations matricielles qui s'écrivent de manière compacte

$$\begin{bmatrix} P & Q \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta P \\ \delta T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ M \end{bmatrix} . \quad (3.81)$$

Ce dernier système est ensuite résolu pour δP et δT par diagonalisation de la matrice carrée. La procédure de calcul pour construire ces matrices et pour converger la solution sera décrite en détail à la section §3.5.

3.4 Traitement de la convection

Le flux convectif et ses dérivées utilisés dans les équations linéarisées décrites dans la section précédente, doivent être évalués à la couche $d^{-\frac{1}{2}}$. Le flux convectif se calcule par

$$H_{\text{conv}}(d^{-\frac{1}{2}}) = \frac{b C_p \rho}{4\pi} \frac{T \ell^2}{H} \left(\frac{agQ}{H} \right)^{\frac{1}{2}} (\nabla - \nabla')^{\frac{3}{2}} \quad (3.82)$$

où C_p est la chaleur spécifique à pression constante, ρ est la densité, ℓ est la longueur de mélange, g est la gravité, H est la hauteur caractéristique de pression, a et b sont des constantes qui dépendent de la paramétrisation de la théorie de la convection (voir Tableau III), ∇' est le gradient logarithmique de pression-température à l'intérieur de

Tableau IIIParamètres de la théorie de la longueur de mélange

Paramétrisation ¹	a	b	c	l/H
ML1	1/8	1/2	24	1
ML2	1	2	16	1
ML3	1	2	16	2

1) Selon la nomenclature proposée par Fontaine, Villeneuve, et Wilson (1981).

la cellule convective, et Q est défini comme

$$Q = 1 - \left(\frac{d \ln \mu}{d \ln T} \right)_P = \frac{C_P \nabla_{\text{ad}} \rho T}{P} \quad (3.83)$$

où μ et ∇_{ad} sont respectivement le poids moléculaire moyen et le gradient adiabatique définis par

$$\mu = \frac{\rho}{N_{\text{total}} m_H} \quad (3.84)$$

et

$$\nabla_{\text{ad}} = - \frac{P}{\rho^2 C_P} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P \quad (3.85)$$

C_P et H sont calculés par

$$C_P = \left(\frac{\partial E}{\partial T} \right)_P - \frac{P}{\rho^2} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P \quad (3.86)$$

et

$$H = \frac{P}{\rho g} \quad (3.87)$$

E représente l'énergie totale des particules par unité de masse et se calcule par

$$E = \frac{3}{2} \frac{N_{\text{total}} kT}{\rho} + \sum_v \frac{N_i [E_i + (d \ln U_i / d \ln T) kT]}{\rho} \quad (3.88)$$

où N_i , E_i et U_i représentent respectivement la densité en nombre,

l'énergie de l'état fondamental (mesuré à partir d'un même point zéro pour chaque espèce), et la fonction de partition de chaque état d'ionisation d'une espèce donnée. Le terme $[d \ln U_i / d \ln T] kT$ devient donc l'énergie interne associée à chacun de ces états, où U_i est la fonction de partition. Dans les équations 3.85 et 3.86, $(\partial \rho / \partial T)_p$ est calculé analytiquement, alors que $(\partial E / \partial T)_p$ est évalué en effectuant la dérivée numérique à $(1.001T, P)$ et $(0.999T, P)$.

Les différentes quantités utilisées dans l'équation 3.82 doivent être évaluées à toutes les demi-couches. Elles sont donc tout d'abord calculées à chaque couche, et ensuite évaluées aux demi-couches en effectuant la moyenne centrée. Cependant, $\bar{\nabla}$ est évalué directement à la demi-couche

$$\bar{\nabla} = \bar{\nabla}_{d-1/2} = \frac{P_d + P_{d-1}}{P_d - P_{d-1}} \frac{T_d - T_{d-1}}{T_d + T_{d-1}} \quad (3.89)$$

Enfin, $\bar{\nabla} - \bar{\nabla}'$ est calculé par

$$(\bar{\nabla} - \bar{\nabla}')^{1/2} = \frac{B}{2} + \left[\frac{B^2}{4} + \bar{\nabla} - \bar{\nabla}_{ad} \right]^{1/2} \quad (3.90)$$

où

$$B = \frac{\bar{\nabla}' - \bar{\nabla}_{ad}}{(\bar{\nabla} - \bar{\nabla}')^{1/2}} = \frac{\sigma T_d^3 d}{\rho \ell T_e C_p} \left(\frac{H}{agQ} \right)^{1/2} \quad (3.91)$$

Dans cette définition de B, c est un autre paramètre de la théorie de la convection (Tableau III), et d est défini

$$d = \frac{8\tau_e}{1 + \frac{8\tau_e}{c}} \quad (3.92)$$

où τ_e est la profondeur optique d'une cellule convective définie comme

$$\tau_e = \chi \ell \rho \quad (3.93)$$

Les équations 3.91 à 3.93 tiennent compte du fait qu'à faible profondeur optique, la cellule convective peut irradier vers la surface de l'étoile.

Les dérivées partielles du flux convectif par rapport à la température et à la pression de l'équation 3.70 sont évaluées numériquement en calculant H_{conv} à (P,T) , $(1.015P,T)$, et $(P,1.001T)$. La dérivée par rapport à ∇ se calcule analytiquement par

$$\left(\frac{\partial H_{\text{conv}}}{\partial \nabla} \right)_{d^{-\frac{1}{2}}} = \frac{3}{2} \frac{H_{\text{conv}}(d^{-\frac{1}{2}})}{\nabla - \nabla'} \quad (3.94)$$

Cette dernière dérivée est le terme dominant dans la procédure de correction.

3.5 Procédure de calcul

Un modèle gris de départ est d'abord construit avec la méthode d'intégration décrite par Fontaine (1973) à une température effective, une gravité, et une composition chimique données. Dans cette méthode, la présence de zones convectives est traitée dans le cadre de la théorie de la longueur de mélange, mais le transfert radiatif n'est pas considéré.

Pour assurer une meilleure compatibilité avec le programme non-gris, et augmenter les propriétés de convergence, ce modèle gris de départ est tout d'abord itéré dans une version grise des équations de la section §3.3. Cette version grise est directement obtenue en remplaçant dans toutes les équations l'opacité monochromatique par l'opacité moyenne de Rosseland, et en posant $Z_1=1$ et $\tau_1=\tau_d$. Les équations obtenues de cette façon sont similaires à celles utilisées par Kapranidis (1982). Le modèle gris de départ ainsi itéré est alors introduit dans le programme non-gris.

La première étape consiste à évaluer à chaque couche ∇ et ∇_{ad} , et d'utiliser le critère de Schwarzschild pour déterminer si une couche est stable ($\nabla_{\text{ad}} > \nabla$) ou instable ($\nabla_{\text{ad}} < \nabla$) par rapport à la convection. Dans le cas où la zone est convective, le flux convectif et ses dérivées sont alors calculés aux demi-couches. Les matrices P' , Q' , et F' sont ensuite construites en sommant les contributions fréquence par fréquence. Pour chacune de ces fréquences, l'équation de transfert doit être résolue à partir de la structure thermodynamique initiale afin d'obtenir les facteurs d'Eddington et l'intensité moyenne (section §3.2). A la dernière fréquence, les autres matrices P , Q , C , et D sont complétées, et le système matriciel 3.81 est alors solutionné pour δP et δT . La pression et la température sont alors corrigées par $P=P^0+\delta P$ et $T=T^0+\delta T$ dans les couches radiatives. Dans une zone convective, la procédure proposée par Grenfell (1972) est la suivante: i) à partir de la structure initiale, on calcule

$$\begin{aligned} \delta \nabla = & \nabla \frac{(\delta P_d + \delta P_{d-1})}{(P_d + P_{d-1})} - \nabla \frac{(\delta P_d - \delta P_{d-1})}{(P_d - P_{d-1})} \\ & + \nabla \frac{(\delta T_d - \delta T_{d-1})}{(T_d - T_{d-1})} - \nabla \frac{(\delta T_d + \delta T_{d-1})}{(T_d + T_{d-1})} , \end{aligned} \quad (3.95)$$

et on corrige $\nabla = \nabla^0 + \delta \nabla$; ii) on corrige *ensuite* $P = P^0 + \delta P$; et iii) on obtient T_d de la définition de ∇

$$T_d = T_{d-1} \left[\frac{P_d + P_{d-1} + \nabla (P_d - P_{d-1})}{P_d + P_{d-1} - \nabla (P_d - P_{d-1})} \right] . \quad (3.96)$$

Cette procédure assure qu'à chaque itération le flux convectif aura la bonne valeur de $\nabla - \nabla'$, et augmente la rapidité et la stabilité de la procédure de correction. Une fois la température et la pression corrigées, les populations sont recalculées à l'aide de l'équation d'état. De même, l'opacité moyenne de Rosseland et ses dérivées sont recalculées et toute la procédure est reprise du début. Les modèles sont convergés jusqu'à ce que $\delta T/T \leq 10^{-3}$ et $\delta P/P \leq 10^{-2}$. La conservation du flux obtenue est de l'ordre de $\Delta H/H \sim 10^{-3}$.

Pendant la convergence du modèle, le haut de la zone de convection se déplace vers la surface. Ce phénomène est typiquement représentatif des modèles où l'on traite le transfert radiatif. Tant que le haut de la zone convective continue à migrer vers la surface, de fortes instabilités numériques se développent. Ces instabilités, et les façons de

les contrôler, sont des problèmes classiques bien connus (Gustafsson 1971, Grenfell 1972, Shipman 1977, Koester 1980, Kapranidis 1982), et sont reliés au changement de procédure de correction quand une couche radiative devient convective. La façon dont ces instabilités ont été contrôlées dans notre cas est la suivante: i) dans la version grise linéarisée du modèle d'atmosphère, les corrections δT et δP sont divisées par un facteur 10 pendant quelques itérations, jusqu'à ce que le haut de la zone convective cesse de se déplacer; ii) le modèle gris ainsi obtenu est ensuite convergé avec le programme non-gris sans instabilités supplémentaires.

3.6 Calcul de la grille de modèles

La grille de modèles d'atmosphères, utilisée pour cette étude des propriétés atmosphériques des naines blanches froides, couvre un intervalle en température effective de $T_e = 5000$ (500) 12000K, en gravité de surface de $\log g = 7.5$ (0.5) 8.5, et en abondance d'hélium de $\text{He}/\text{H} = 0, 10^{-2}, 10^{-1}, 1, 5, \text{ et } 10$. Les seuls éléments considérés sont l'hydrogène et l'hélium. La paramétrisation de la théorie de la longueur de mélange utilisée est ML1 (voir Fontaine, Villeneuve, et Wilson 1981). Nous étudierons toutefois l'influence de l'utilisation d'une théorie plus efficace, appelée ML3. Les sources d'opacité de type lié-libre incluses proviennent de H^- , H , He , He^+ , et les opacités de type libre-libre de H^- , H , He^+ , He^{++} , et He^- . De plus, on tient compte explicitement de l'opacité des raies de Lyman et de Balmer de l'hydrogène. Tous les modèles comportent 50 couches, et couvrent un intervalle de τ entre

10^{-6} et 10^2 . Autour de 180 points de fréquence sont considérés pour représenter adéquatement le continu et les raies d'hydrogène. Pour ce nombre de couches et de fréquences, il est impératif d'utiliser la méthode de solution de Rybicki.

Les Figures 9 à 11 montrent respectivement les stratifications en température, en opacité moyenne de Rosseland, et en pression dans les modèles purs en hydrogène, pour les trois gravités considérées, ainsi que les modèles avec $\text{He}/\text{H}=10$ et $\log g=8$.

La stratification en température est presque uniquement déterminée par la température effective du modèle, sauf en profondeur où le gradient de température est sensible au flux convectif, donc au degré d'ionisation de la matière. Cette ionisation en retour dépend de la densité d'électrons libres, qui elle même dépend de la gravité de surface. On peut remarquer aussi l'influence importante de l'inclusion de l'opacité des raies d'hydrogène sur la stratification en température. Un des effets principaux est de réduire la température au-dessus de $\tau \sim 10^{-3}$ dans les modèles les plus chauds ($T_g > 7500\text{K}$). Le minimum de la température correspond à la région où le coeur des raies importantes se forme. Même dans les modèles avec $\text{He}/\text{H}=10$, l'hydrogène est encore suffisamment abondant pour affecter la température de surface. À plus basse température, les raies d'hydrogène sont trop étroites pour affecter significativement le refroidissement des couches externes.

Figure 9 Stratification en température des modèles d'atmosphères.
Pour chaque panneau, les modèles illustrés ont des températures effectives (à partir du bas) de $T_e = 5000$ (1000) 12000K.

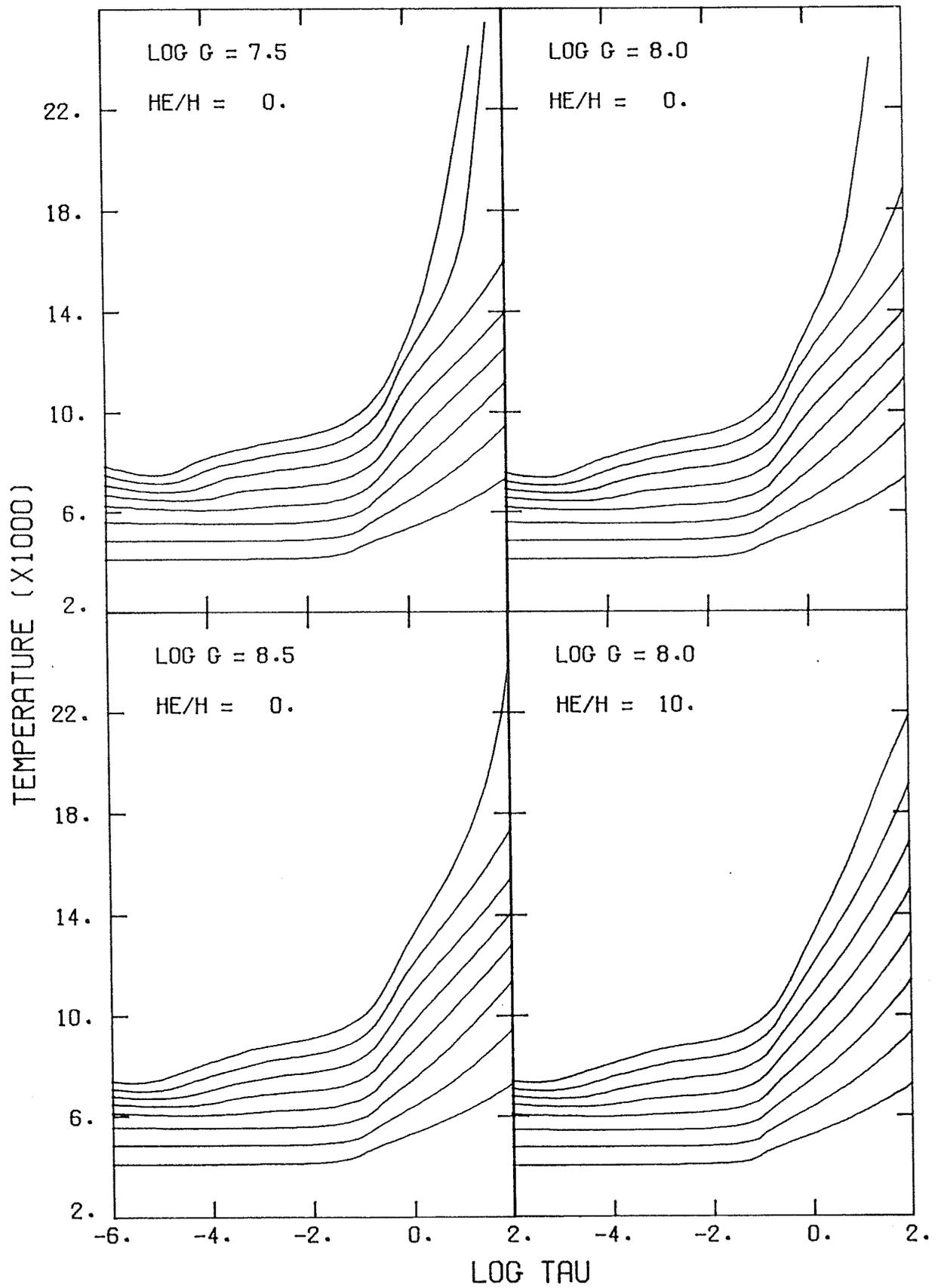


Figure 10 Stratification en opacité moyenne de Rosseland des modèles d'atmosphères. Pour chaque panneau, les modèles illustrés ont des températures effectives (à partir du bas) de $T_e = 5000$ (1000) 12000K.

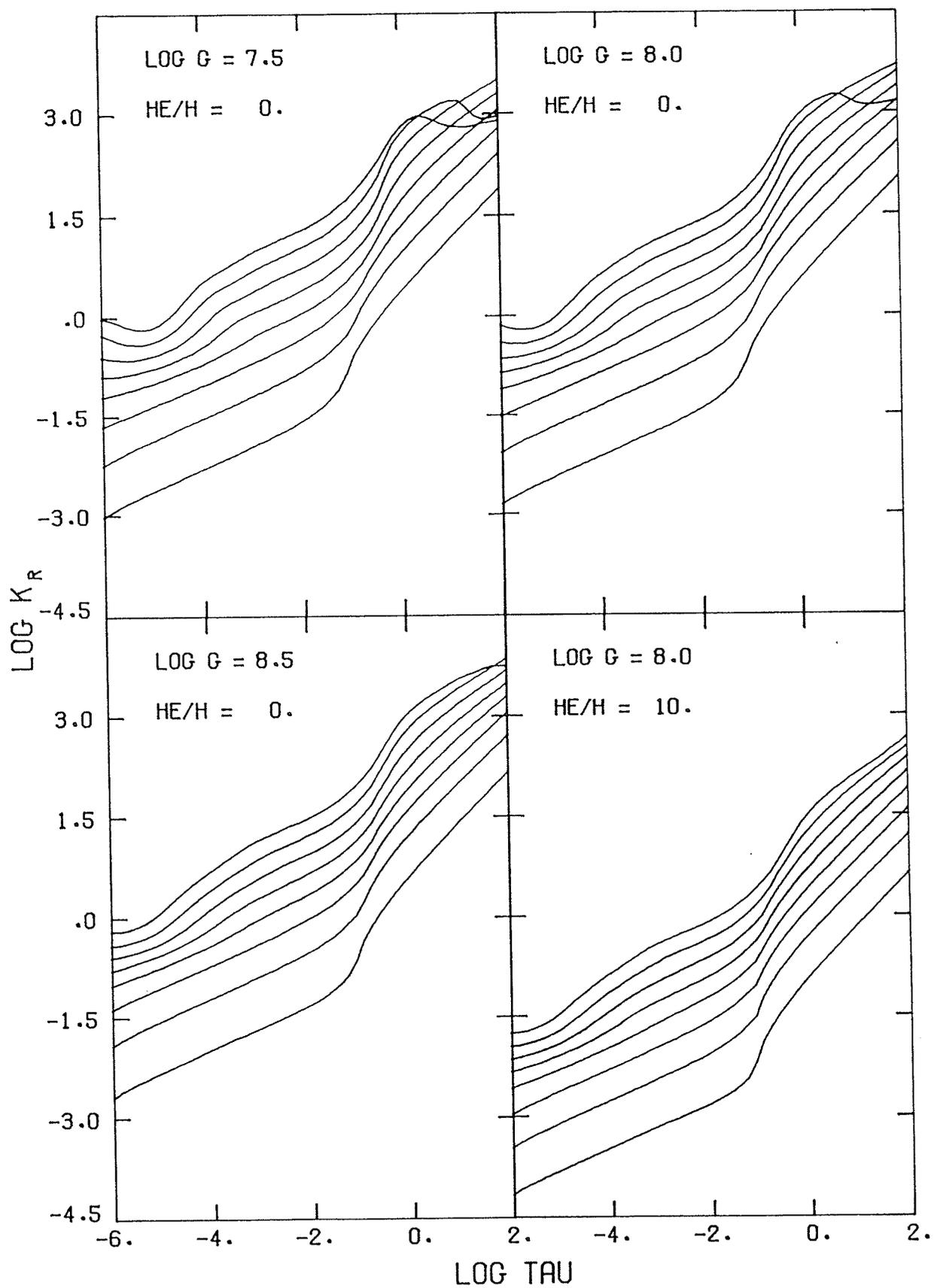
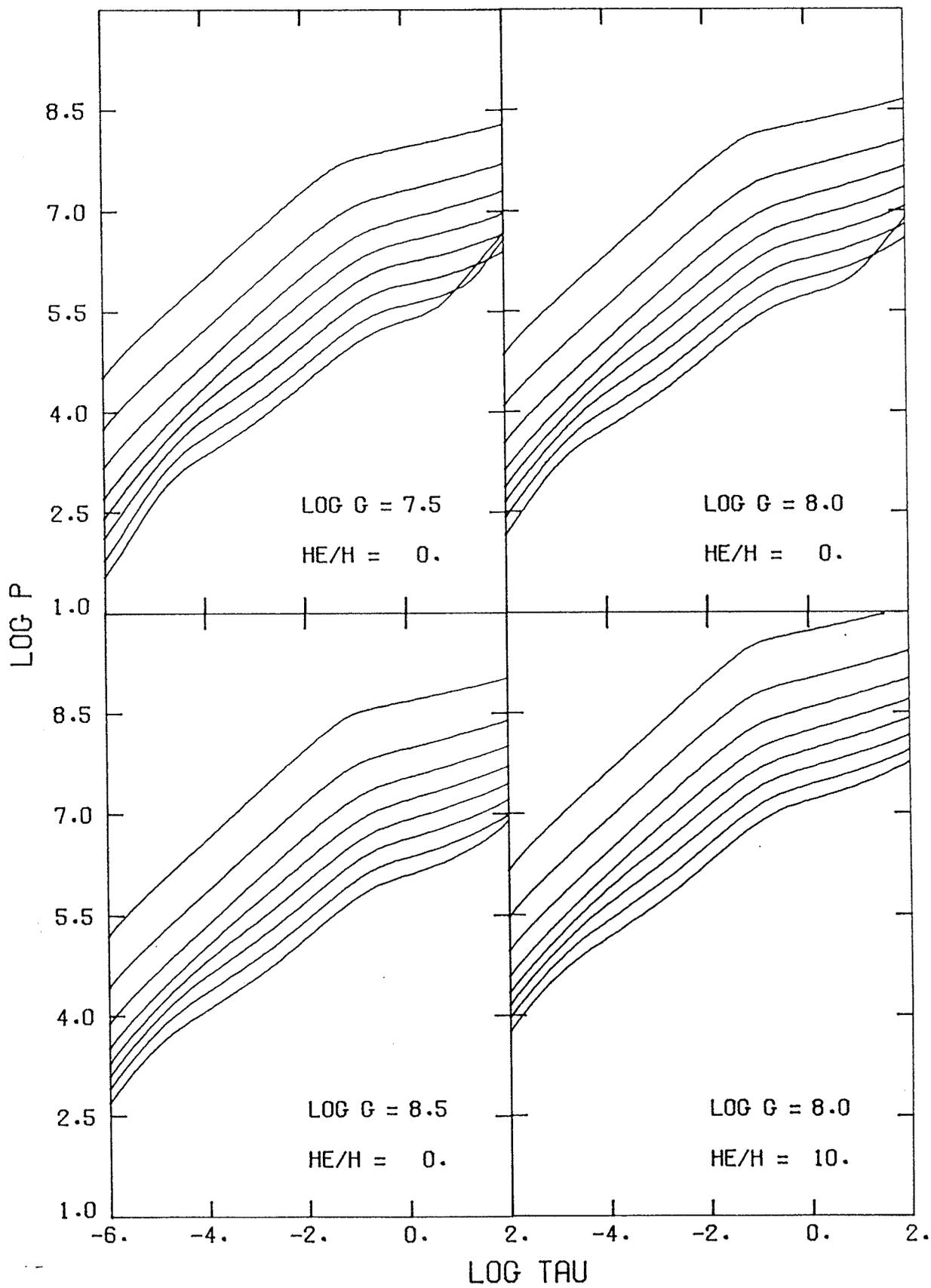


Figure 11 Stratification en pression des modèles d'atmosphères. Pour chaque panneau, les modèles illustrés ont des températures effectives (à partir du haut) de $T_{\text{e}} = 5000$ (1000) 12000K.

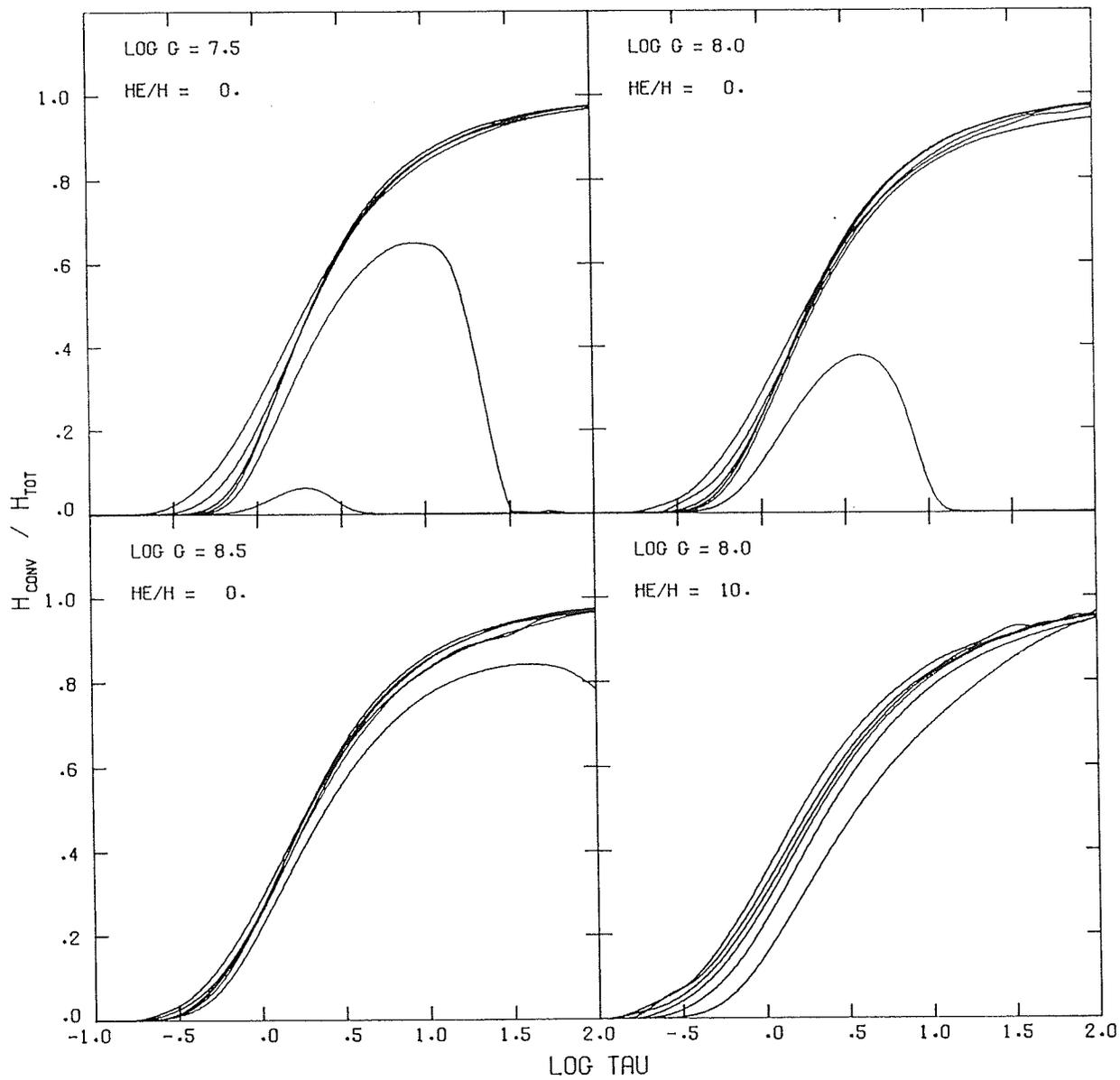


La stratification de l'opacité moyenne de Rosseland varie peu en fonction de la gravité de surface, mais dépend de façon importante de la composition chimique. Aux températures considérées, l'hélium est principalement dans l'état fondamental de l'hélium neutre et par conséquent, contribue très peu à l'opacité totale. Dans les modèles chauds et riches en hydrogène, on peut aussi voir la diminution abrupte de l'opacité quand l'hydrogène s'ionise.

Si les stratifications en température et en opacité sont relativement indépendantes de la gravité de surface, l'équation 3.11 nous indique que la pression doit varier proportionnellement à la gravité. Ce comportement de la pression est effectivement observé sur la Figure 11. On remarque aussi l'augmentation considérable de la pression dans le modèle riche en hélium, causée par la diminution de l'opacité. Enfin, on peut noter l'aplatissement du gradient de pression provoqué par les zones de convection. La transition du gradient radiatif en surface à un gradient convectif en profondeur se traduit graphiquement par le changement de pente, et se fait au point où le flux convectif devient important (voir Figure 11). On remarque que ce gradient redevient radiatif dans les modèles les plus chauds.

Enfin, la Figure 12 illustre la fraction du flux total transportée par convection en fonction de la profondeur. En général, cette fraction est indépendante de la température effective du modèle, car la convection devient adiabatique quand $T_e < 10000\text{K}$. Dans les modèles à faible gravité de surface, l'ionisation de l'hydrogène est plus élevée, et les modèles les plus chauds redeviennent radiatifs.

Figure 12 Fraction du flux total transportée par la convection, en fonction de la profondeur optique. Pour chaque panneau, les modèles illustrés ont des températures effectives (à partir du haut) de $T_e = 5000$ (1000) 12000K.



3.7 Comparaison avec d'autres modèles

La structure thermodynamique de certains de nos modèles peut maintenant être comparée avec celle des modèles de Shipman (1977 et communication privée). Ces modèles utilisent une paramétrisation de la théorie de la longueur de mélange intermédiaire entre ML1 et ML3 (les paramètres a et b sont ceux de ML1, alors que c provient de ML3), et tiennent aussi compte de l'opacité des raies d'hydrogène.

La comparaison de la stratification en température et en pression de nos modèles (traits en point-tirets) avec ceux de Shipman (traits pleins) est illustrée sur les Figures 13 et 14. L'effet de l'opacité des raies d'hydrogène sur la stratification thermodynamique est aussi illustré à l'aide d'un autre ensemble de modèles calculés en négligeant l'opacité des raies d'hydrogène (traits en tirets). Compte tenu des différences dues au traitement légèrement différent de la théorie de la longueur de mélange, l'accord en profondeur entre les différentes séries de modèles est remarquable. En surface cependant, les modèles de Shipman ressemblent davantage à nos modèles, mais en négligeant l'opacité des raies d'hydrogène. Cette différence est probablement reliée, dans les modèles de Shipman, à un échantillonnage insuffisant du nombre de points utilisé pour décrire le profil de chaque raie. L'importance de l'opacité des raies d'hydrogène dans la construction de nos modèles est clairement illustrée; dans les modèles à 10000K où les raies d'hydrogène sont importantes, la température de surface est diminuée d'environ 1000K.

Figure 13 Comparaison de la stratification en température des modèles de Shipman (traits pleins), avec celle de nos modèles d'atmosphères (traits en point-tirets). Ces deux premiers ensembles de modèles tiennent compte de l'opacité des raies d'hydrogène. La stratification de nos modèles calculés en omettant l'opacité des raies d'hydrogène est aussi illustrée (traits en tirets).

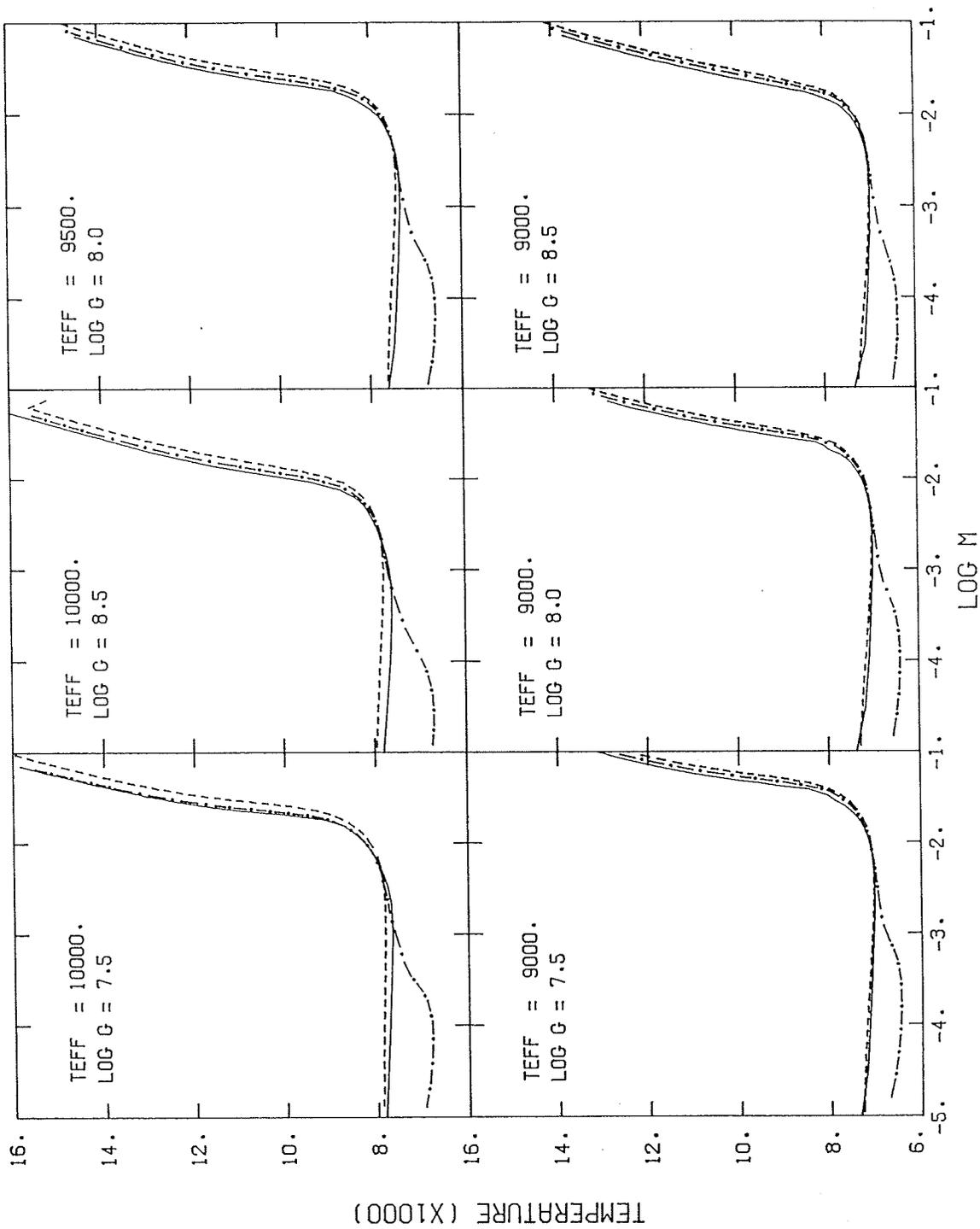
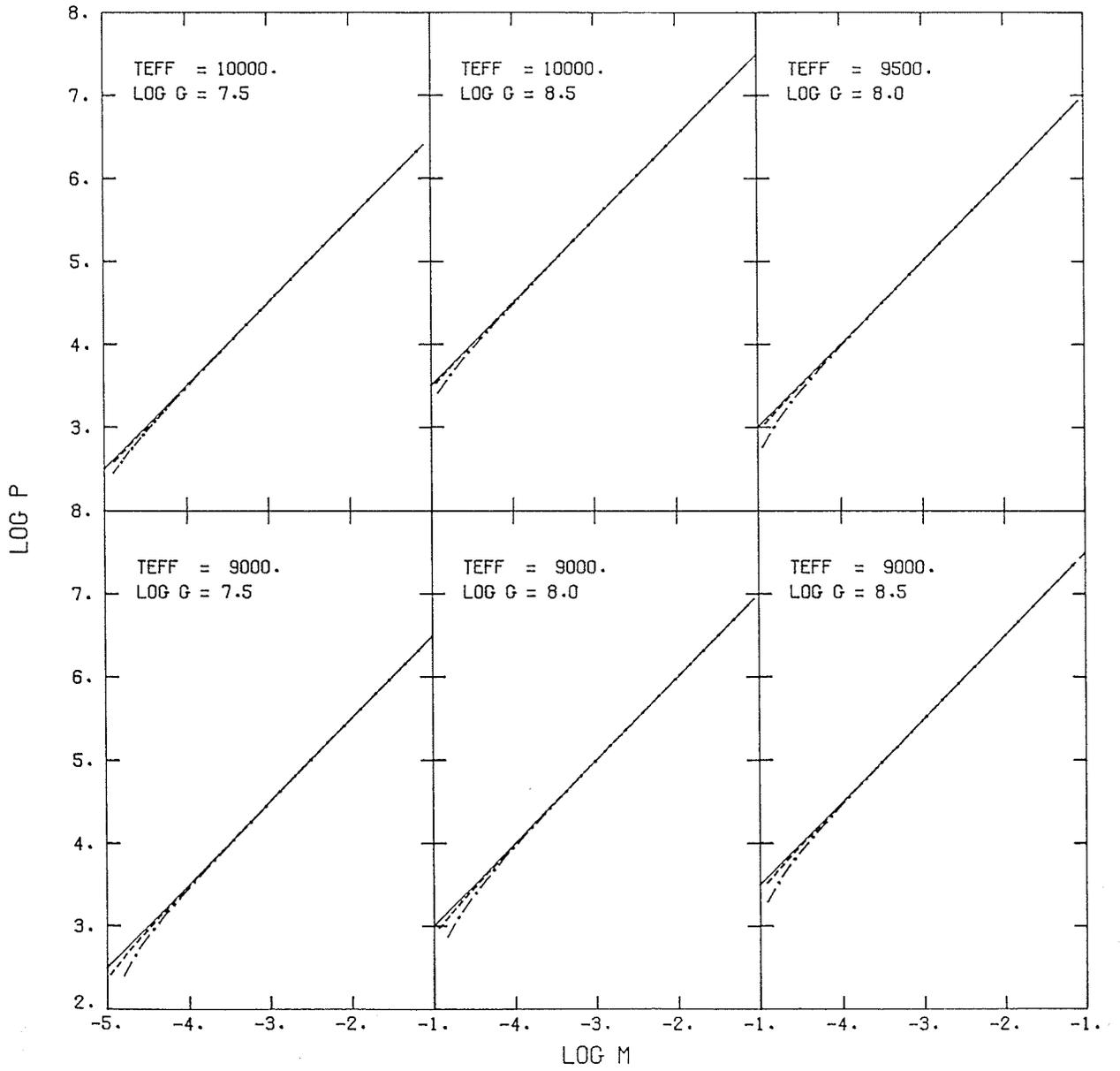


Figure 14 Comparaison de la stratification en pression des modèles décrits dans la légende de la Figure 13.



3.8 Evaluation des effets non-idéaux

Afin d'estimer les effets non-idéaux de l'équation d'état, nous avons construit une autre grille de modèles d'atmosphères en utilisant l'équation d'état de Fontaine, Graboske, et Van Horn (1977; FGVH ci-après). Cette équation d'état tient compte explicitement des effets non-idéaux reliés à la dégénérescence des électrons, aux interactions coulombiennes, aux interactions de fluides (interactions attractives et répulsives entre particules neutres), et aux perturbations des niveaux électroniques. Les différentes quantités thermodynamiques telles que la pression (ou la densité), la chaleur spécifique, et le gradient adiabatique sont interpolés dans des tables, en fonction de la température et de la densité (ou de la pression).

Toutefois, l'équation d'état de FGVH ne fournit pas les populations des niveaux atomiques nécessaires au calcul de l'opacité. Il faut alors recourir à nouveau à l'équation d'état d'un gaz parfait pour calculer l'opacité à une température et une pression données. Cette approximation est inévitable dans ce genre de calcul. Par exemple, le calcul de modèles d'enveloppes de Fontaine et Van Horn (1976) utilise l'équation d'état de FGVH, et les opacités de Cox et Stewart (1969). Pour calculer ces opacités, Cox et Stewart ont utilisé une équation d'état différentes de celles de FGVH. Cette inconsistance interne ne peut être contournée à défaut d'une équation d'état qui traite de façon explicite les populations de chaque niveau atomique. Quoiqu'une telle équation d'état ait récemment été développée (voir Chapitre 5), pour des raisons qui deviendront évidentes dans les prochains chapitres, nous préférons en

rester à l'équation d'état d'un gaz parfait pour calculer l'opacité. Finalement, comme les effets non-idéaux sont plus importants dans les atmosphères froides, nous restreindrons le reste de cette discussion aux modèles les plus froids de notre grille. Pour ces modèles en particulier, il est parfaitement justifié d'utiliser l'approximation grise du transfert radiatif, en négligeant aussi l'opacité des raies d'hydrogène.

La stratification en température et en pression des modèles d'atmosphères calculés sous ces approximations est illustrée sur les Figures 15 et 16 pour les modèles riches en hydrogène, et avec $\text{He}/\text{H}=10$ (traits en tirets). Par comparaison, nous montrons aussi les modèles gris calculés avec l'équation d'état d'un gaz parfait (traits pleins), et aussi les modèles complets décrits dans les sections précédentes de ce chapitre (traits en point-tirets). Tout d'abord, ces figures montrent que l'approximation grise est relativement bien justifiée à ces températures effectives. De plus, elle montrent que l'équation d'état de FGVH ne modifie pas de façon substantielle les stratifications des modèles riches en hélium. Par contre, celles des modèles riches en hydrogène les plus froids sont fortement affectées; les effets disparaissent autour de $T_e \sim 6500\text{K}$. Un examen des Figures 4(a) et 4(b) de FGVH révèle que les effets non-idéaux à ces températures sont plus importants pour un plasma d'hydrogène que pour un plasma d'hélium *dans les conditions de basse densité* ($\log \rho < -3$). A plus haute densité, les effets non-idéaux de l'hélium deviennent beaucoup plus importants. Cependant, la présence constante de traces d'hydrogène dans nos modèles fournit l'opacité nécessaire pour empêcher le développement de densités atmosphériques trop élevées pour que les effets sur l'hélium soient importants. Ainsi,

Figure 15 Comparaison de la stratification en température et en pression des modèles d'atmosphères purs en hydrogène non-gris (traits en point-tirets), des modèles d'atmosphères gris calculés avec l'équation d'état d'un gaz parfait (traits pleins), et des modèles d'atmosphères gris calculés avec l'équation d'état de Fontaine, Graboske, et Van Horn (traits en tirets).

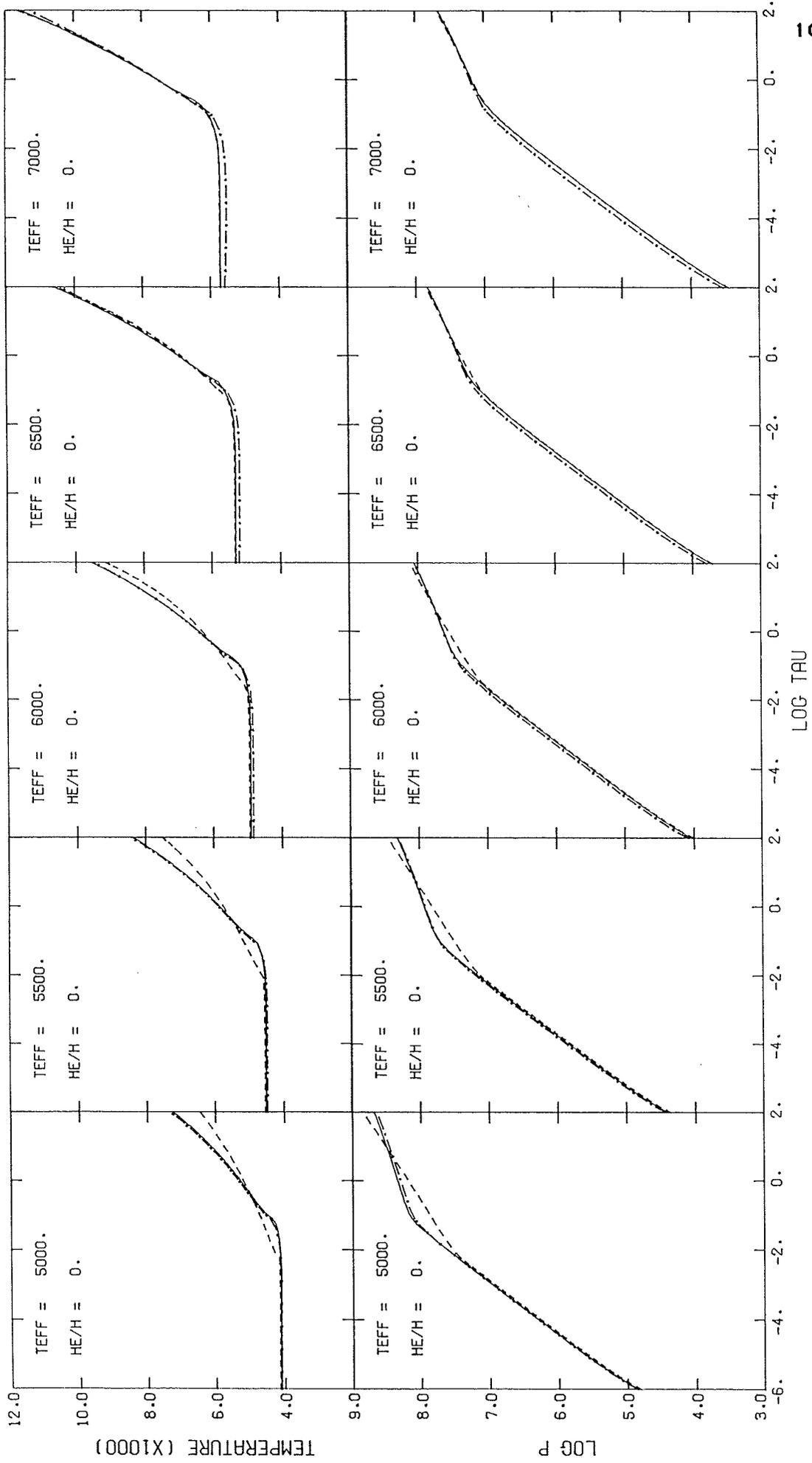
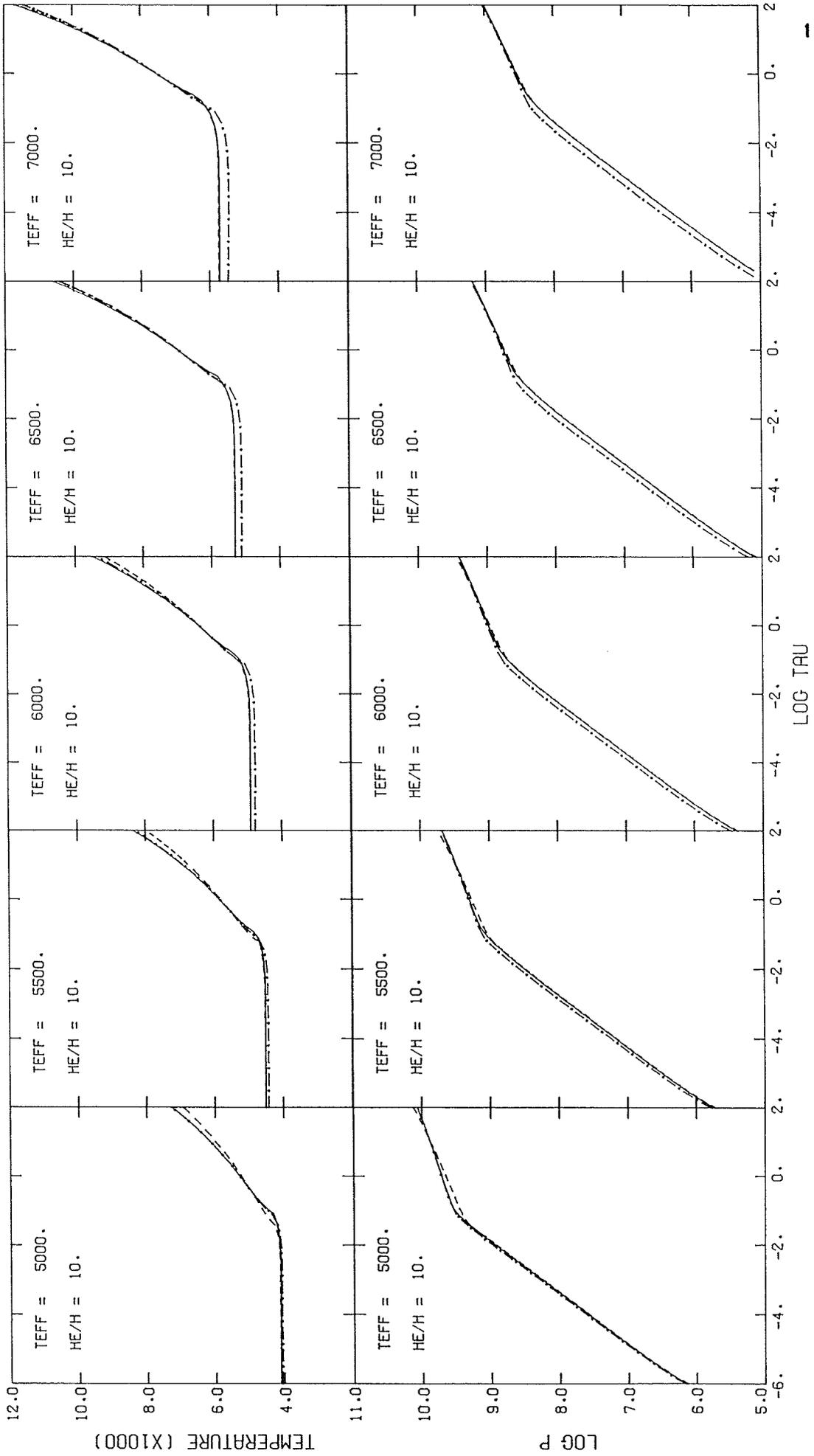


Figure 16 Comparaison similaire à celle de la Figure 15 mais pour les modèles d'atmosphères avec $\text{He}/\text{H}=10$.



nos modèles riches en hélium se comportent davantage comme un gaz parfait que ceux riches en hydrogène. Nous explorerons les différences spectroscopiques de ces modèles à la section §5.6.

CHAPITRE 4

Processus d'élargissement des raies d'hydrogène

4.1 Principes généraux

La détermination des paramètres atmosphériques des naines blanches froides nécessite de reproduire en détail le flux émergeant observé de ces objets. Afin de modéliser ce flux émergeant, nous utiliserons la technique des spectres synthétiques. Cette technique consiste à utiliser la stratification thermodynamique spécifiée par les modèles d'atmosphères, et solutionner à nouveau l'équation du transfert radiatif afin d'obtenir le flux monochromatique à la surface de l'étoile. Bien que ce flux soit déjà obtenu simultanément de la solution du modèle d'atmosphère, le nombre restreint de points de fréquence utilisés dans le calcul du modèle ne permet pas de reproduire avec suffisamment de précision le profil des raies synthétiques. De plus, dans les modèles d'atmosphères, le traitement de l'élargissement des raies n'est que très approximatif et ne peut donc être utilisé pour effectuer une comparaison détaillée avec les observations. La technique des spectres synthétiques consiste donc à recalculer dans un programme indépendant le flux émergeant à plusieurs fréquences, en incluant dans le calcul de l'opacité monochromatique les processus détaillés d'élargissement des raies spectrales. Il est supposé implicitement que cette physique additionnelle ne modifie pas

substantiellement la structure thermodynamique du modèle d'atmosphère.

En ETL, l'opacité monochromatique peut s'écrire

$$X_{\nu} = \left[\sum_i \sum_{j>i} N_i \alpha_{ij}(\nu) + \sum_i N_i \alpha_{ik}(\nu) + \sum_k N_e N_k \alpha_{kk}(\nu, T) \right] (1 - e^{-h\nu/kT}) + N_e \sigma_e \quad (4.1)$$

où N_i est la population du niveau i de l'atome, N_e est la densité d'électrons, et N_k est la densité de particules contribuant à l'opacité de type lié-lié (protons, He^{++} , etc.). Les coefficients d'absorptions pour les transitions de types lié-lié, lié-libre, et libre-libre sont respectivement représentés par $\alpha_{ij}(\nu)$, $\alpha_{ik}(\nu)$, et $\alpha_{kk}(\nu, T)$. Le facteur $(1 - e^{-h\nu/kT})$ représente le facteur d'émission induite, alors que le dernier terme de l'équation tient compte de la diffusion du rayonnement par les électrons.

Dans l'équation 4.1, les différentes populations des niveaux liés et non-liés pour chaque espèce sont recalculées en ETL à l'intérieur du programme de spectres synthétiques à l'aide des équations de Saha et de Boltzmann aux températures et pressions gazeuses fournies par le modèle d'atmosphère. Les équations de Saha et de Boltzmann peuvent toutefois être modifiées pour tenir compte de la coupure de la fonction de partition (§5.2). Les expressions pour les coefficients d'absorption de type lié-libre et libre-libre sont données d'une façon standard par exemple dans Mihalas (1978).

La stratification thermodynamique de l'atmosphère influence davantage le profil des raies que le spectre continu. L'analyse de ces raies par la technique des spectres synthétiques constitue ainsi un outil fondamental pour sonder les conditions atmosphériques. L'élargissement d'une raie spectrale peut être causé par plusieurs processus physiques. Dans cette étude des propriétés spectroscopiques des naines blanches froides, nous tiendrons compte explicitement de trois de ces processus : l'élargissement naturel, thermique, et par collision.

4.2 Élargissement naturel

Le premier type d'élargissement considéré constitue l'élargissement atomique naturel. Cet élargissement peut être associé d'une façon intuitive au principe d'Heisenberg ($\Delta E \Delta t \geq \frac{h}{2\pi}$), selon lequel l'énergie d'un niveau électronique ne peut être déterminée que dans un intervalle fini ΔE . Ce type d'élargissement constitue donc l'élargissement *minimum* associé à une raie. Le profil de raie associé à l'élargissement naturel peut être décrit (Mihalas 1978, pp. 274-278) par un profil de Lorentz,

$$\alpha_{ij}(\nu) = \left[\frac{\pi e^2}{mc} \right] f_{ij} \frac{\left(\frac{\Gamma_{ij}}{4\pi^2} \right)}{(\nu - \nu_0)^2 + \left(\frac{\Gamma_{ij}}{4\pi} \right)^2} \quad (4.2)$$

où ν_0 et f_{ij} représentent respectivement la fréquence centrale et la force d'oscillateur de la transition. Dans le cas spécifique des raies d'hydrogène, la force d'oscillateur peut être obtenue soit des tables de Wiese, Smith, et Glennon (1966), ou d'expressions analytiques (par exemple Bethe et Salpeter 1955). Le profil exprimé par l'équation 4.2 est

normalisé tel que

$$\int_0^{\infty} \alpha_{IJ}(\nu) d\nu = \left(\frac{\pi e^2}{mc} \right) f_{IJ} . \quad (4.3)$$

La constante d'amortissement Γ_{IJ} de la transition représente la largeur à demi-hauteur du profil de la raie, et peut se calculer en fonction des coefficients d'Einstein A_{IJ} , B_{IJ} , et B_{JI} . Ainsi, Γ_{IJ} s'exprime comme la somme des Γ associés à chaque niveau i et j

$$\Gamma_{IJ} = \Gamma_i + \Gamma_j \quad (4.4)$$

où

$$\Gamma_i = \sum_{k < i} A_{ik} + \sum_{k < i} I_{\nu} B_{ik} + \sum_{j > i} I_{\nu} B_{ij} . \quad (4.5)$$

Dans la plupart des situations astrophysiques où le champ de radiation I_{ν} est relativement faible, on néglige habituellement les deux derniers termes de l'équation 4.5.

L'élargissement naturel prédit dans le cas des naines blanches, un élargissement beaucoup plus faible que celui observé. Dans les conditions atmosphériques rencontrées dans ces étoiles à haute densité, l'interaction collisionnelle d'un atome avec les autres atomes résulte en un élargissement beaucoup plus important : l'élargissement par pression.

4.3 L'élargissement par pression

Dans tous les formalismes d'élargissement par pression (classiques, semi-classiques, quantiques), l'élargissement est produit lorsque l'énergie d'un niveau atomique est perturbée par le passage d'une particule ou d'un ensemble de particules (atomes, électrons, molécules, etc.). Dans les atmosphères de naines blanches froides, l'atome d'hydrogène est sujet à trois types de perturbations: *i*) lorsque le perturbateur est une particule chargée, l'élargissement des raies spectrales est décrit par un profil *Stark linéaire*¹ (§4.7), *ii*) lorsque le perturbateur est neutre et de même nature que l'atome perturbé (l'atome neutre d'hydrogène dans ce cas-ci), l'interaction se fait par *résonance* (§4.4), et finalement *iii*) lorsque le perturbateur est neutre mais de nature différente de l'atome perturbé (l'atome neutre de l'hélium dans ce cas-ci), l'interaction est du type *van der Waals* (§4.5).

On suppose tout d'abord que la perturbation du niveau d'énergie est proportionnelle à la distance R entre l'atome perturbé et le perturbateur. Ainsi l'électron d'un niveau d'énergie supérieure sera davantage affecté par le passage de la particule que l'électron du niveau inférieur. On suppose aussi que le décalage en fréquence angulaire $\Delta\omega$ provoqué par la perturbation peut être décrit par une interaction du type

$$\Delta\omega = \frac{C}{R^p} \quad (4.6)$$

1. Dans le cas des atomes autres que l'atome d'hydrogène, l'élargissement Stark est quadratique avec une constante d'interaction $p=4$ (voir formule 4.6).

où C_p représente la constante d'interaction, et l'indice p indique le type d'interaction. Le Tableau IV résume les différents types d'interaction décrits précédemment, ainsi que leurs dépendances en fonction de l'indice p .

Pour aller plus loin dans cette description des processus d'élargissement, il est nécessaire de distinguer entre deux approches différentes. La première approche consiste à considérer la perturbation provoquée par le passage d'une seule particule: c'est la théorie d'impact. Pour qu'elle soit valide, il faut que la durée de l'interaction entre les deux particules soit beaucoup plus courte que le temps entre deux collisions successives (voir aussi §4.6). Dans le cas contraire, il faut tenir compte simultanément de l'ensemble des particules perturbatrices et recourir à des méthodes statistiques: c'est la théorie des champs quasi-statiques. Cette dernière est surtout importante pour décrire l'élargissement Stark par les protons. Nous reportons donc la discussion de ces champs quasi-statiques à la section §4.7, et concentrons notre attention sur les théories d'impact.

Parmi les premiers travaux sur le sujet, Lorentz (1906) a considéré un atome dont le train d'onde émis subit un changement de phase provoqué par la collision avec la particule perturbatrice. L'élargissement déduit de ce principe peut être exprimé par une opacité de la forme

$$\alpha_p(\nu) = \left(\frac{\pi e^2}{mc} \right) f_{IJ} \frac{\left(\frac{\Gamma_p}{4\pi} \right)}{(\nu - \nu_0)^2 + \left(\frac{\Gamma_p}{4\pi} \right)^2} \quad (4.7)$$

où Γ_p est la largeur à demi-hauteur de la raie. A chaque interaction de

Tableau IVTypes d'interaction de l'élargissement par pression des raies d'hydrogène

Type	p	Perturbateurs
Stark linéaire	2	Protons et électrons
Résonance	3	Atomes neutres d'hydrogène
Van der Waals	6	Atomes neutres d'hélium

type p est associé un Γ_p différent qu'il reste à définir. Il est aussi intéressant de remarquer que le profil d'élargissement naturel est décrit par le même type de profil avec $\Gamma_p = \Gamma_{nat}$.

Le profil global de la raie est obtenu d'une convolution des différents profils associés à chaque processus considéré. Une des caractéristiques importantes de ce type de profil est que la convolution résultante se calcule simplement comme

$$\alpha_\nu(\Gamma) = \alpha_\nu(\Gamma = \Gamma_{nat} + \Gamma_3 + \Gamma_6 + \dots) . \quad (4.8)$$

La théorie d'impact est une théorie classique basée sur quatre hypothèses: i) la particule perturbatrice est une particule classique, ii) elle voyage sur une ligne droite à vitesse constante v avec un paramètre d'impact ρ , iii) l'interaction peut être décrite par un potentiel de la forme de l'équation 4.6, et iv) aucune transition électronique n'est produite par le passage de la particule (approximation adiabatique). Ainsi, la distance $R(t)$ entre les deux particules peut s'écrire

$$R(t) = (\rho^2 + v^2 t^2)^{\frac{1}{2}} \quad (4.9)$$

où

$$v = \langle v^2 \rangle^{\frac{1}{2}} = \left[\left(\frac{8kT}{\pi m_H} \left(\frac{1}{A_r} + \frac{1}{A_p} \right) \right)^{\frac{1}{2}} \right] . \quad (4.10)$$

Dans cette équation A_r et A_p sont les nombres de masse de la particule

rediatrice et *perturbatrice*, les autres symboles ont leur signification habituelle. Dans ce contexte, la largeur à demi-hauteur est simplement donnée par (Mihalas 1978, p. 282)

$$\Gamma_p = 2\pi\rho_0^2 N v \quad (4.11)$$

où N est la densité de perturbateurs, et ρ_0 est le paramètre effectif d'impact responsable de l'élargissement, dont la valeur reste à déterminer.

Le changement de phase $\eta(t)$ provoqué par le passage de la particule au temps t s'écrit

$$\eta(t) = \int_{-\infty}^t \Delta\omega(t') dt' = C_p \int_{-\infty}^t (\rho^2 + v^2 t'^2)^{-\frac{p}{2}} dt' . \quad (4.12)$$

Le changement de phase total devient alors

$$\eta(\rho) = \eta(t=\infty) = \frac{C_p \psi_p}{v \rho^{p-1}} \quad (4.13)$$

où $\psi_{p=2,3,4,6} = \pi, 2, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{8}$. On suppose finalement que seules les particules provoquant un changement de phase total plus grand qu'une certaine valeur critique $\eta(\rho) > \eta_0$ produisent effectivement un élargissement de la raie. Le paramètre effectif d'impact ρ_0 correspondant s'écrit

$$\rho_0 = \left(\frac{C_p \psi_p}{\eta_0 v} \right)^{\frac{1}{p-1}} , \quad (4.14)$$

et la largeur correspondante,

$$\Gamma_p = 2\pi N\nu \left(\frac{C_p \psi_p}{\eta_0 \nu} \right)^{\frac{2}{p-1}} . \quad (4.15)$$

Weisskopf (1932) adopte arbitrairement $\eta_0 = 1$; l'équation 4.14 exprime alors le rayon de Weisskopf. Ce choix arbitraire de η_0 fut modifié par les travaux de Lindholm (1941, 1945) et de Foley (1946), dont un résumé se trouve par exemple dans Mihalas (1978; pp. 284-286). Les valeurs de η_0 peuvent dans certains cas être calculées exactement. Ainsi nous obtenons les valeurs de η_0 pour $p = 3, 4$, et 6 suivantes $\eta_0 = \frac{2}{\pi}, \frac{2}{\pi}$, et 0.61 . L'élargissement prédit en utilisant le rayon de Weisskopf est donc plus petit que celui prédit par Lindholm-Foley.

Pour compléter la théorie d'impact, il ne reste maintenant qu'à calculer les constantes d'interaction C_p pour chacun des types de processus d'élargissement.

4.4 Elargissement par résonance

L'élargissement par résonance dans le cas des raies d'hydrogène est causé par une interaction dipôle-dipôle avec d'autres atomes d'hydrogène dans leur état fondamental. Un premier estimé de la valeur du paramètre d'élargissement du niveau n , Γ_{3n} , fut obtenu par Weisskopf (1932) en utilisant l'équation 4.15 avec $\eta_0=1$ et $p=3$,

$$\Gamma_{3n} = 4\pi N_H(n=1) C_{3n} \quad (4.16)$$

où $N_H(n=1)$ est la population du niveau fondamental de l'hydrogène, et C_{3n} est la constante d'interaction donnée par (Traving 1968),

$$C_{3n} = \frac{e^2 f_{1n}}{4\pi m_e v_{1n}} . \quad (4.17)$$

Dans cette expression, f_{1n} et v_{1n} représentent respectivement la force d'oscillateur et la fréquence associées à la transition $1 \rightarrow n$, et m_e est la masse de l'électron.

Un second estimé peut être obtenu en utilisant l'approximation de Lindholm-Foley ($\eta_0 \neq 0$), et l'on obtient

$$\Gamma_{3n} = 2\pi^2 N_H(n=1) C_{3n} . \quad (4.18)$$

Fursow et Wlassow (1936), en considérant le transfert d'énergie entre les deux états de résonance, obtiennent une expression similaire mais avec une constante numérique légèrement différente,

$$\Gamma_{3n} = \frac{16\pi}{3} N_H(n=1) C_{3n} . \quad (4.19)$$

Finalement, nous adopterons l'expression de Ali et Griem (1965, 1966) qui considère avec précision l'interaction faible avec les perturbateurs lointains, et traite aussi d'une façon consistante l'interaction à courte distance. Le résultat obtenu s'exprime

$$\Gamma_{3n} = 24.086 \left(\frac{g_1}{g_n} \right)^{\frac{1}{2}} N_H(n=1) C_{3n} \quad (4.20)$$

où g_1 et g_n sont respectivement les dégénérescences du niveau fondamental et du niveau n . Le Tableau V donne une comparaison des différentes constantes utilisées dans les formalismes décrits précédemment.

Notons enfin que pour une transition atomique quelconque $i \rightarrow j$, le paramètre d'élargissement total est simplement donné par

$$\Gamma_3 = \Gamma_{3i} + \Gamma_{3j} . \quad (4.21)$$

4.5 Elargissement van der Waals

L'élargissement de type van der Waals est produit, dans le cas des raies d'hydrogène, par l'interaction dipôle-dipôle entre les atomes d'hydrogène et les atomes d'hélium neutres. Pour décrire ce type d'élargissement, Margenau (1939) a utilisé l'approximation de Lindholm-Foley pour calculer le paramètre d'élargissement total de la transition $i \rightarrow j$,

Tableau V

Comparaison des constantes dans les expressions pour l'élargissement par
résonance

Approximation	$\frac{\Gamma_3}{C_3 N_H(n=1)}$
Weisskopf	12.566
Lindholm-Foley	19.739
Furssow et Wlassow	16.755
Ali et Griem	24.086 $(g_1/g_n)^{\frac{1}{2}}$

$$\Gamma_G = 8.08 C_G^2 \nu^2 N_{\text{He}}(n=1) \quad (4.22)$$

où $N_{\text{He}}(n=1)$ est la population du niveau fondamental de l'hélium, ν est la vitesse moyenne relative entre un atome d'hydrogène et un atome d'hélium (voir l'équation 4.10), et C_G est la constante d'interaction donnée par

$$C_G = \frac{2\pi\alpha_{\text{He}}e^2a_0^2}{h} \left[R_J^2 - R_I^2 \right] . \quad (4.23)$$

Dans cette dernière équation, α_{He} est la polarisabilité de l'hélium ($\alpha_{\text{He}} = 2.07 \times 10^{-25} \text{ cm}^{-2}$), et R_m est donné par

$$R_m^2 = \frac{m^{*2}}{2Z^2} \left[5m^{*2} + 1 - 3l(l+1) \right] \quad (4.24)$$

où l est le nombre quantique orbital, Z est la charge de l'atome perturbé ($Z = 1$ pour l'hydrogène), et m^* est le nombre quantique effectif principal défini comme

$$m^* = Z \left[\frac{X_H}{X_m - X_I} \right]^{\frac{1}{2}} . \quad (4.25)$$

X_H et $X_m - X_I$ sont respectivement l'énergie d'ionisation de l'hydrogène (13.6eV), et l'énergie requise pour ioniser l'atome du niveau m . Evidemment, dans le cas de l'atome d'hydrogène, m^* se réduit simplement au nombre quantique principal du niveau considéré. Les autres constantes atomiques ont leur valeur habituelle. En introduisant les constantes numériques et en ne considérant que les raies de Balmer, nous obtenons

$$C_6 = 1.2681 \times 10^{-33} \left[R_n^2 - R_2^2 \right] . \quad (4.26)$$

Pour tenir compte de tous les sous-niveaux orbitaux d'une transition, nous avons effectué une moyenne pondérée par le poids statistique de chaque sous-niveau. Ainsi,

$$C_6 = \frac{\sum_{l_1=0,1} \sum_{l_1=0, l_1+1} 1.2681 \times 10^{-33} g_{l_1, l_2} \left[R_n^2(l_2) - R_2^2(l_1) \right]}{\sum_{l_1=0,1} \sum_{l_1=0, l_1+1} g_{l_1, l_2}} \quad (4.27)$$

où

$$g_{l_1, l_2} = g_{l_1} g_{l_2} = (2l_1+1) (2l_2+1) . \quad (4.28)$$

Dans le cas de l'approximation de Weisskopf, la constante apparaissant dans l'équation 4.22 est égale à 6.71, soit environ 80% de la valeur obtenue avec l'approximation de Lindholm-Foley.

4.6 Limitation de la théorie d'impact

Lorsque la densité devient suffisamment élevée, la perturbation ne peut être traitée par la théorie d'impact car il faut, dans ce cas, considérer l'ensemble des particules perturbatrices en utilisant des distributions statistiques. Nous approfondirons ce point dans la prochaine section. Il est cependant important à ce stade-ci, de pouvoir évaluer un critère de validité nous permettant de déterminer si l'emploi de la théorie d'impact est justifié.

La théorie d'impact sera valide (Traving 1968) si (i) le paramètre effectif d'impact, ρ_0 , est petit comparé à la distance interparticule ($\sim N^{-\frac{1}{3}}$), et (ii) si la durée de la collision, $\frac{\rho_0}{v}$, est courte comparée à l'inverse de la largeur typique de la raie, Γ_p^{-1} . D'une manière compacte, ceci s'exprime

$$2\pi N \left[\frac{C_p \psi_p}{n_0 v} \right]^{\frac{3}{p-1}} \ll 1 \quad (4.29)$$

où N est la densité de perturbateurs considérés. Une exploration de ce critère dans la grille de modèle d'atmosphère étudiée, montre que pour les processus d'élargissement du type van der Waals et résonance, l'utilisation de la théorie d'impact est largement justifiée. Dans le cas de l'élargissement Stark considéré d'une façon indépendante dans la prochaine section, la théorie d'impact décrit relativement bien la perturbation par les électrons, mais devient complètement inadéquate pour décrire celle produite par les protons.

4.7 Théorie quasi-statique - Elargissement Stark linéaire

La théorie quasi-statique de l'élargissement spectral tient compte simultanément de l'ensemble des particules perturbatrices. Dans ce formalisme, on suppose que l'atome perturbé est plongé dans un champ électrique variable généré par un ensemble de particules chargées, immobiles, et distribuées au hasard. Pour que cette approximation soit valide, il faut que la vitesse des perturbateurs soit faible comparée à celle de la particule perturbée; ce qui s'applique donc surtout aux

perturbateurs lourds comme les protons.

Holtmark (1919) a considéré le problème de l'addition vectorielle d'un champ de vecteurs originant d'un ensemble de particules distribuées au hasard. Si on considère que l'interaction avec la particule peut être décrite par un champ de la forme

$$F = \frac{C_p}{R^p}, \quad (4.30)$$

la distribution statistique des perturbateurs s'exprime alors comme

$$W(\beta) = \left(\frac{2\beta}{\pi} \right) \int_0^\infty \exp(-y^{\frac{3}{p}}) y \sin(\beta y) dy \quad (4.31)$$

où $\beta = F/F_0$. Cette distribution se nomme la distribution de Holtmark, et est normalisée à 1. Le paramètre F_0 est la force moyenne du champ et se définit

$$F_0 = \gamma C_p N^{\frac{2}{3}} \quad (4.32)$$

où

$$\gamma = \left[\frac{2\pi^2 p}{3(p+3) \Gamma(\frac{3}{p}) \sin(\frac{3\pi}{2p})} \right]^{\frac{p}{3}}. \quad (4.33)$$

Dans cette dernière expression, Γ représente la fonction gamma.

Dans le cas particulier de l'élargissement Stark linéaire, nous avons $p=2$, $C_2=e$, $\gamma=2.6031$, et le force moyenne du champ devient

$$F_0 = 1.25 \times 10^{-9} N^{\frac{2}{3}} . \quad (4.34)$$

Une expression analytique approchée de l'intégrale exprimée dans l'équation 4.31 est donnée dans Hummer (1986). Le champ électrique a pour effet de séparer les différents sous-niveaux atomiques et ainsi produire un élargissement du niveau. Pour l'atome d'hydrogène uniquement, le déplacement en énergie des sous-niveaux est directement proportionnel au champ électrique (effet Stark linéaire). Comme les transitions atomiques s'effectueront entre sous-niveaux différents, un élargissement de la raie spectrale sera produit. Le déplacement en longueur d'onde de chaque composante Stark autour de la longueur d'onde centrale peut s'exprimer comme (Underhill et Waddell 1959)

$$\Delta\lambda_k = c_k F \quad (4.35)$$

où

$$c_k = \frac{3h^7 c}{32\pi^6 m_e^3 e^9} \frac{n^4 n'^4}{(n^2 - n'^2)^2} \frac{X_k}{Z^5} , \quad (4.36)$$

et

$$X_k = n(n_2 - n_1) - n'(n'_2 - n'_1) . \quad (4.37)$$

Dans ces dernières expressions, n et n' représentent les nombres

quantiques principaux de la transition $n' \rightarrow n$, et les $n_{l=1,2}$ représentent les nombres quantiques paraboliques. Le profil Stark peut être décomposé en deux termes distincts: le premier qui tient compte des composantes perturbées et déplacées d'un certain $\Delta\lambda_k \neq 0$, et le second qui tient compte de la composante centrale ($\Delta\lambda_k = 0$) non-perturbée. Le profil Stark défini par Underhill ne tient compte que des composantes déplacées, et traite d'une façon indépendante la composante centrale. Afin d'éviter la confusion dans la notation, nous noterons le profil Stark total $S(\alpha)$, et celui défini par Underhill $S_U(\alpha)$ (voir aussi Appendice C). Le profil de Underhill s'exprime alors

$$S_U(\alpha) = \frac{1}{n^2 f_{\pm}} \sum \frac{f_k}{c_k} W\left(\frac{\alpha}{c_k}\right) \quad (4.38)$$

où

$$\alpha = \frac{\Delta\lambda}{F_0} . \quad (4.39)$$

Ce profil est symétrique autour de la longueur d'onde centrale. Les expressions analytiques pour les différentes composantes de la forces d'oscillateur f_k sont données par exemple dans Bethe et Salpeter (1955), et peuvent se regrouper en composantes déplacées f_{\pm} , et centrales f_0 , telles que

$$f = f_0 + f_{\pm} \quad (4.40)$$

où f représente la force d'oscillateur totale standard. Le profil Stark $S_U(\alpha)$ est normalisé tel que

$$\int_{-\infty}^{\infty} S_U(\alpha) d\alpha = 1 . \quad (4.41)$$

L'opacité monochromatique totale due aux composantes déplacées *uniquement* s'exprime alors

$$\alpha_{\lambda} d\lambda = \left(\frac{\pi e^2}{mc} \right) f_{\pm} \frac{S_U(\Delta\lambda)}{F_0} d\lambda , \quad (4.42)$$

ou encore

$$\alpha_{\nu} d\nu = \left(\frac{\pi e^2}{mc} \right) f_{\pm} \frac{\lambda^2}{c} \frac{S_U(\Delta\lambda)}{F_0} d\nu . \quad (4.43)$$

L'inclusion de la composante centrale non-perturbée est discutée à la section §4.9 (voir aussi Appendice C).

Cette approche quasi-statique de l'élargissement décrit bien la perturbation produite par les protons dans toute la raie. La perturbation produite par les électrons est plus délicate à traiter. Une exploration du critère de validité similaire à celui décrit en §4.6, permet de montrer que le traitement quasi-statique décrit bien la perturbation des électrons dans les ailes de la raie, mais que le coeur est dominé par une théorie d'impact. Le problème réside dans le passage d'un régime à l'autre.

Edmonds, Schlüter, et Wells (1967, ESW) ont développé un traitement approximatif où la contribution des électrons en régime d'impact est négligée. Dans les ailes de la raie, la contribution du profil Stark est dominée par les électrons et les protons en régime quasi-statique, alors que le centre de la raie ne considère que la contribution des protons.

Une expression modifiée¹ est utilisée avec $N = 2N_e$ dans les ailes, et $N = N_{\text{protons}} = N_e$ dans le coeur de la raie. La transition entre ces deux régimes asymptotiques est paramétrisée de la façon suivante

$$N = N(\Delta\lambda) = N_e \left\{ 1.5 + 0.5 \left[\frac{Z-1}{Z+1} \right] \right\} \quad (4.44)$$

où Z est déterminé à partir de données expérimentales et s'écrit

$$Z = 7 \frac{\Delta\lambda}{\Delta\lambda_L} . \quad (4.45)$$

Le paramètre $\Delta\lambda_L$ donne une mesure de l'intervalle en longueur d'onde autour de la longueur centrale où l'on passe d'un régime quasi-statique à un régime d'impact. Ce paramètre s'exprime

$$\Delta\lambda_L = 3.1 \times 10^{-21} \frac{\lambda^2 \nu^2}{F(n',n)} . \quad (4.46)$$

Les expressions pour ν et $F(n',n)$ sont données dans ESW. La densité de perturbateurs N , donné par l'équation 4.44, reproduit bien les deux régimes asymptotiques désirés. L'expression finale de ESW s'écrit

$$S_{U n'n(p,\infty)} \frac{d\alpha}{d\Delta\lambda} = S_{U n'n(p,\infty)} \frac{g(\Delta\lambda)}{F_o(N)} \quad (4.47)$$

où

$$g(\Delta\lambda) = 1 - \frac{2}{3} \frac{N_e}{N(\Delta\lambda)} \frac{Z}{(Z+1)^2} , \quad (4.48)$$

1. Le profil modifié de ESW tient aussi compte des effets de corrélation et de blindage du potentiel décrit par Mazer et Baranger (1960).

et p est le paramètre de corrélation et de blindage (Mozer et Baranger 1960).

Le traitement de ESW ne permet toutefois pas de décrire correctement le régime d'impact des électrons au centre de la raie. Une solution à ce problème fut apportée avec la formulation quantique basée sur la théorie unifiée (Vidal, Cooper, et Smith 1970, 1971), qui traite d'une façon rigoureuse le passage d'un régime à l'autre. Ces travaux ont permis de calculer d'importantes tables de profils Stark (Vidal, Cooper, et Smith 1973, VCS) pour les quatre premières raies de Lyman et de Balmer, couvrant les intervalles de températures et de densités électroniques importants en astrophysique.

Nous avons donc adopté pour les quatre premières raies de Balmer le formalisme de VCS et pour les autres raies de la série le formalisme de ESW. Avant de combiner tous les profils d'élargissement, il nous reste à considérer un dernier type d'élargissement: l'élargissement thermique (ou Doppler).

4.8 L'élargissement thermique

L'élargissement thermique (ou Doppler) est causé par le mouvement aléatoire des atomes. Un photon de fréquence ν_0 dans le référentiel inertiel sera absorbé à une fréquence $\nu_0 + \Delta\nu_D$ dans le référentiel d'un atome en mouvement où

$$\Delta v_D = \frac{v_0}{c} v_0 , \quad (4.49)$$

et

$$v_0 = \sqrt{\frac{2kT}{m_H}} . \quad (4.50)$$

Cette absorption à une fréquence légèrement différente de la fréquence centrale v_0 donne lieu à un élargissement de la raie. En utilisant une distribution de Maxwell pour les vitesses aléatoires, il est possible de montrer que le profil de la raie peut s'écrire comme

$$\alpha_\nu dv = \frac{\pi e^2}{m_e c} \frac{1}{\Delta v_D} \frac{\exp\left[-\left(\frac{\Delta v}{\Delta v_D}\right)^2\right]}{\Delta v_D \sqrt{\pi}} dv . \quad (4.51)$$

Comme tous les autres processus d'élargissement seront affectés par l'élargissement thermique, le profil global de la raie sera obtenu de la convolution du profil Doppler avec les autres profils. Pour les processus d'élargissements de type naturel, van der Waals, et par résonance, ce profil global s'exprime par un profil de Voigt

$$H(a, \nu) = \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-y^2}}{(\nu-y)^2 + a^2} dy \quad (4.52)$$

où

$$a = \frac{\Gamma}{4\pi\Delta v_D} , \quad (4.53)$$

$$y = \frac{\Delta v}{\Delta v_D} , \quad (4.54)$$

$$\nu = \frac{(\nu - \nu_0)}{\Delta\nu_D} . \quad (4.55)$$

La fonction de Voigt est normalisée telle que

$$\int_{-\infty}^{\infty} H(a, \nu) d\nu = \sqrt{\pi} . \quad (4.56)$$

Dans l'équation 4.53, le paramètre Γ est la somme des Γ_p associé aux élargissements de type naturel, van der Waals, et par résonance. Le traitement du profil de Stark est discuté dans la prochaine section.

4.9 Profil d'absorption total

L'inclusion du profil Stark dans le profil d'absorption total dépend de la théorie utilisée. Dans le cas du formalisme de ESW, équivalent au formalisme de Underhill et Waddell (1959), il faut explicitement tenir compte de la composante centrale non-perturbée. Le profil d'absorption s'écrit alors (voir Appendice C)

$$\alpha_\nu d\nu = \frac{\pi e^2}{m_e c} \left[\frac{\lambda^2}{c} f_{\pm} S_U^*(\alpha) \frac{d\alpha}{d\Delta\lambda} + f_0 \frac{H(a, \nu)}{\sqrt{\pi} \Delta\nu_D} \right] d\nu \quad (\text{ESW}) \quad (4.57)$$

où $S_U^*(\alpha)$ est le profil Stark convolué numériquement avec le profil de Voigt,

$$S_U^*(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} S_U(\Delta\nu + \nu\Delta\nu_D) \frac{H(a, \nu)}{\sqrt{\pi}} d\nu . \quad (4.58)$$

La fonction de Voigt des équations 4.57 et 4.58 tient compte des processus d'élargissement Doppler, naturel, par résonance, et van der Waals. Le terme $\frac{d\alpha}{d\Delta\lambda}$ est déterminé par l'équation 4.47. La convolution du profil Stark avec la fonction de Voigt tient compte du fait que chacune des composantes Stark est perturbée par tous les autres processus d'élargissements (incluant l'élargissement thermique).

Dans le cas des tables de VCS, la composante centrale non-perturbée est déjà incluse dans le profil Stark. Le profil d'absorption s'écrit alors simplement en terme du profil Stark total $S(\alpha)$

$$\alpha_{\nu} dv = \frac{\pi e^2}{m_e c} \left[\frac{\lambda^2}{c} f \frac{S^*(\alpha)}{F_0} \right] dv \quad (\text{VCS}) . \quad (4.59)$$

où $S^*(\alpha)$ est défini d'un façon similaire à l'équation 4.58. Le profil d'absorption total (4.57 ou 4.59) est normalisé tel que

$$\int_{-\infty}^{\infty} \alpha_{\nu} dv = \frac{\pi e^2}{m_e c} (f_{\pm} + f_0) = \frac{\pi e^2}{m_e c} f . \quad (4.60)$$

4.10 Comparaison des différents types d'élargissements

La Figure 17 illustre, pour les quatre premières raies de la série de Balmer, le comportement des différents processus d'élargissement, en fonction de la température effective et de l'abondance d'hélium. Les spectres présentés tiennent compte explicitement du profil Stark,

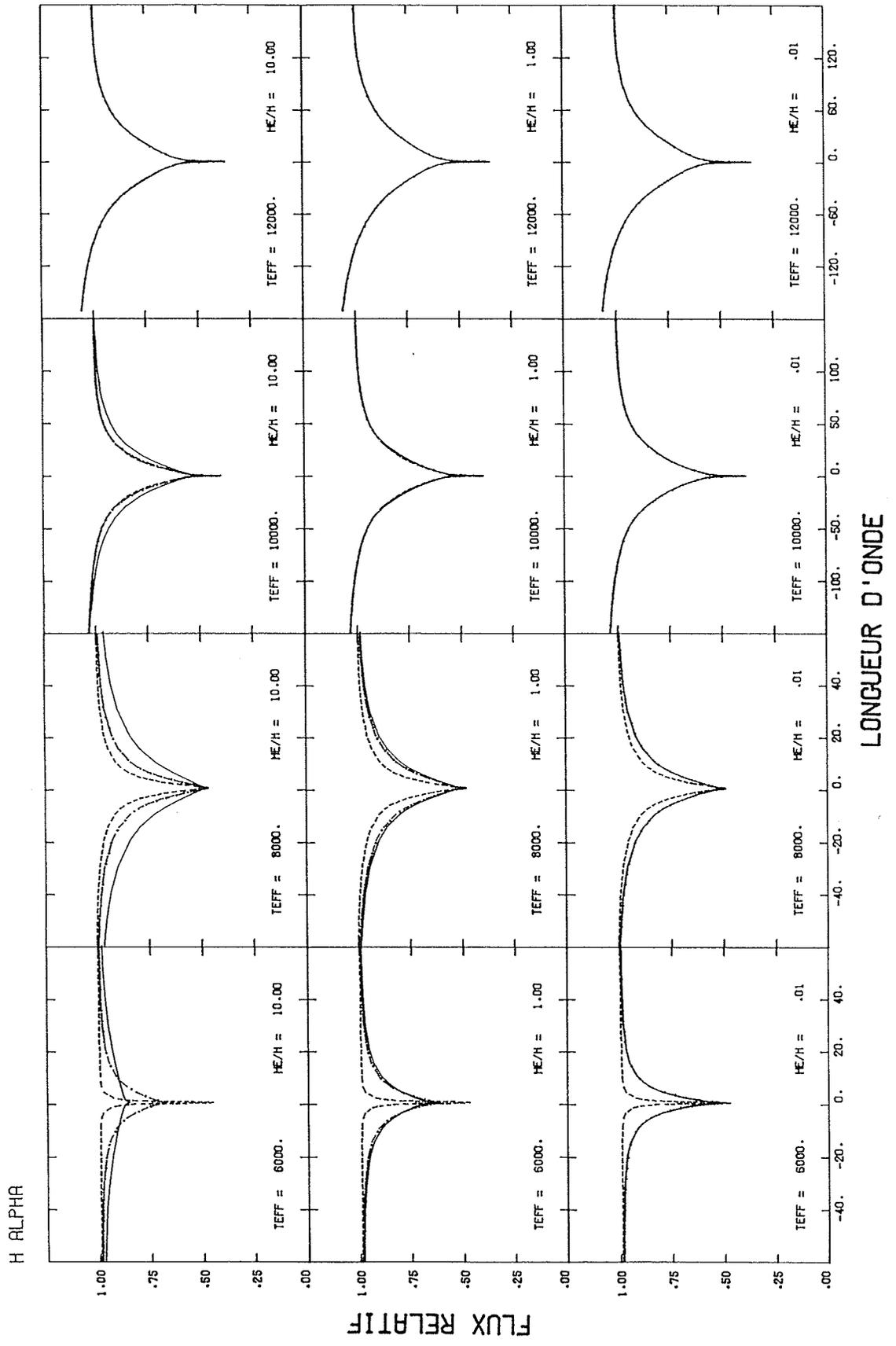
convolué avec une fonction de Voigt qui inclut successivement l'élargissement naturel (tirets), l'élargissement naturel et par résonance (point-tirets), l'élargissement naturel, van der Waals, et par résonance (trait plein).

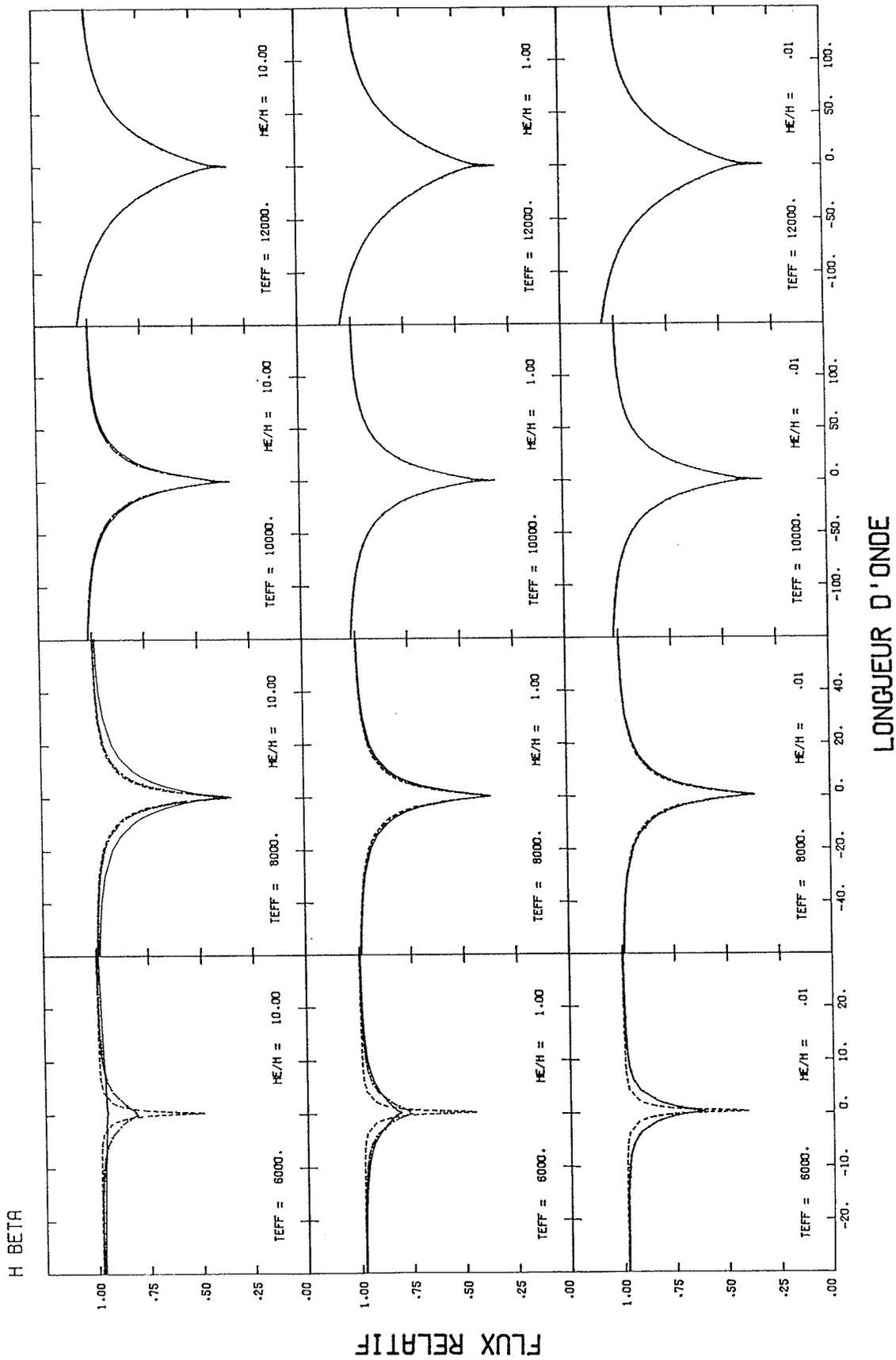
Dans les modèles à 12000K, les élargissements van der Waals ou par résonance n'ont aucun effet sur le profil des raies. Ces processus sont importants quand les niveaux fondamentaux de l'hydrogène et/ou de l'hélium sont fortement peuplés. Dans ces modèles chauds, la température est déjà trop élevée pour peupler de façon significative ces états fondamentaux. Ainsi, il est parfaitement justifié à ces températures, et particulièrement dans le contexte de l'étude des ZZ Ceti, de négliger ces processus d'élargissement.

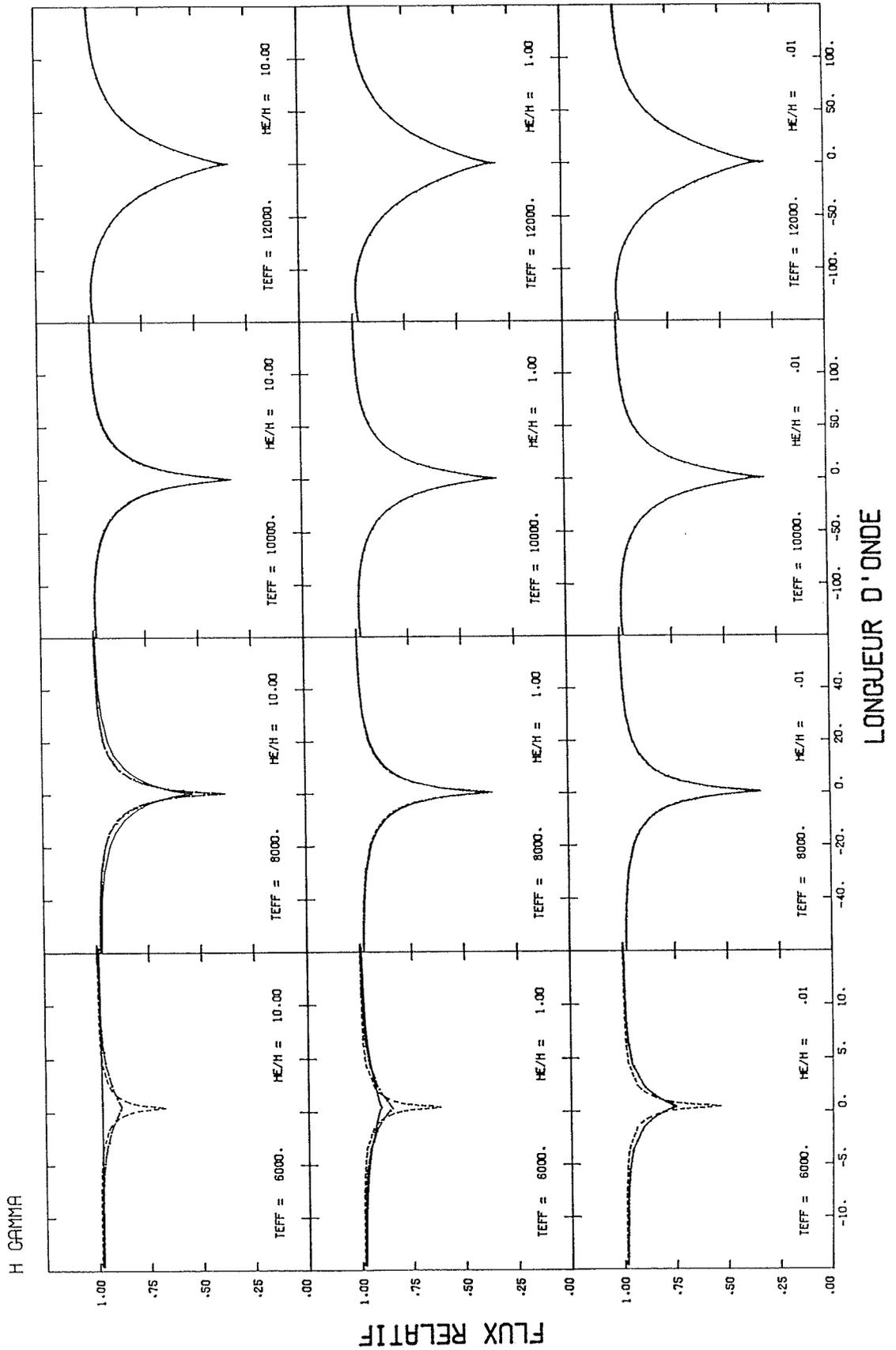
Dans les modèles à 10000K, la situation est similaire. L'élargissement van der Waals a toutefois un effet non négligeable pour la raie H_{α} dans le modèle riche en hélium ($He/H=10$), alors que l'élargissement par résonance n'a aucun effet observable. Ceci est relié au fait que le niveau fondamental de l'hélium se dépeuple à plus haute température que celui de l'hydrogène.

Dans les modèles à 6000K et 8000K, les niveaux fondamentaux de l'hélium et de l'hydrogène sont fortement peuplés, et accroissent ainsi l'importance des processus d'élargissement van der Waals et par résonance. Même dans les modèles d'hydrogène pur, la raie H_{α} est affectée par la résonance. Cet effet s'estompe rapidement lorsque l'on considère les autres raies de la série de Balmer. La constante

Figure 17 Comparaison du profil des raies H_{α} à H_{δ} , pour un ensemble de modèles d'atmosphères à différentes températures effectives, et abondances d'hélium. Chaque profil est calculé en tenant compte de l'élargissement Stark convolué avec une fonction de Voigt, qui inclut successivement l'élargissement naturel (tirets), l'élargissement naturel et par résonance (point-tirets), et l'élargissement naturel, van der Waals, et par résonance (trait plein).



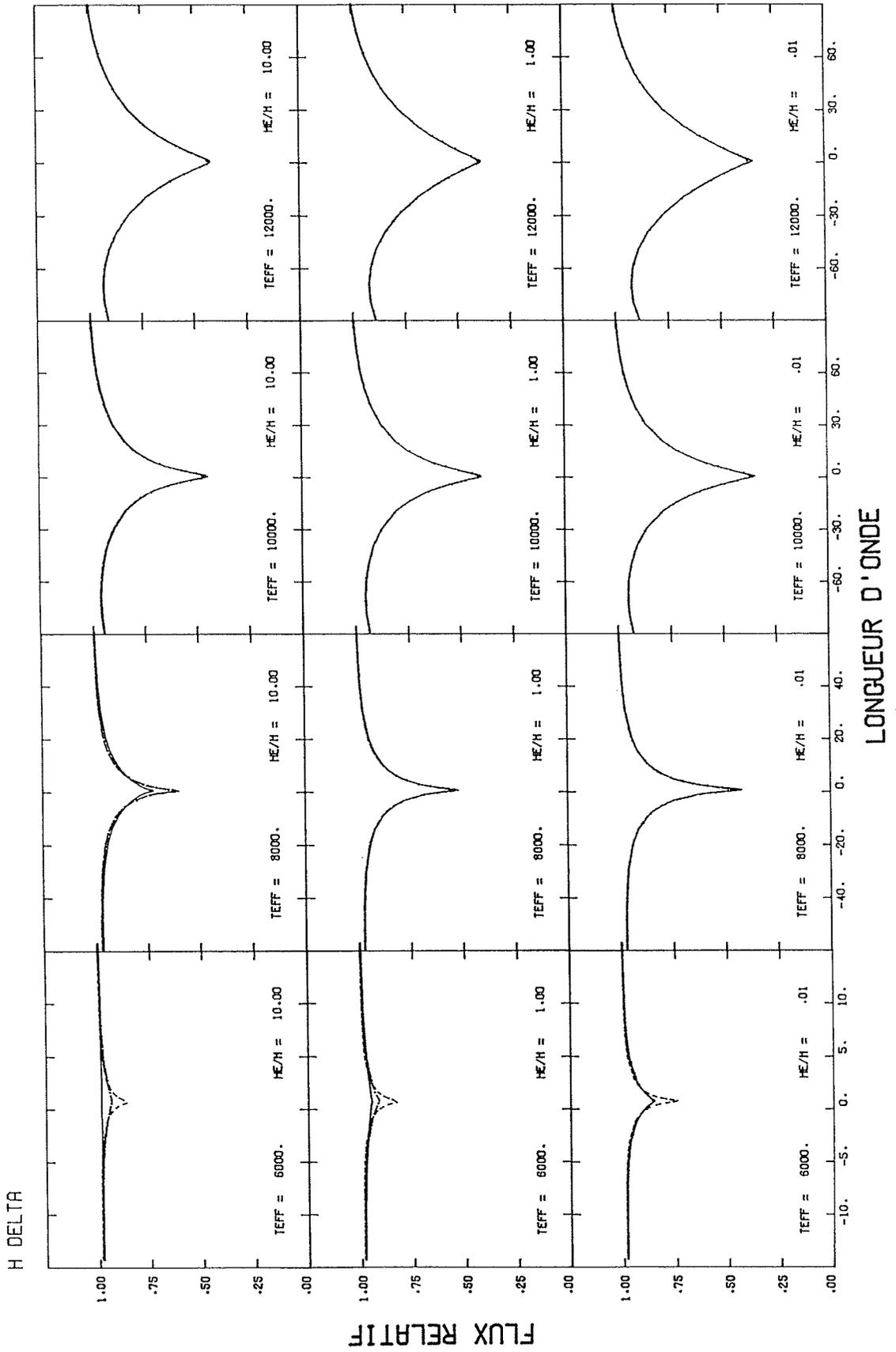




H GAMMA

FLUX RELATIF

LONGUEUR D'ONDE



d'interaction (équation 4.17) montre qu'effectivement les niveaux inférieurs seront affectés davantage que les niveaux supérieurs. Lorsque l'abondance en hélium atteint $\text{He}/\text{H}=1$, le profil de la raie est encore dominé par les effets de résonance. Quand l'abondance en hélium atteint $\text{He}/\text{H}=10$, l'élargissement van der Waals a des conséquences dramatiques sur toutes les raies. Dans le modèle à 6000K par exemple, les raies sont élargies à un point tel que, du point de vue spectroscopique, elles ne sont probablement plus observables: un tel objet aurait l'apparence d'une étoile de type DC. Une tentative d'observation de la raie H_α dans les étoiles froides de type DC (Greenstein 1986) permettrait donc d'établir des contraintes sévères sur l'abondance atmosphérique de ces objets.

CHAPITRE 5

Spectres synthétiques

5.1 Calcul des populations

Afin de compléter la théorie des spectres synthétiques, il est nécessaire de calculer les populations des différents types de particules contribuant à l'opacité monochromatique exprimée par l'équation 4.1. Il faut entre autres calculer l'équilibre d'ionisation et d'excitation de chaque espèce. Parmi cet ensemble de particules, on doit distinguer entre celles qui ont plusieurs niveaux liés d'énergie (H, He, et He⁺), et les autres particules libres (protons, électrons, et He⁺⁺). L'équilibre d'ionisation peut être calculé en ETL par l'équation de Saha,

$$\frac{N_J}{N_{J+1}} = N_e \frac{Z_J}{Z_{J+1}} C_I T^{\frac{3}{2}} \exp\left(\frac{X_J^I}{kT}\right), \quad (5.1)$$

et l'équilibre d'excitation par l'équation de Boltzmann,

$$\frac{N_{iJ}}{N_J} = \frac{g_{iJ}}{Z_J} \exp\left(-\frac{X_{iJ}}{kT}\right). \quad (5.2)$$

N_{iJ} , X_{iJ} , et g_{iJ} représentent respectivement la population, l'énergie d'excitation calculée par rapport au niveau fondamental, et la multiplicité du niveau excité i de l'état d'ionisation J . N_J représente la population

totale de l'état d'ionisation j , et X_j^I est l'énergie requise pour ioniser l'atome de l'état d'ionisation j à $j+1$. La fonction de partition Z_j est définie comme

$$Z_j = \sum_i g_{ij} \exp\left[-\frac{X_{ij}}{kT}\right], \quad (5.3)$$

et la constante C_I prend la valeur 2.07×10^{-16} .

Les densités de protons et d'électrons sont directement obtenues du modèle d'atmosphère, et en combinant les équations 5.1 et 5.2, nous obtenons pour le le niveau n de l'atome d'hydrogène neutre

$$N_H(n) = N_p N_e 2n^2 C_I T^{-\frac{3}{2}} \exp\left[\frac{X_H^I}{n^2 kT}\right]. \quad (5.4)$$

La densité d'hélium ionisé deux fois est aussi obtenue directement du modèle d'atmosphère, et utilisée pour calculer la population des niveaux excités de l'hélium ionisé une fois,

$$N_{He^+(n)} = N_{He^{++}} N_e g_{He^+(n)} C_I T^{-\frac{3}{2}} \exp\left[\frac{X_{He^+}^I - X_{He^+(n)}}{kT}\right]. \quad (5.5)$$

A l'aide de cette dernière équation, on calcule ensuite la population des niveaux excités de l'hélium neutre,

$$N_{He}(n) = N_{He^+(n=1)} N_e g_{He}(n) C_I T^{-\frac{3}{2}} \exp\left[\frac{X_{He}^I - X_{He}(n)}{kT}\right]. \quad (5.6)$$

Les multiplicités ($g_{He}(n)$ et $g_{He^+(n)}$) et les énergies d'excitation ($X_{He}(n)$ et $X_{He^+(n)}$) de chacun des niveaux de l'atome d'hélium sont obtenues des

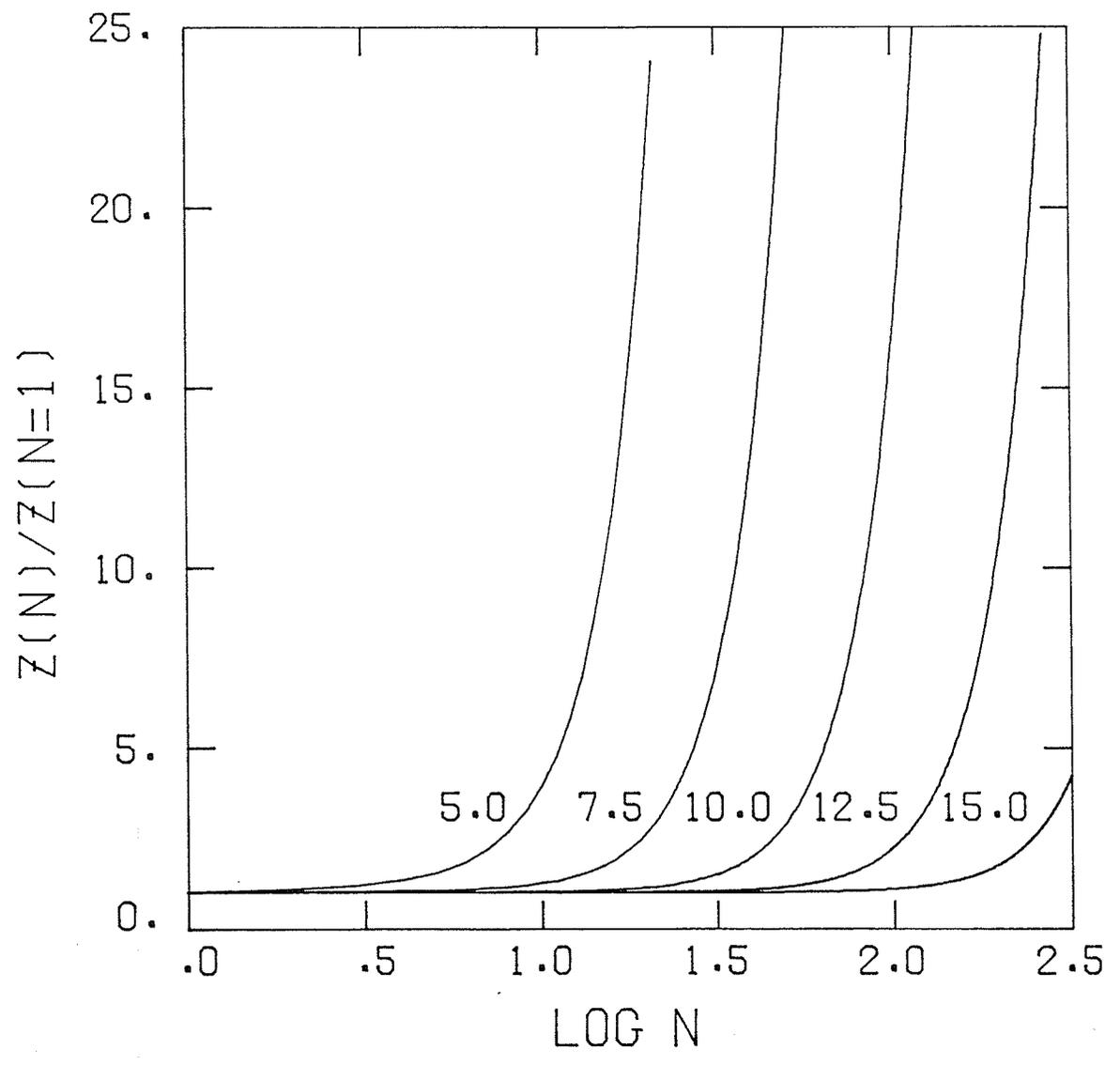
tables de Moore (1949).

Dans le cas des atmosphères de naines blanches froides, l'hélium est surtout dans l'état fondamental de l'hélium neutre, et ne produit donc aucune raie spectrale pouvant contribuer à l'opacité monochromatique. Par contre, la température est suffisamment élevée pour que les raies d'hydrogène soient importantes. Un examen de l'équation 4.1 révèle que pour calculer l'opacité de ces raies, une attention particulière doit être portée autant au calcul du coefficient d'absorption $\alpha_{ij}(\nu)$, qu'au calcul des populations des niveaux excités. Comme nous allons le démontrer dans ce chapitre, le calcul des populations des niveaux excités de l'atome d'hydrogène par l'équation 5.4 doit être révisé.

Un des premiers problèmes conceptuels réside dans le calcul de la fonction de partition. En effet, il peut être formellement démontré que pour un atome isolé, la sommation infinie sur tous les niveaux de l'équation 5.3 diverge. Evidemment, l'atome considéré n'est jamais réellement isolé, mais se trouve plutôt plongé dans un plasma de particules qui perturbent les niveaux électroniques de l'atome. Ces perturbations font que les niveaux les plus excités sont en fait détruits et par conséquent, la somme exprimée par l'équation 5.3 est finie.

Plusieurs formalismes existent pour couper la fonction de partition. Dépendamment du régime de température, le nombre exact de niveaux inclus dans la fonction de partition peut modifier radicalement l'équilibre d'excitation et d'ionisation. Pour illustrer ce comportement, nous présentons sur la Figure 18 la fonction de partition $Z(n)$ d'un atome

Figure 18 Fonction de partition d'un atome hydrogénéide en fonction du nombre n de termes inclus dans la somme. La fonction de partition est normalisée par rapport au premier terme de la somme. La fonction de partition est évaluée pour les différentes valeurs de X^I/kT indiquées.



hydrogénéoïde, en fonction du nombre n de termes inclus dans la sommation. La fonction de partition est normalisée par rapport au premier terme de la somme, et est calculée pour différentes valeurs de X^I/kT . Il existe certains régimes ($X^I/kT > 10$) où le nombre exact de termes inclus dans la sommation affectera très peu la valeur de la fonction de partition, car celle-ci sera toujours dominée par le premier terme. Le nombre quantique où la fonction de partition commence à diverger ($n \sim 30$), correspond à des niveaux atomiques qui seront certainement détruits suite aux perturbations avec les autres particules. Cependant, il existe aussi d'autres régimes ($X^I/kT < 10$; $T_e > 160000\text{K}$) où le nombre de niveaux inclus fait varier de façon considérable la valeur de la fonction de partition, et par conséquent l'équilibre d'ionisation et d'excitation. Il est donc impératif dans ces situations particulières de développer une théorie de perturbation des niveaux la plus adéquate possible. Nous allons discuter dans la prochaine section de l'un de ces formalismes.

5.2 Le formalisme de probabilité d'occupation de Hummer-Mihalas

Dans le cadre d'un effort international visant à générer des nouvelles opacités pour un ensemble d'ions d'intérêt astrophysique (*The Opacity Project*), Hummer et Mihalas (1988) ont développé un formalisme basé sur des probabilités d'occupation, pour calculer les populations atomiques d'un plasma. Ce formalisme a notamment été incorporé dans un cadre plus large de calcul d'équation d'état par la technique de minimisation de l'énergie libre (Mihalas, Däppen, et Hummer 1988; Däppen *et al.*

1988). Plutôt que d'utiliser cette nouvelle équation d'état, nous adopterons une version hybride formée de l'équation d'état d'un gaz parfait, et du formalisme de probabilité d'occupation de Hummer-Mihalas.

Dans cette version hybride, l'équilibre d'ionisation est directement spécifié par les densités de protons et d'électrons fournies par le modèle d'atmosphère, mais les populations des niveaux excités de l'hydrogène sont recalculées à l'intérieur de l'atome en utilisant les détails physiques du formalisme de probabilité d'occupation. Ainsi, l'équilibre d'ionisation des spectres synthétiques est compatible avec celui des modèles d'atmosphères correspondants. Cette procédure n'est pas rigoureusement exacte car les électrons provenant de l'ionisation des niveaux atomiques perturbés contribuent à augmenter la densité électronique, et par conséquent l'équilibre d'ionisation de toutes les espèces. Cependant, dans les atmosphères de naines blanches froides, ces niveaux perturbés sont déjà fortement dépeuplés par le facteur de Boltzmann ($X^I/kT > 10$), et ne contribuent pas d'une façon importante à modifier l'équilibre d'ionisation. Ultimement, modèles d'atmosphères et spectres synthétiques devraient être générés à l'aide de la nouvelle équation d'état. Toutefois, cette équation d'état développée à partir du formalisme de Hummer-Mihalas ne traite en détail que les premiers niveaux de chaque atome. Les niveaux plus élevés sont traités de façon beaucoup plus approximative. Ces niveaux excités sont cependant déterminants en spectroscopie pour estimer la gravité de surface ou l'abondance d'hélium (voir §5.4.2 et §5.4.3). Il semble alors préférable dans ce contexte particulier d'adopter notre version hybride du calcul des populations.

La plupart des formalismes utilisés habituellement pour couper la fonction de partition prédisent, pour certaines conditions de température et/ou de pression, le dernier niveau n devant être inclus dans la somme. Ce genre de traitement peut donc produire des discontinuités importantes des quantités physiques quand un niveau est soudainement détruit à la suite d'un léger changement de conditions physiques (voir §5.3.1). Ces discontinuités n'ont naturellement aucune réalité physique, mais correspondent plutôt à un handicap du traitement physique utilisé. En général, les processus physiques naturels répondent à des distributions statistiques bien définies. Ainsi, on s'attend à ce que sous certaines conditions spécifiques, certains électrons d'un niveau électronique soient ionisés, alors que certains autres du même niveau soient liés, la proportion exacte étant régie par une probabilité spécifiée par les conditions physiques du plasma.

C'est sur cette base que Hummer et Mihalas ont pris comme hypothèse de départ que la population d'un niveau pouvait s'écrire sous la forme d'une équation de Boltzmann modifiée

$$\frac{N_{ij}}{N_j} = w_{ij} \frac{g_{ij}}{Z_j^*} \exp\left(-\frac{X_{ij}}{kT}\right) \quad (5.7)$$

où Z_j^* représente la fonction de partition modifiée, définie comme

$$Z_j^* = \sum_i w_{ij} g_{ij} \exp\left(-\frac{X_{ij}}{kT}\right) . \quad (5.8)$$

Dans ces dernières expressions, w_{ij} représente la probabilité d'occupation du niveau excité i de l'état d'ionisation j . Cette probabilité est

normalisée à 1, de telle sorte que la probabilité que l'électron soit lié à l'atome est w_{ij} , et la probabilité qu'il soit ionisé est $1-w_{ij}$. Le problème réside maintenant dans la façon de calculer cette probabilité d'occupation. Avant de discuter ce point, il est utile de regarder déjà certains comportements et avantages de cette formulation: i) la probabilité d'occupation diminue graduellement à mesure que l'interaction avec les autres particules augmente (ou d'une façon équivalente, lorsque l'on considère des niveaux supérieurs), ii) cette diminution progressive de w_{ij} , à mesure que l'on considère des niveaux de plus en plus excités, assure la convergence de la fonction de partition, iii) le comportement continu de la coupure de la fonction de partition assure aussi une continuité des différentes quantités physiques, iv) la nature probabiliste de w_{ij} permet de considérer *indépendamment* des interactions de nature différente, et v) elle permet de traiter précisément la contribution relative de chacun des niveaux aux opacités de types lié-lié et lié-libre (§5.3.2). Le formalisme de Hummer-Mihalas considère séparément deux types d'interaction: les perturbations par les particules neutres, et celles par les particules chargées. Nous résumons ici les grandes lignes de chacun de ces types d'interaction.

5.2.1 Perturbations par les particules neutres

Le traitement de l'interaction avec des particules neutres, utilisé dans le formalisme de Hummer-Mihalas, est basé sur un principe de sphères dures (*excluded volume effect*). Les atomes sont ici considérés comme des sphères dures avec un rayon caractéristique r_n associé à chaque niveau excité. Il est commun dans ce genre d'approche d'utiliser

comme valeur de r_n le rayon atomique de Bohr. Ainsi,

$$r_n \approx \frac{n^2 a_0}{Z} \quad (5.9)$$

où Z est la charge atomique effective du noyau. Quand r_n est plus petit qu'une certaine distance caractéristique de destruction, le niveau reste lié à l'atome. Dans le cas contraire, le niveau atomique est considéré détruit, et aucune transition ne peut parvenir, ni être issue de ce niveau.

Un tel formalisme de sphères dures a déjà été utilisé par Wehrse (Wehrse 1977; Liebert et Wehrse 1983) dans son étude des propriétés atmosphériques des naines blanches froides. Dans son formalisme, la distance caractéristique de destruction est choisie comme la moitié de la distance moyenne interatomique, i.e.

$$r_0 \approx \left(\frac{3}{4\pi N} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (5.10)$$

où N est la densité totale de particules (excluant les électrons). Wehrse a donc adopté $w_{ij}=1$ pour $r_n < r_0$, et $w_{ij}=0$ pour $r_n \geq r_0$. Ce traitement a toutefois le désavantage de produire des discontinuités physiques indésirables, tel que discuté précédemment.

Pour introduire dans ce modèle de sphères dures la nature probabiliste, Hummer et Mihalas ont considéré le second coefficient du viriel dans l'équation d'état de Van der Waals (Fermi 1924). Leur expression s'écrit alors

$$w_{ij}(\text{neutre}) = \exp \left[- \frac{4\pi}{3} \sum_{i',j'} N_{i',j'} (r_{ij} + r_{i',j'})^3 \right] \quad (5.11)$$

où la sommation est effectuée sur toutes les espèces de particules $N_{i',j'}$ ayant des niveaux liés. A chacune de ces particules est associé un certain rayon caractéristique d'interaction $r_{i',j'}$, que nous choisirons en première approximation égal au rayon de Bohr (équation 5.9, avec $Z=1.344$ dans le cas de l'atome neutre d'hélium).

L'expression pour $w_{ij}(\text{neutre})$ peut s'interpréter de la façon suivante: chaque terme de la sommation représente la probabilité qu'un perturbateur dans l'état $i'j'$ se trouve à une distance plus grande que $r_{ij} + r_{i',j'}$, distance à laquelle le niveau n_{ij} est effectivement détruit. A cause de la pondération par les $N_{i',j'}$, l'atome perturbé ne ressent que l'interaction des perturbateurs les plus abondants. Dans la majorité des cas, il s'agit des atomes d'hydrogène et d'hélium dans leur état fondamental. La distance caractéristique de destruction correspondante sera donc beaucoup plus petite que la distance interatomique adoptée par Wehrse.

Le modèle de sphères dures de Hummer-Mihalas a l'avantage d'inclure la physique atomique de toutes les espèces, et de produire la coupure successive des niveaux supérieurs avant celle des niveaux inférieurs; ce qui représente un fait expérimental connu (Zimmerman et More 1980). Le désavantage majeur est que le potentiel d'interaction ne tient compte que grossièrement de l'interaction réelle entre les particules neutres. L'effet du volume fini de chaque atome ne représente que le terme du premier ordre dans le potentiel réel. A très haute densité par exemple,

des termes d'ordres supérieurs viennent dominer sur le terme de volume, et le formalisme présenté ici devient complètement inadéquat. Pour quantifier la validité du formalisme, on exige que le volume occupé par la majorité des atomes ne représente qu'une fraction (~ 0.25) du volume total disponible, i.e.

$$\frac{4\pi r^3 N}{3} < 0.25 . \quad (5.12)$$

Cette limitation impose, dans le cas du niveau fondamental de l'atome d'hydrogène, que la densité soit inférieure à $\sim 10^{-2} \text{ g cm}^{-3}$. Dans les atmosphères de naines blanches froides, ce critère est toujours satisfait. Il existe d'autres formalismes de sphères dures qui tiennent compte de termes d'ordres supérieurs, quoiqu'ils négligent complètement les détails de la structure atomique (Lebowitz, Helfand, and Praestgaard 1965). Le prix à payer pour utiliser un potentiel d'interaction plus précis est donc de négliger la structure interne de l'atome. Dans le contexte d'un formalisme de probabilité d'occupation, le besoin d'une structure atomique détaillée surpasse largement les besoins d'un traitement amélioré du potentiel d'interaction.

Enfin, pour pouvoir utiliser ce formalisme dans la technique de minimisation de l'énergie libre, Hummer et Mihalas ont eu recours à une approximation supplémentaire. Comme la somme sur tous les niveaux exprimée par l'équation 5.11 a pour effet de coupler tous les niveaux de toutes les espèces atomiques, la procédure de minimisation devient techniquement inutilisable à cause du trop grand nombre d'équations à résoudre simultanément. Ainsi donc, pour simplifier le calcul, ils ont

considéré que la majorité des atomes perturbateurs étaient dans leur état fondamental, et n'ont conservé dans la somme que le premier terme (*Low-Excitation Approximation*). Toutefois, notre version hybride ne requiert pas l'utilisation de la procédure de minimisation; ceci permet alors de calculer exactement, c'est-à-dire en incluant tous les niveaux atomiques, la contribution de chaque espèce à w_{ij} (neutre).

5.2.2 Perturbations par les particules chargées

La technique habituellement employée pour étudier l'interaction de particules chargées est de considérer que le potentiel de Coulomb est blindé par la présence d'autres particules chargées dans le voisinage immédiat de l'atome (*Static Screened Coulomb Potential* ou potentiel de Debye). La présence de ces particules (ions ou électrons libres) à l'intérieur de l'orbite d'un électron lié a pour effet de neutraliser le potentiel central de l'atome, et ainsi faciliter son ionisation. La solution de l'équation de Schrödinger avec un tel potentiel donne les résultats suivants: à mesure que la densité d'électrons augmente, l'énergie de chaque niveau est graduellement augmentée par rapport à celle du niveau fondamental; chaque niveau traverse un par un la barrière de potentiel d'ionisation, provoquant ainsi l'ionisation de l'atome. Le dernier niveau lié est donné par (Rogers, Graboske, et Harwood 1970)

$$n_{\max} = \left[-0.1045 + 1.2701 \left(\frac{DZ_a}{a_0} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5.13)$$

où Z_a est la charge nucléaire de l'atome, et D est la longueur de Debye donnée par

$$D = \left[\left(\frac{4\pi}{kT} \right) \sum_j N_j Z_j^2 e^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (5.14)$$

où la somme est prise sur toutes les particules chargées.

Hummer et Mihalas critiquent fortement l'utilisation du potentiel de Debye. Sans rentrer dans tous les détails de leurs arguments, notons qu'une simple considération du temps caractéristique de réaction du plasma montre que ce potentiel ne peut s'appliquer qu'aux niveaux les plus excités. De plus, la solution de l'équation de Schrödinger avec un potentiel de Debye prédit des déplacements de la longueur d'onde des raies spectrales beaucoup plus grands que ceux observés (Wiese, Kelleher, et Paquette 1972).

Hummer et Mihalas ont préféré l'approche suivante. L'électron d'un niveau atomique se trouve perturbé par la présence d'un champ électrique provenant d'un ensemble de particules distribuées aléatoirement. Si le champ électrique devient plus grand qu'une certaine valeur critique F_{crit} , l'électron est arraché. La probabilité que cet électron reste lié à l'atome est donc donnée par la probabilité que l'ensemble des particules chargées génère un champ électrique total plus faible que F_{crit} , ou encore

$$w_{ij}(\text{chargé}) = Q(\beta_{\text{crit}}) = \int_0^{\beta_{\text{crit}}} W(\beta) d\beta \quad (5.15)$$

où $W(\beta)$ est la distribution de Holtsmark (équation 4.31) pour un champ électrique réduit

$$\beta = \frac{F}{F_0} . \quad (5.16)$$

Une expression analytique approchée de l'intégrale $Q(\beta)$ est donnée dans Hummer (1986). Le terme F_0 représente le champ électrique moyen issu de l'ensemble des particules chargées. Si le plasma ne contient qu'un seul type de particules de charge Z_p et de densité N_p , F_0 s'exprime alors

$$F_0 = Z_p \left(\frac{4\pi N_p}{3} \right)^{\frac{2}{3}} a_0^2 . \quad (5.17)$$

Pour tenir compte simultanément des différentes espèces présentes, les charges positives sont redistribuées également sur tous les ions, de telle sorte que chaque ion aura une charge moyenne

$$\bar{Z}_p = \frac{N_e}{N_{ion}} \quad (5.18)$$

où

$$N_e = \sum_Z N_Z Z , \quad (5.19)$$

et

$$N_p = N_{ion} = \sum_Z N_Z . \quad (5.20)$$

La valeur critique du champ électrique pouvant ioniser l'électron du niveau n est calculée dans l'approximation d'un champ uniforme (Unsöld 1948), et s'exprime en *unités atomiques*

$$F_{\text{crit}} = K_n \frac{X_n^2}{4Z_a^2} \quad (\text{u.a.}) \quad (5.21)$$

où Z_a et X_n sont respectivement la charge du noyau atomique et l'énergie d'ionisation du niveau n de l'atome perturbé, et K_n est une correction quantique au traitement original de Unsöld. En unité atomique le potentiel hydrogéoïde s'écrit simplement

$$X_n = \frac{Z_a^2}{2n^2} \quad (\text{u.a.}) \quad (5.22)$$

La correction quantique est calculée par Hummer et Mihalas (1988), et s'exprime

$$K_n = 1 \quad (n \leq 3) \quad (5.23)$$

et

$$K_n = \frac{16}{3} \left[\frac{n}{n+1} \right]^2 \frac{n^{7/6}}{n^{2+n+1/2}} \quad (n \geq 3) \quad (5.24)$$

Finalement, en combinant les équations 5.15 à 5.21, on peut réécrire d'une façon compacte la probabilité d'occupation d'un niveau n perturbé par une distribution de particules chargées,

$$w_n(\text{chargé}) = Q \left[\frac{K_n X_n^2}{4Z_a^2 a_0^2} \left(\frac{4\pi N_e}{3} \right)^{-2/3} \left(\frac{N_{\text{ion}}}{N_e} \right)^{1/3} \right] \quad (5.25)$$

Hummer et Mihalas ont montré que ce traitement contient les processus dominants de perturbations par les particules chargées dans la plupart des contextes astrophysiques. Finalement, afin d'utiliser ce résultat dans le contexte de la technique de minimisation de l'énergie libre, ils ont développé une expression linéarisée de l'équation 5.25. Cette équation linéarisée (voir leur équation 4.70) reproduit bien la probabilité d'occupation des niveaux peu excités, mais sous-estime par des ordres de grandeur celles des niveaux plus excités. Cette approximation supplémentaire n'est pas nécessaire dans notre version hybride du calcul des populations, et l'équation 5.25 peut être calculée exactement.

La probabilité d'occupation totale, en tenant compte à la fois des particules neutres et chargées, s'exprime alors comme

$$w_{ij} = w_{ij}(\text{neutre}) \times w_{ij}(\text{chargé}) \quad . \quad (5.26)$$

Comme nous sommes intéressés surtout aux raies de Balmer, le traitement de Hummer-Mihalas n'est appliqué qu'à l'atome d'hydrogène dans nos calculs. La procédure est donc la même que celle décrite à la section §5.1, à l'exception que l'équation 5.4 est modifiée à l'aide de la probabilité d'occupation du niveau n ,

$$N_H(n) = w_n N_p N_e 2n^2 C_I T^{-\frac{3}{2}} \exp\left(\frac{\chi_H^I}{n^2 kT}\right) \quad . \quad (5.27)$$

Comme la probabilité d'occupation dépend elle-même des $N_H(n)$, on calcule d'abord une première approximation des populations avec $w_n=1$;

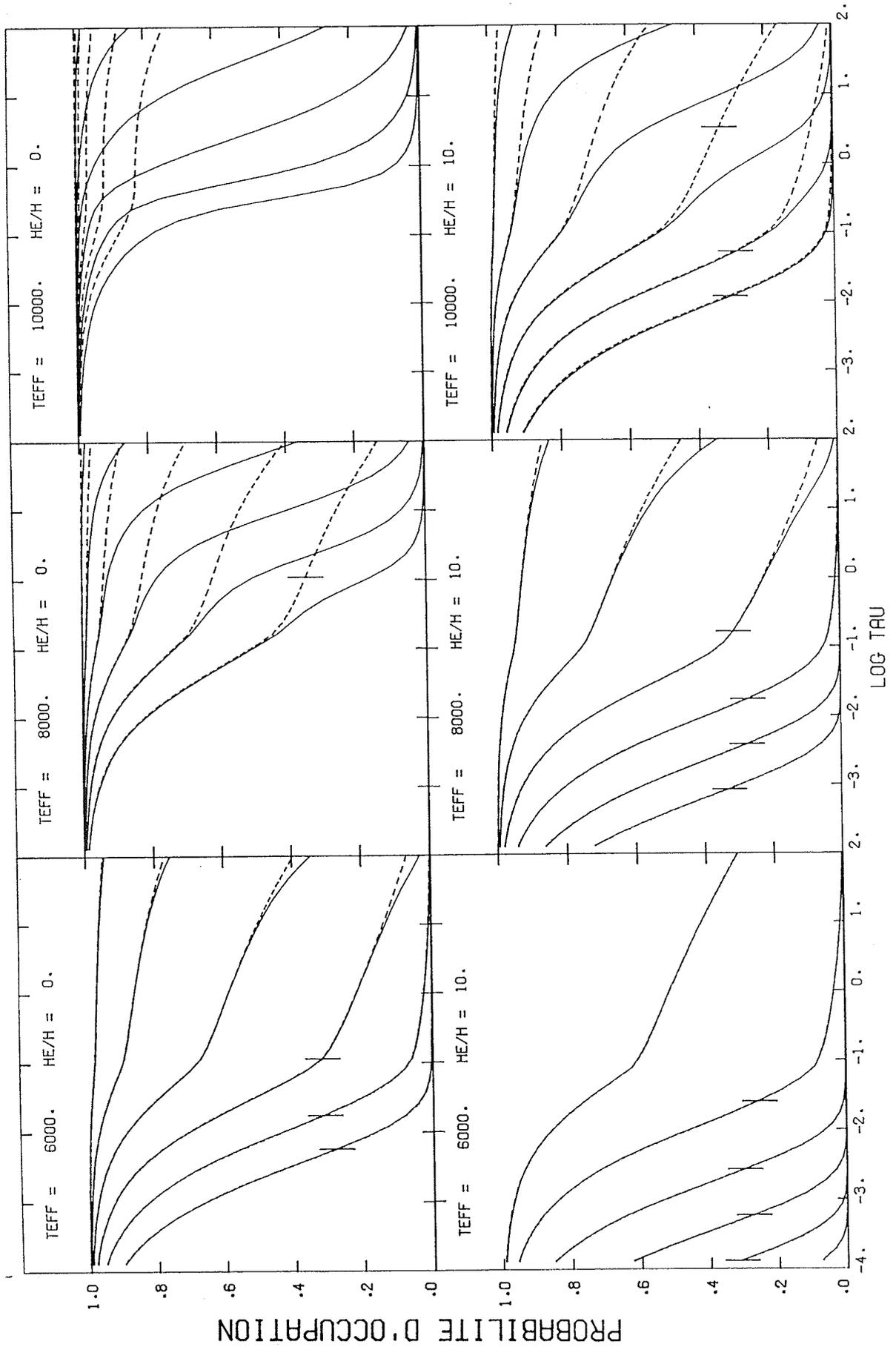
cette première approximation est alors réutilisée pour calculer w_n . La procédure est itérée un certain nombre de fois (~ 4) jusqu'à ce que les populations des niveaux ne varient plus.

5.2.3 Comparaison des probabilités d'occupation

La Figure 19 illustre le comportement de la probabilité d'occupation pour les niveaux 3 à 8 de l'atome d'hydrogène, dans des modèles d'atmosphères couvrant un large domaine de températures et de densités. Le trait plein indique la probabilité d'occupation totale (neutre+chargé), alors que le trait en tirets ne tient compte que de la composante neutre. La profondeur optique où le formalisme de sphères dures de Wehrse détruit le niveau est indiqué par un trait vertical sur chaque courbe en tirets. D'une façon générale, on remarque que les niveaux les plus excités sont plus fortement perturbés que les niveaux inférieurs. Dans la plupart des modèles, le niveau $n=3$, et par conséquent les niveaux inférieurs, ne sont jamais perturbés où que ce soit dans l'atmosphère. Ceci implique que les raies de Balmer seront principalement influencées par la perturbation du niveau supérieur de la transition. De plus, on s'attend à ce que le profil de la raie H_α ne soit pas affecté par le formalisme de Hummer-Mihalas.

Aux basses températures, le formalisme de probabilité d'occupation est évidemment dominé par l'interaction avec les particules neutres. Dans ce cas, le formalisme de Wehrse correspond approximativement au point où $w_{ij} \sim e^{-1}$ car les deux formalismes utilisent sensiblement le même modèle de sphères dures. Aux hautes températures, la contribution des

Figure 19 Comportement de la probabilité d'occupation des niveaux atomiques, en fonction de la profondeur optique des modèles d'atmosphères. Les probabilités d'occupation sont calculées pour les niveaux $n = 3$ à 8 (en partant du haut sur chaque panneau). Le trait plein indique la probabilité d'occupation totale (neutre+chargé), alors que le trait en tirets ne tient compte que de la composante neutre. La profondeur optique où le formalisme de Wehrse détruit le niveau est indiquée par un trait vertical.



sphères chargées devient importante, spécialement dans les modèles riches en hydrogène. Dans ces modèles chauds, la présence de l'hélium contribue surtout à la composante neutre. On note aussi le comportement abrupte de la probabilité d'occupation des modèles riches en hélium, comparé à ceux riches en hydrogène. Cette différence de comportement est l'essence même du principe qui nous permettra de déterminer l'abondance d'hélium dans les naines blanches froides de type DA.

5.3 Calcul de l'opacité des raies et de l'opacité pseudo-continue

5.3.1 Formalisme de Inglis-Teller

À mesure que l'on monte dans la série des raies spectrales issues d'un même niveau inférieur, le phénomène de recouvrement des raies devient de plus en plus important car i) la différence en longueur d'onde entre deux raies successives diminue, et ii) l'élargissement Stark augmente avec le nombre quantique supérieur de la transition (voir la Figure 1 de Underhill et Waddell 1959). Ces deux particularités font que la superposition des raies se confond en un pseudo-continu qui converge vers le saut d'ionisation du niveau inférieur. Ce phénomène est observé dans les spectres de naines blanches quand les raies de la série de Balmer convergent vers le côté rouge du saut de Balmer.

Inglis et Teller (1939) ont été les premiers à considérer ce problème. Ils ont calculé la première transition dont l'élargissement Stark est tel que la raie correspondante se confond avec la suivante. La différence en longueur d'onde entre deux raies successives de la série convergente de l'atome d'hydrogène peut être approximée par

$$\Delta\lambda(n) = \frac{hc}{2} \frac{n^3}{X_H} \quad (5.28)$$

où n représente le niveau supérieur de la transition. Pour cette même transition, on calcule le déplacement maximum de la dernière composante Stark $\Delta\lambda_{\max}$. La première raie considérée invisible est celle pour laquelle $\Delta\lambda_{\max} > \Delta\lambda(n)/2$. La solution de ce problème fournit le niveau quantique supérieur n_{\max} de la dernière raie visible. La technique consiste à calculer explicitement l'opacité de type lié-lié pour les niveaux $n < n_{\max}$; le niveau $n = n_{\max}$ est calculé comme une opacité de type lié-libre avec une section efficace évaluée à la fréquence d'ionisation du niveau inférieur. L'opacité calculée ainsi produit une opacité pseudo-continue qui s'étend au-delà de la fréquence d'ionisation. Cette technique est couramment utilisée dans les spectres synthétiques pour imiter la convergence de la série (par exemple Kurucz 1970).

L'expression générale pour le dernier niveau est de la forme

$$n_{\max} = \frac{C_0}{N_e^{1/2}} \quad (5.29)$$

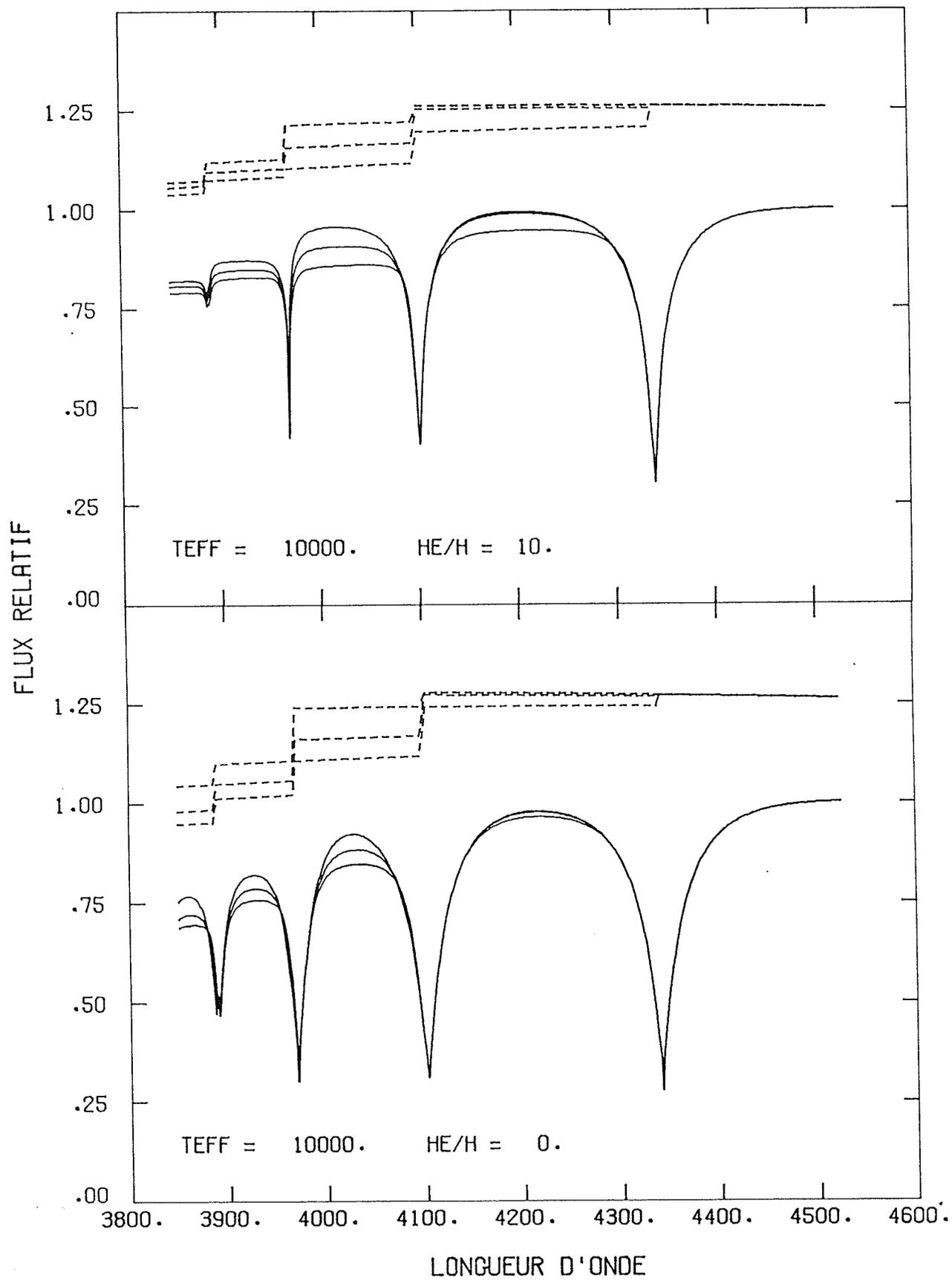
où C_0 est une constante numérique qui varie selon le niveau d'approximation de l'élargissement Stark utilisé. Dans la littérature, on

retrouve les valeurs suivantes pour C_0 : 1263 (Inglis et Teller 1939), 1022 (Griem 1964), 1100 (Kurucz 1970), et 1355 (Lang 1980). Afin d'illustrer l'incertitude sur cette constante, un ensemble de spectres synthétiques a été calculé avec différentes valeurs de C_0 . La Figure 20 montre des spectres calculés avec les constantes (de bas en haut) 1200, 1100, et 1000. Les courbes en tirets représentent les mêmes spectres décalés arbitrairement de 0.25 vers le haut, mais cette fois-ci en omettant l'opacité des raies. Ceci permet de bien voir les régions entre les raies où l'opacité pseudo-continue domine sur l'opacité des ailes. Il est évident à la lumière de cette figure qu'une légère incertitude sur C_0 produit de grandes incertitudes sur les raies supérieures à H_γ . De plus, quand l'opacité des raies d'hydrogène devient moins importante ($\text{He}/\text{H}=10$), le spectre a une allure discontinue en forme d'escalier. Comme ces raies sont souvent utilisées pour déterminer la gravité, ou encore l'abondance d'hélium, il est important de se définir un meilleur traitement de l'opacité pseudo-continue.

5.3.2 Formalisme de Hummer-Mihalas

Dans le cadre du formalisme de Hummer-Mihalas, les opacités des raies et du pseudo-continu sont traitées de façon rigoureuse et self-consistante (Däppen, Anderson, et Mihalas 1988). Les transitions atomiques sont divisées en trois catégories distinctes. La première catégorie comprend les transitions du type lié-lié, où l'électron d'un niveau inférieur i , dont la probabilité d'occupation est w_i , effectue une transition vers un niveau supérieur j , dont la probabilité correspondante est w_j . Une considération du bilan détaillé entre les taux d'absorptions

Figure 20 Comparaison des spectres synthétiques des raies H_γ à H_β calculés avec le formalisme de Inglis-Teller. La contribution du pseudo-continu est aussi illustrée en négligeant l'opacité des raies. Pour chaque modèle, les spectres sont calculés en variant la valeur de la constante utilisée dans ce formalisme; les valeurs illustrées sont (en partant du haut) 1000, 1100, et 1200.



et les taux d'émissions spontanées et stimulées permet de trouver une expression pour l'opacité monochromatique associée à cette transition. Cette expression s'écrit

$$\chi_{ij}(\nu) = \frac{w_j}{w_i} N_i \alpha_{ij}(\nu) (1 - e^{-h\nu/kT}) . \quad (5.30)$$

Cette expression est similaire à l'équation 4.1, mais cette fois-ci, elle est pondérée par les probabilités d'occupation des niveaux inférieurs et supérieurs de la transition. Comme $w_i > w_j$, le facteur de pondération est toujours plus petit que l'unité. Ainsi, lorsque la probabilité d'occupation du niveau supérieur devient beaucoup plus faible que celle du niveau inférieur ($w_j \ll w_i$), l'opacité monochromatique de la transition se trouve considérablement réduite. Ce traitement assure une disparition graduelle de la raie à mesure que la perturbation du niveau supérieur augmente.

La deuxième catégorie comprend les transitions du type lié-libre, où l'électron d'un niveau inférieur absorbe un photon d'énergie supérieure à l'énergie d'ionisation de ce niveau.

Enfin, la troisième catégorie comprend les transitions de type lié-libre des niveaux dissolus. Ce type de transitions survient quand l'électron d'un niveau inférieur n_i absorbe un photon d'énergie $h\nu$, et effectue une transition vers un niveau supérieur n_j suffisamment perturbé pour que l'atome s'ionise. La probabilité d'ionisation à partir de ce niveau supérieur est $1 - w_j$. Comme l'énergie du photon incident ne correspond pas nécessairement à l'énergie entre les deux niveaux, nous adoptons la recette suivante. Pour l'atome d'hydrogène, l'absorption d'un

photon d'énergie $h\nu$ se fait à partir d'un niveau n_i jusqu'à un niveau n^* , défini comme

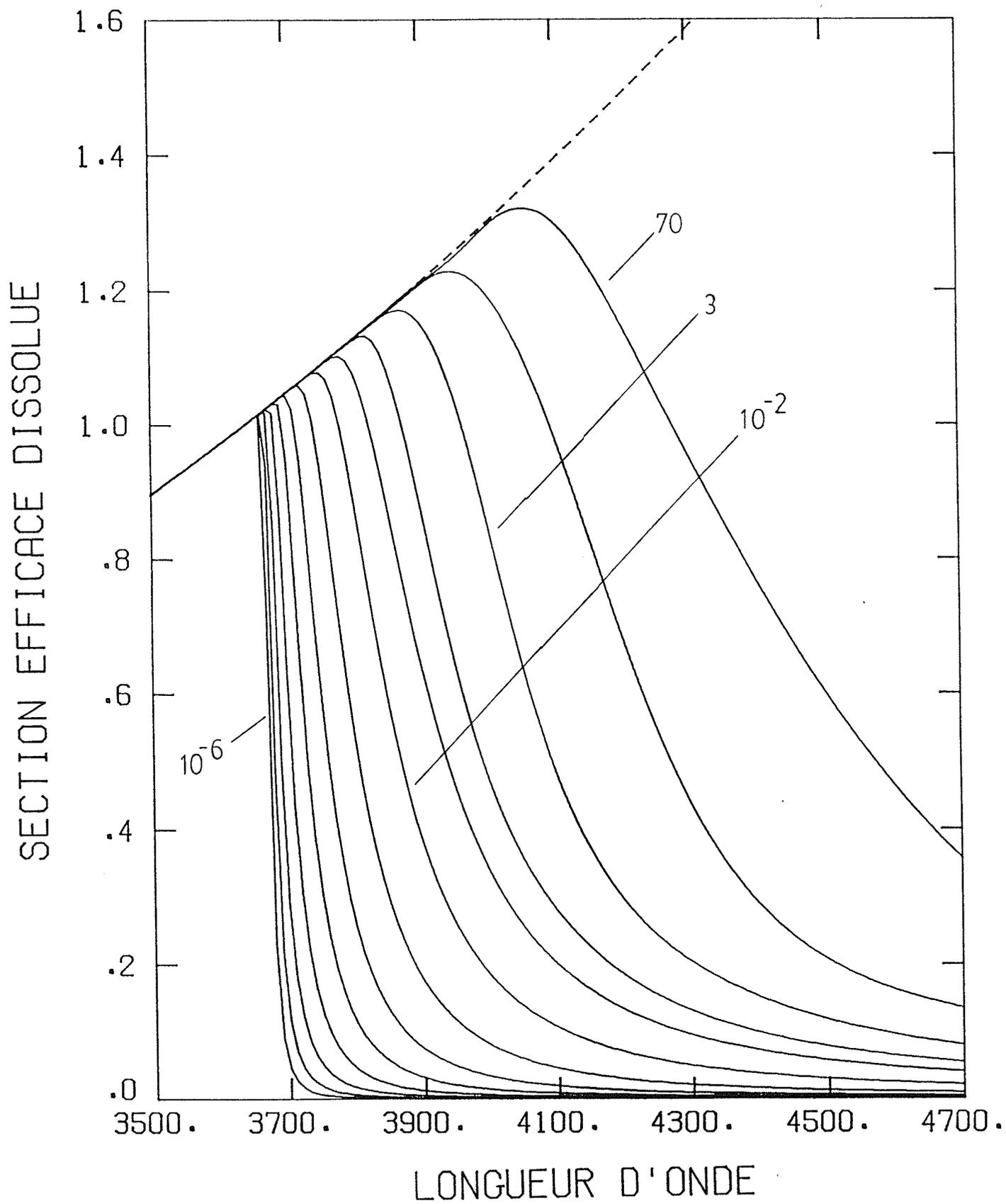
$$n^* = \left[\frac{1}{n_i^2} - \frac{h\nu}{X_H^I} \right]^{-\frac{1}{2}} . \quad (5.31)$$

Ce nombre quantique est fictif à moins d'être entier. Il permet cependant de définir une probabilité d'occupation associée à ce niveau fictif, w_{n^*} , en interpolant à partir des probabilités d'occupation des niveaux réels de l'atome. On définit ensuite la fraction de dissolution, $D_i(\nu)$, comme la fraction d'atomes dans le niveau n_i , qui après absorption d'un photon d'énergie $h\nu$, se retrouvent ionisés. Selon les considérations précédentes, cette fraction s'exprime

$$D_i(\nu) = \frac{w_i - w_{n^*}}{w_i} . \quad (5.32)$$

L'opacité associée à ce type de transition est calculée comme une opacité de type lié-libre standard, avec une section efficace extrapolée au delà de la fréquence d'ionisation du niveau inférieur. La Figure 21 illustre, dans un modèle d'atmosphère à 8000K, le comportement du produit de la section efficace d'absorption du saut de Balmer par la fraction de dissolution. La courbe en tirets représente la section efficace évaluée au delà de la fréquence de coupure, sans pondération par le facteur de dissolution. On remarque l'avancement progressif du saut d'ionisation à mesure que l'on considère des couches de plus en plus profondes. De plus, le saut n'a pas de coupure nette, mais s'estompe graduellement en formant un pseudo-continu.

Figure 21 Variation de la section efficace du saut de Balmer, modifiée par le facteur de dissolution, dans un modèle d'atmosphère à 8000K. Les différentes courbes représentent la section efficace évaluée à différentes profondeurs dans l'étoile, normalisée à la fréquence de coupure. Certaines de ces courbes ont été identifiées par leur profondeur optique moyenne de Rosseland. Le trait en tirets représente la section efficace évaluée au delà de la fréquence de coupure, sans pondération par le facteur de dissolution.



L'opacité totale s'exprime alors comme

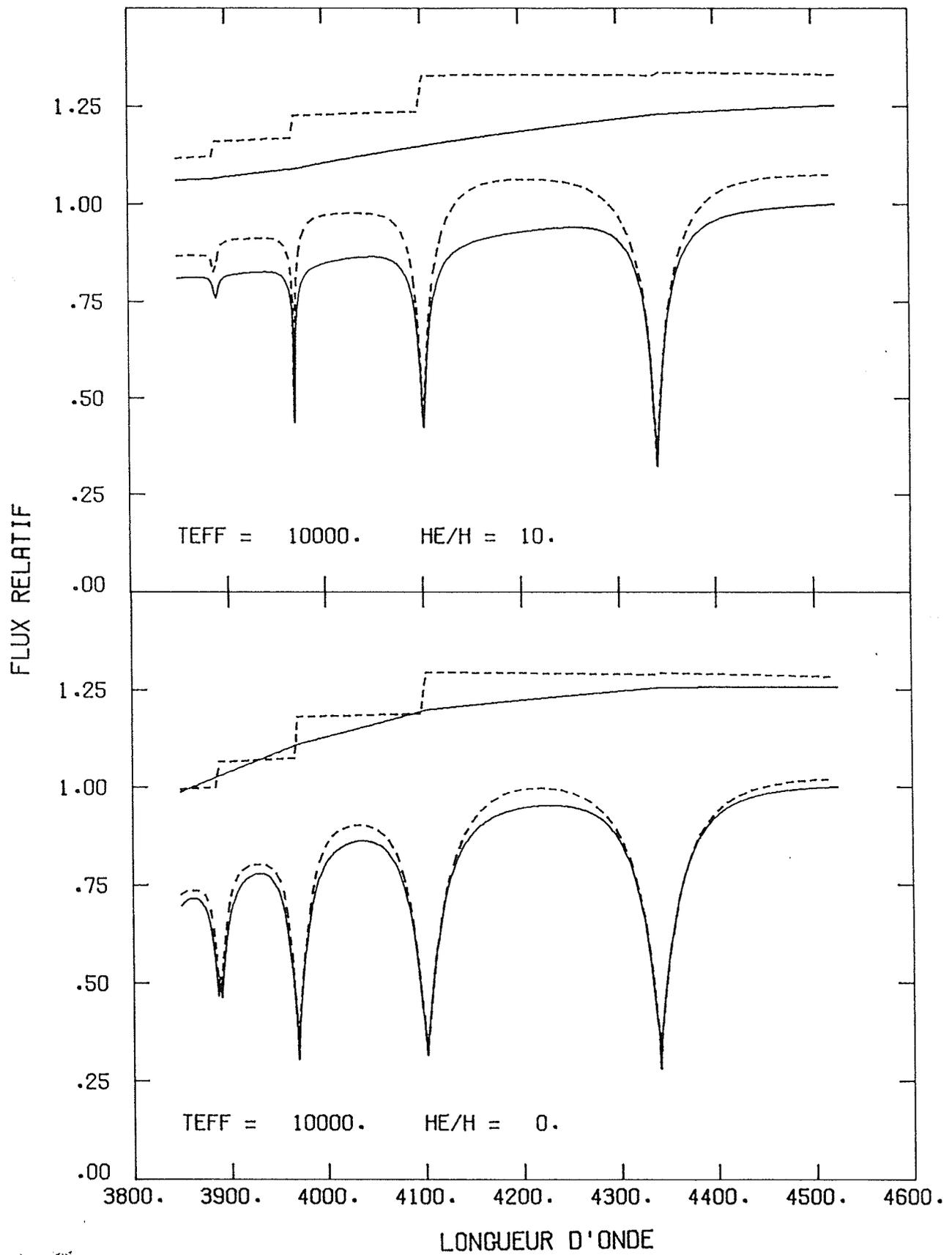
$$\chi_{IJ}(\nu) = N_I \left[\frac{w_J}{w_I} \alpha_{IJ}(\nu) + D_I(\nu) \alpha_{IK}(\nu) \right] (1 - e^{-h\nu/kT}) . \quad (5.33)$$

Il est à remarquer que l'opacité associée à la deuxième catégorie de transitions est implicitement incluse dans le facteur $D_I(\nu) \alpha_{IK}(\nu)$. Ceci correspond au cas où le nombre n^* est indéfini ($h\nu > X_H/n_i^2$); on pose dans ce cas particulier $w_{n^*} = 0$.

5.3.3 Importance de l'opacité pseudo-continue

La Figure 22 présente deux spectres typiques, dont les opacités pseudo-continues sont calculées avec les formalismes de Inglis-Teller (trait en tirets), et de Hummer-Mihalas (trait plein). Dans la partie supérieure de chaque graphique, nous montrons la contribution des flux pseudo-continus uniquement. L'opacité pseudo-continue de Hummer-Mihalas génère des flux sans discontinuités contrairement au formalisme de Inglis-Teller. Dans le modèle riche en hydrogène, la contribution de cette opacité est légèrement plus élevée dans le formalisme de Hummer-Mihalas, ce qui a pour effet de réduire le flux dans les régions où l'opacité des raies est négligeable. La différence entre les deux formalismes est toutefois plus marquée dans le modèle riche en hélium; ceci est dû au fait que le formalisme de Inglis-Teller est basé sur une interaction de particules chargées, alors que le processus dominant dans le formalisme de Hummer-Mihalas provient de la perturbation par les atomes d'hélium neutres. L'opacité pseudo-continue accrue de ce modèle riche en hélium affecte énormément le flux émergent de l'étoile.

Figure 22 Comparaison des spectres synthétiques des raies H_γ à H_β calculés avec le formalisme de Inglis-Teller (tirets), et le formalisme de Hummer-Mihalas (traits pleins). La contribution du pseudo-continu est aussi illustrée en négligeant l'opacité des raies.



La Figure 23 illustre la contribution individuelle des particules neutres et chargées sur l'opacité pseudo-continue. Les spectres ont été générés avec trois approximations différentes de la probabilité d'occupation: i) $w_n=1$ (trait pointillé), ii) $w_n=w_n(\text{chargé})$ (trait en tirets), et iii) $w_n=w_n(\text{chargé}) \times w_n(\text{neutre})$ (trait plein). Dans le modèle à 10000K, riche en hydrogène, la contribution vient exclusivement des particules chargées, alors que dans le modèle à 8000K, riche en hélium, elle est complètement dominée par les particules neutres. Les modèles plus froids, riches en hydrogène, sont peu affectés par l'un ou l'autre des types de perturbateurs.

Bien que l'effet du formalisme de Hummer-Mihalas sur les raies de Balmer soit discuté en détail dans les prochaines sections, il est intéressant de remarquer sur la Figure 23 l'effet du formalisme de probabilité d'occupation sur les raies H_e et H_g , dont un agrandissement est reproduit sur la Figure 24. Sur cette dernière figure, uniquement les cas $w_n=1$ (trait en tirets) et $w_n=w_{\text{total}}$ sont reproduits. L'effet de la présence de l'hélium sur la probabilité d'occupation est clairement visible sur ces raies. Cependant, une comparaison des spectres des modèles riches en hydrogène avec ceux riches en hélium montrent que *même avec une probabilité d'occupation unitaire, les raies affichent encore une sensibilité à l'abondance d'hélium.*

Figure 23 Comparaison des spectres synthétiques des raies H_γ à H_β calculés avec le formalisme de Hummer-Mihalas en utilisant successivement une probabilité d'occupation $w_n=1$ (trait pointillé), $w_n=w_n(\text{chargé})$ (trait en tirets), et $w_n=w_n(\text{chargé}) \times w_n(\text{neutre})$ (trait plein).

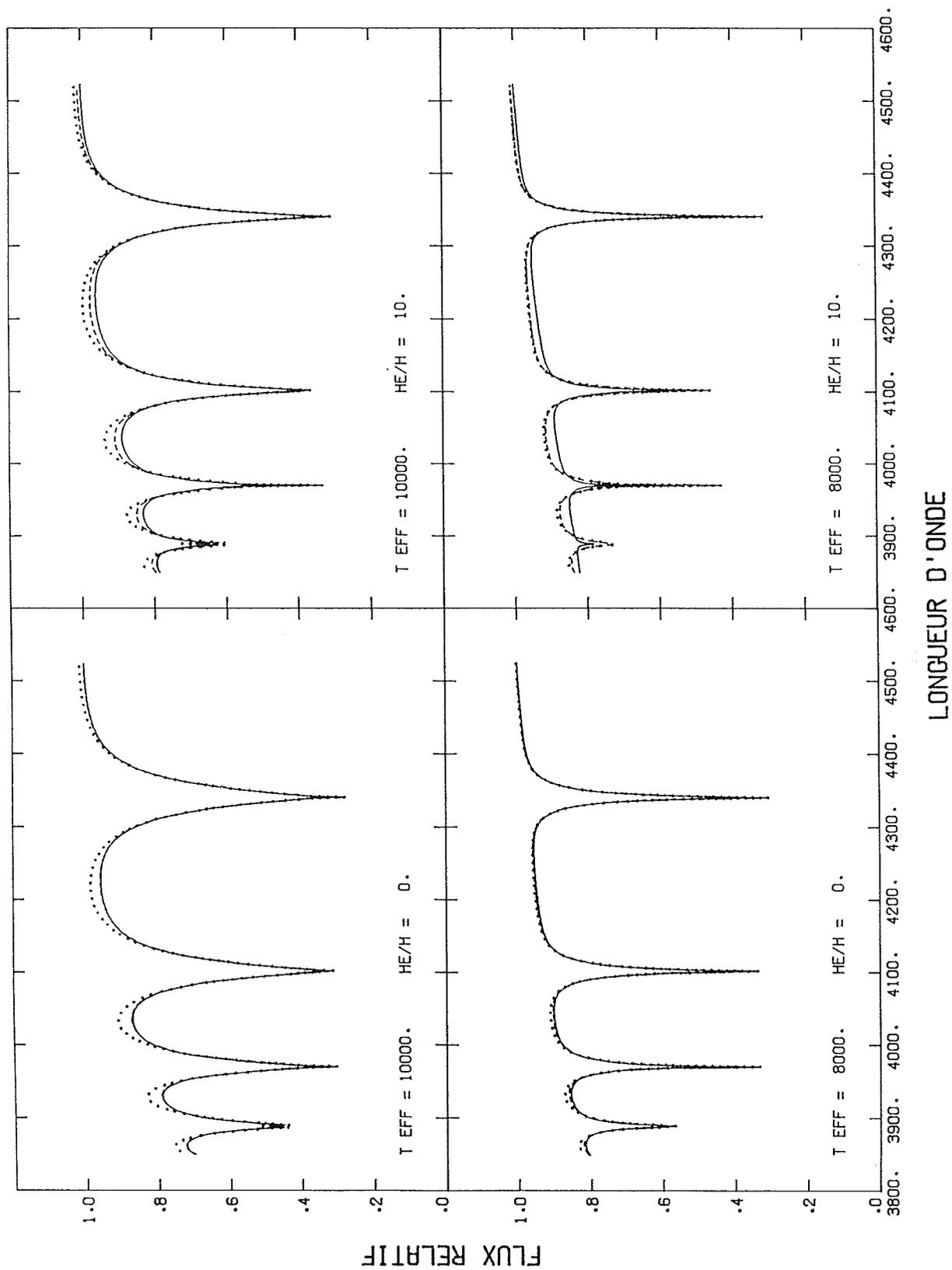
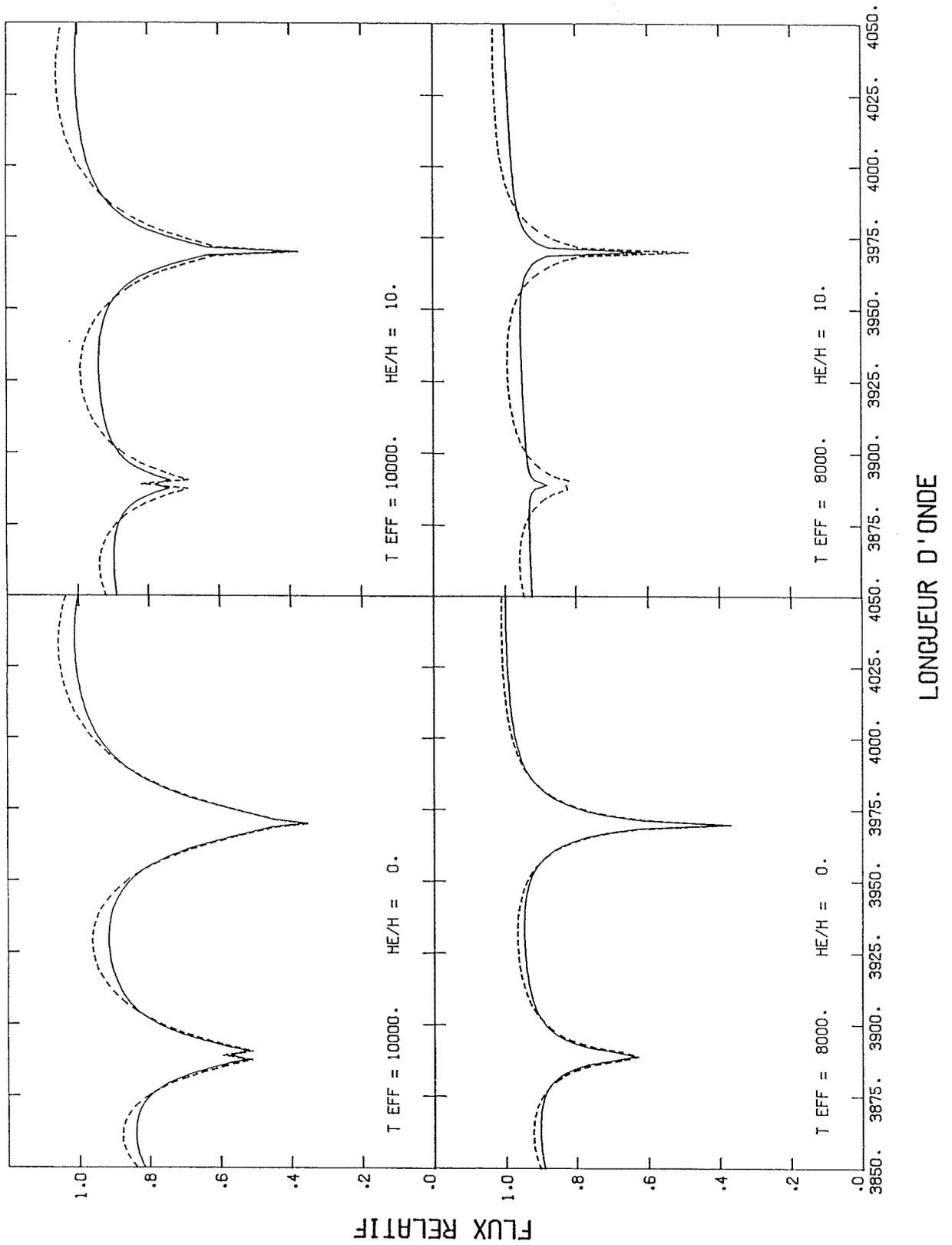


Figure 24 Agrandissement des raies H_e et H_g de la Figure 23. La probabilité d'occupation est calculée avec $w_n=1$ (trait en tirets), et $w_n=w_n(\text{chargé}) \times w_n(\text{neutre})$ (trait plein).



5.4 Exploration de l'espace des paramètres atmosphériques

Le formalisme de Hummer–Mihalas a donc été utilisé pour générer un ensemble de spectres synthétiques, couvrant les paramètres atmosphériques de la grille de modèles décrits au Chapitre 3. Nous présentons dans cette section un survol de l'effet de la variation de chacun des paramètres atmosphériques, soient la température effective, la gravité de surface, et l'abondance d'hélium.

5.4.1 Variation de la température effective

Les Figures 25 et 26 montrent les spectres synthétiques des modèles à $\log g=8.0$ et $\text{He}/\text{H}=10^{-2}$ (du point de vue spectroscopique, ces spectres sont rigoureusement équivalents aux spectres des modèles avec $\text{He}/\text{H}=0$). La bande spectrale étudiée couvre les raies H_α à H_γ . Pour les fins de discussion subséquente, nous avons aussi superposé en trait pointillé les spectres des raies H_α et H_β en négligeant l'élargissement par résonance.

Ces spectres montrent la grande sensibilité des raies de Balmer à une variation de la température effective. Une mesure de la largeur équivalente, ou mieux encore une mesure du profil de ces raies, permet donc de déterminer les températures effectives avec une grande sensibilité. La limite de détection pour les raies de Balmer se situe aux environs de 5000K. L'absence d'opacité au centre des raies H_β et H_γ dans les modèles les plus chauds est reliée au traitement approximatif de la composante centrale dans le calcul de l'élargissement Stark de

Figure 25 Variation de la température effective pour les raies H_γ à H_β des spectres synthétiques calculés à $\log g=8.0$, et $He/H=0.01$. L'ordonnée de cette figure et des figures suivantes représente le flux relatif H_ν .

LOG G = 8.0

HE/H = .01

180

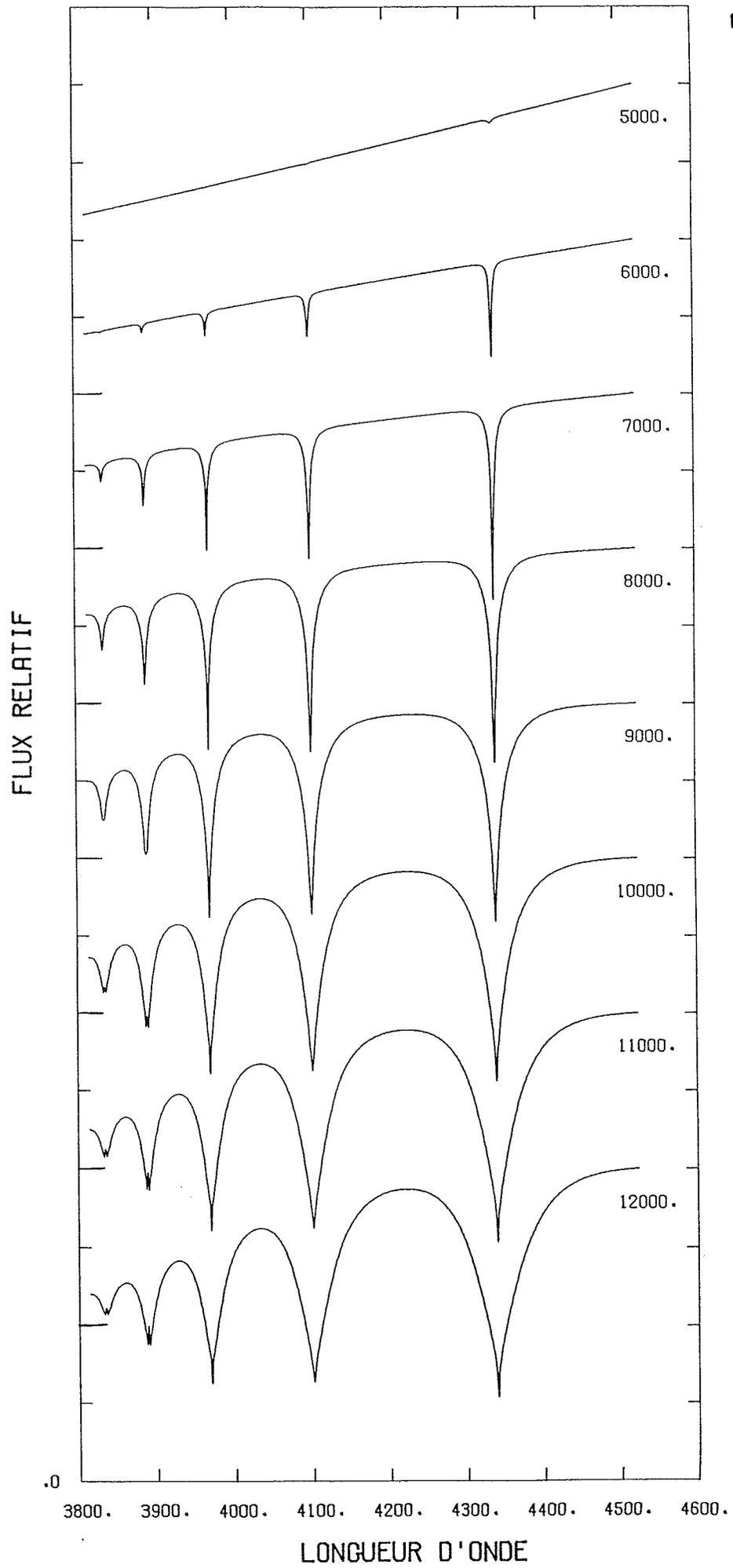
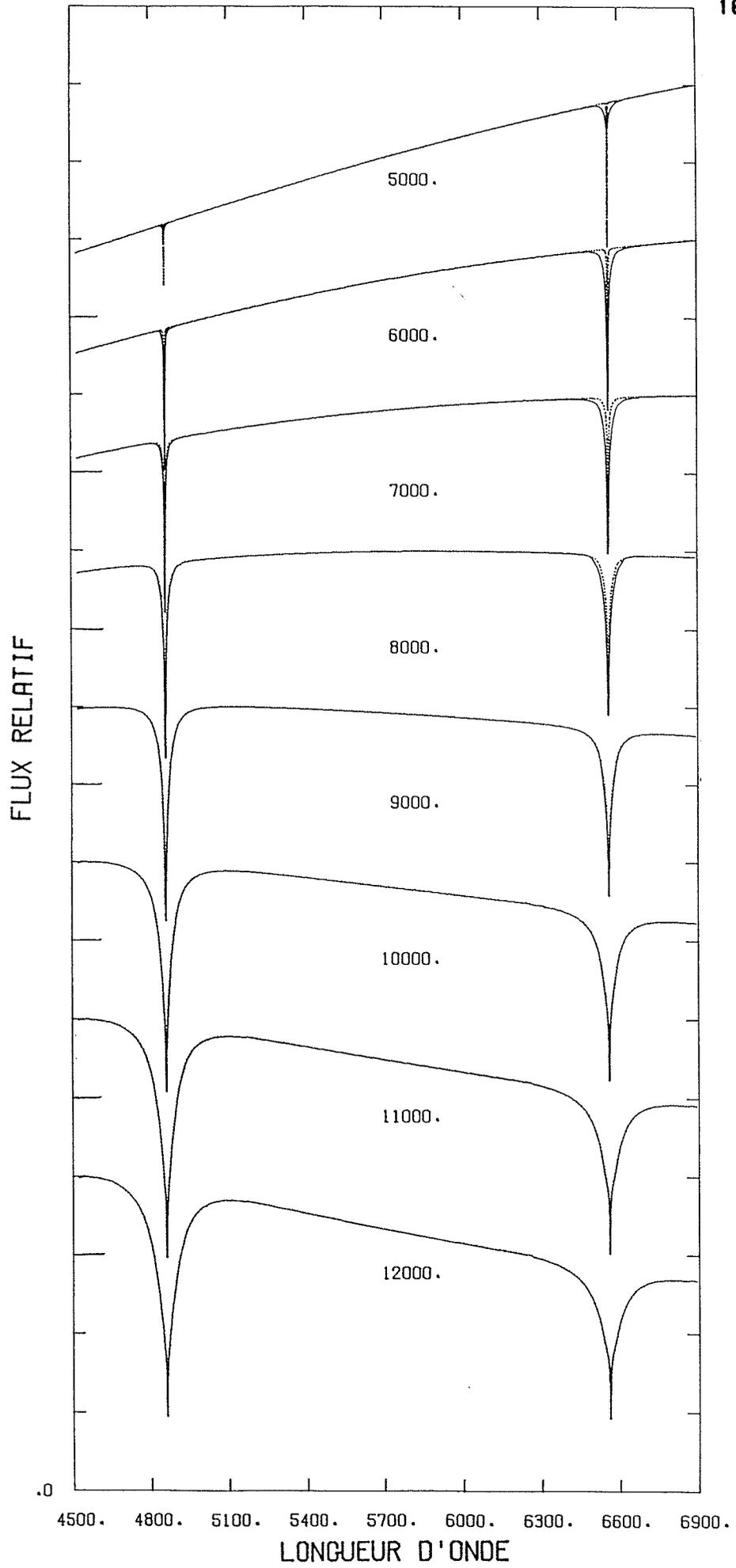


Figure 26 Variation de la température effective pour les raies H_{α} et H_{β} des spectres synthétiques calculés à $\log g=8.0$, et $He/H=0.01$. Les spectres synthétiques calculés en négligeant l'élargissement par résonance sont illustrés en pointillés.



ESW. La variation de chaque raie en fonction de la température effective est discutée en détail dans la sous-section §5.4.5.

5.4.2 Variation de la gravité de surface

Comme la gravité de surface et l'abondance d'hélium influencent davantage les raies élevées de la série de Balmer, l'accent sera dorénavant porté sur les raies H_γ à H_g . Les effets de la variation de la gravité de surface sont présentés sur la Figure 27 pour un certain nombre de températures effectives dans les modèles avec $He/H=10^{-2}$. Les effets sur les raies les plus élevées de la série de Balmer sont très marqués pour deux raisons: i) dans les modèles à haute gravité, la densité de protons et d'électrons est plus élevée, et augmente considérablement l'élargissement par pression Stark, et ii) la pression atmosphérique étant élevée, la perturbation par les particules neutres ou chargées détruit les niveaux supérieurs et réduit ainsi l'opacité de ces raies. Par conséquent, l'analyse détaillée de ces raies, particulièrement H_e à H_g , permet en principe de déterminer la gravité de surface. Les autres raies, comme on peut l'observer, sont beaucoup moins sensibles à une variation de la gravité de surface.

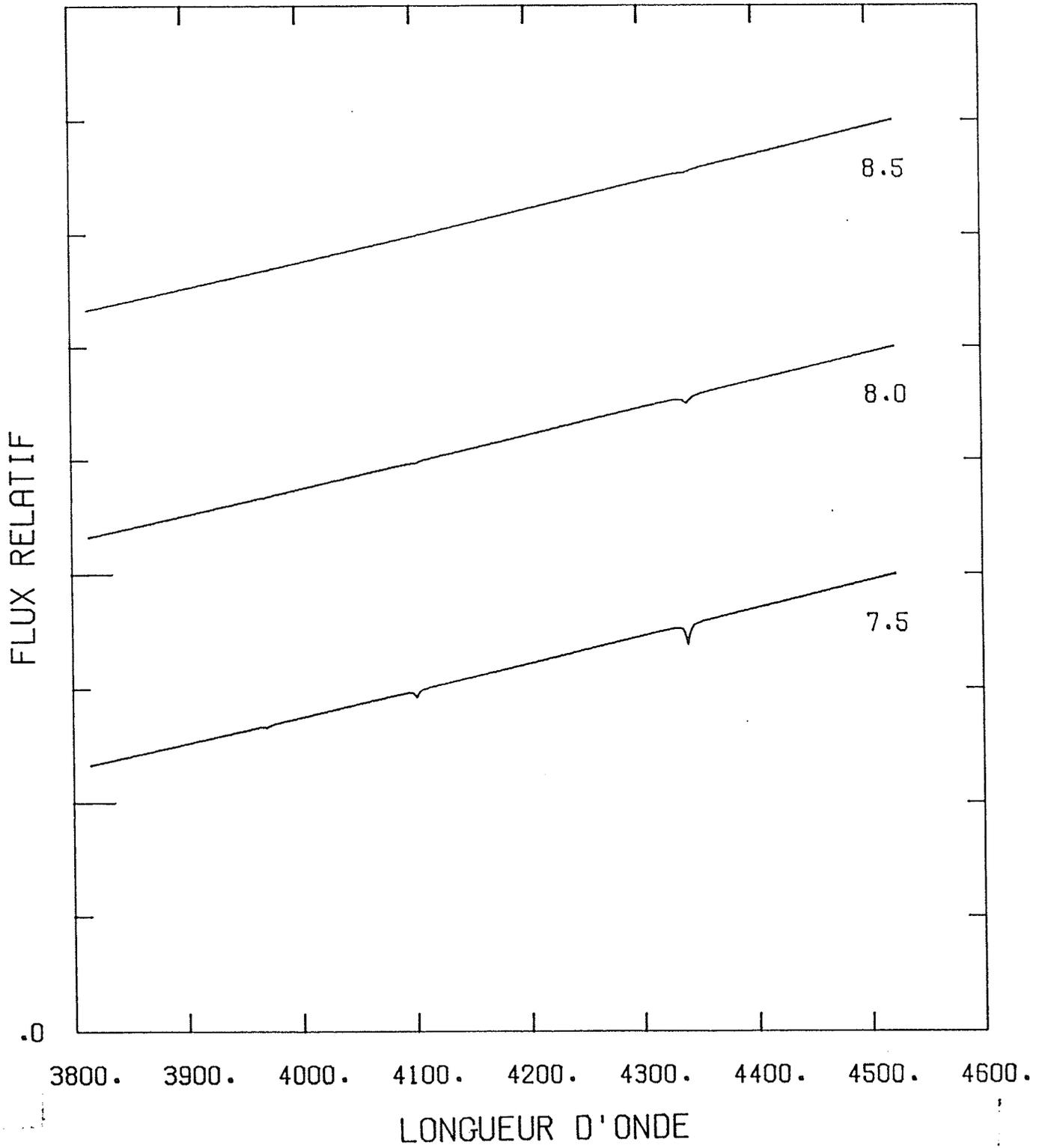
5.4.3 Variation de l'abondance d'hélium

Un comportement similaire est observé lorsque l'abondance d'hélium est modifiée. La Figure 28 montre, pour certaines températures effectives à $\log g=8.0$, la variation des raies de Balmer. L'effet observé est de même nature que pour la variation de la gravité de surface. Le

Figure 27 Variation de la gravité de surface des spectres synthétiques des raies H_γ à H_g calculés avec $He/H=0.01$, et pour différentes valeurs de la température effective.

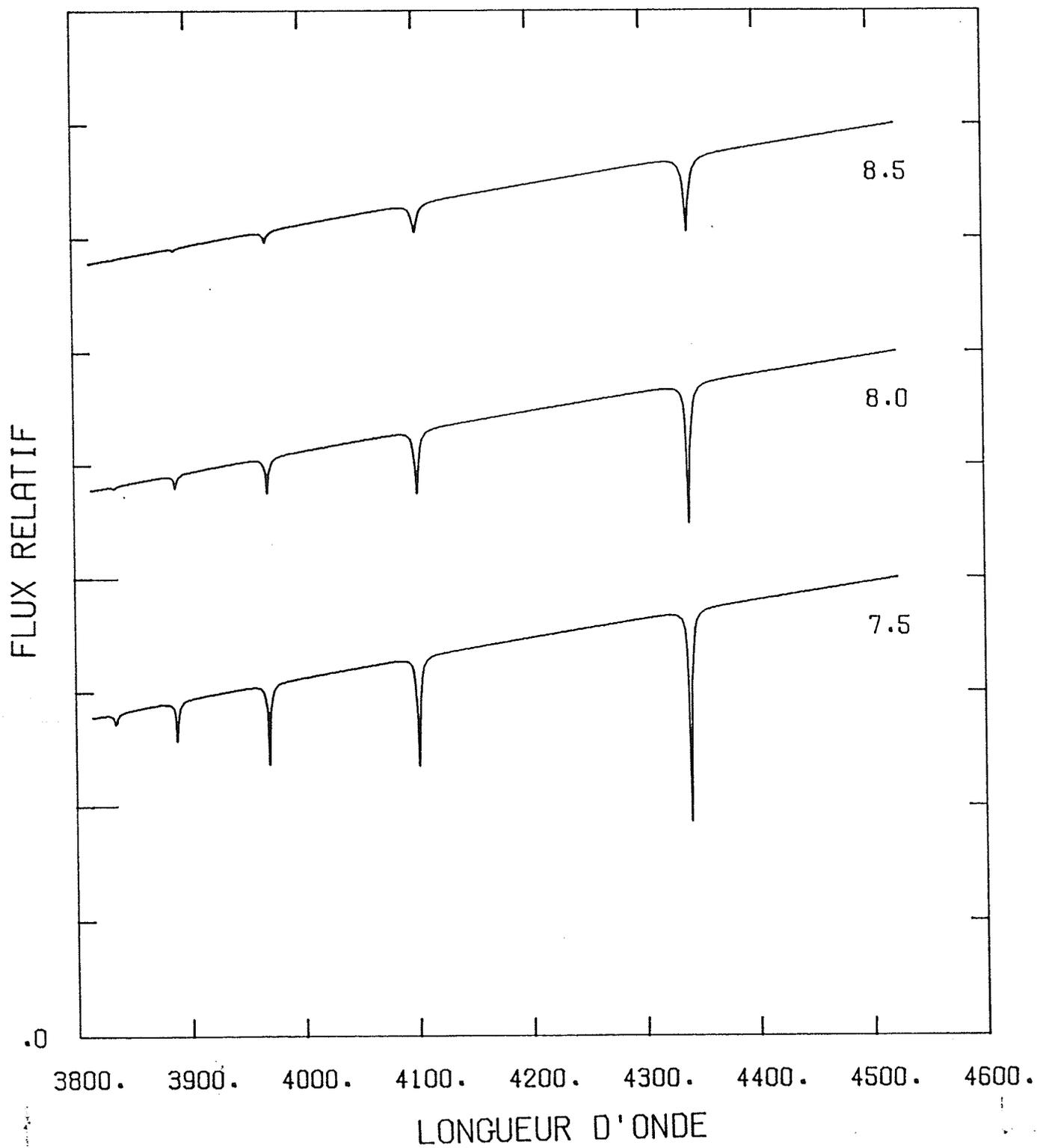
TEFF = 5000.

HE/H = .01



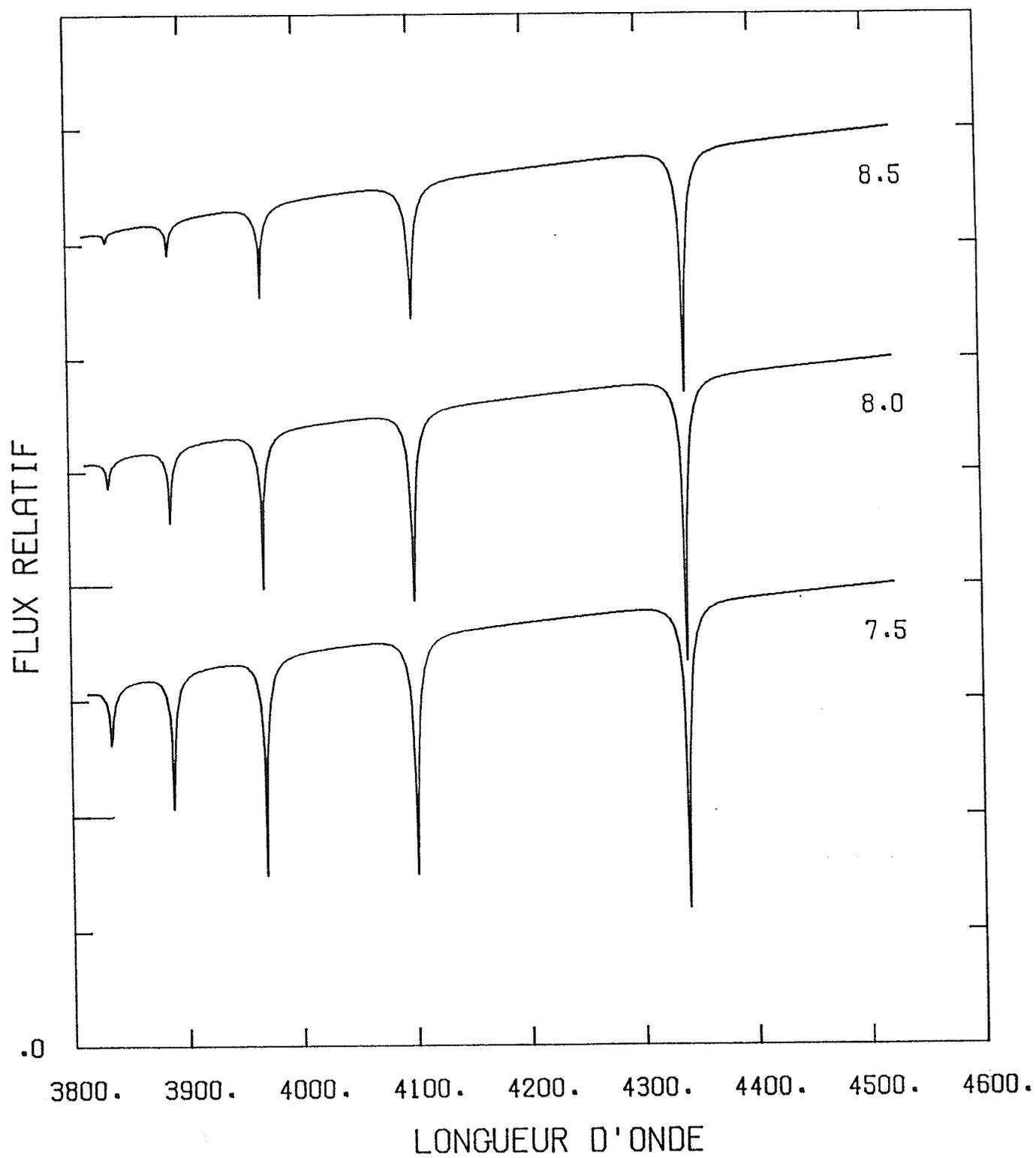
TEFF = 6000.

HE/H = .01



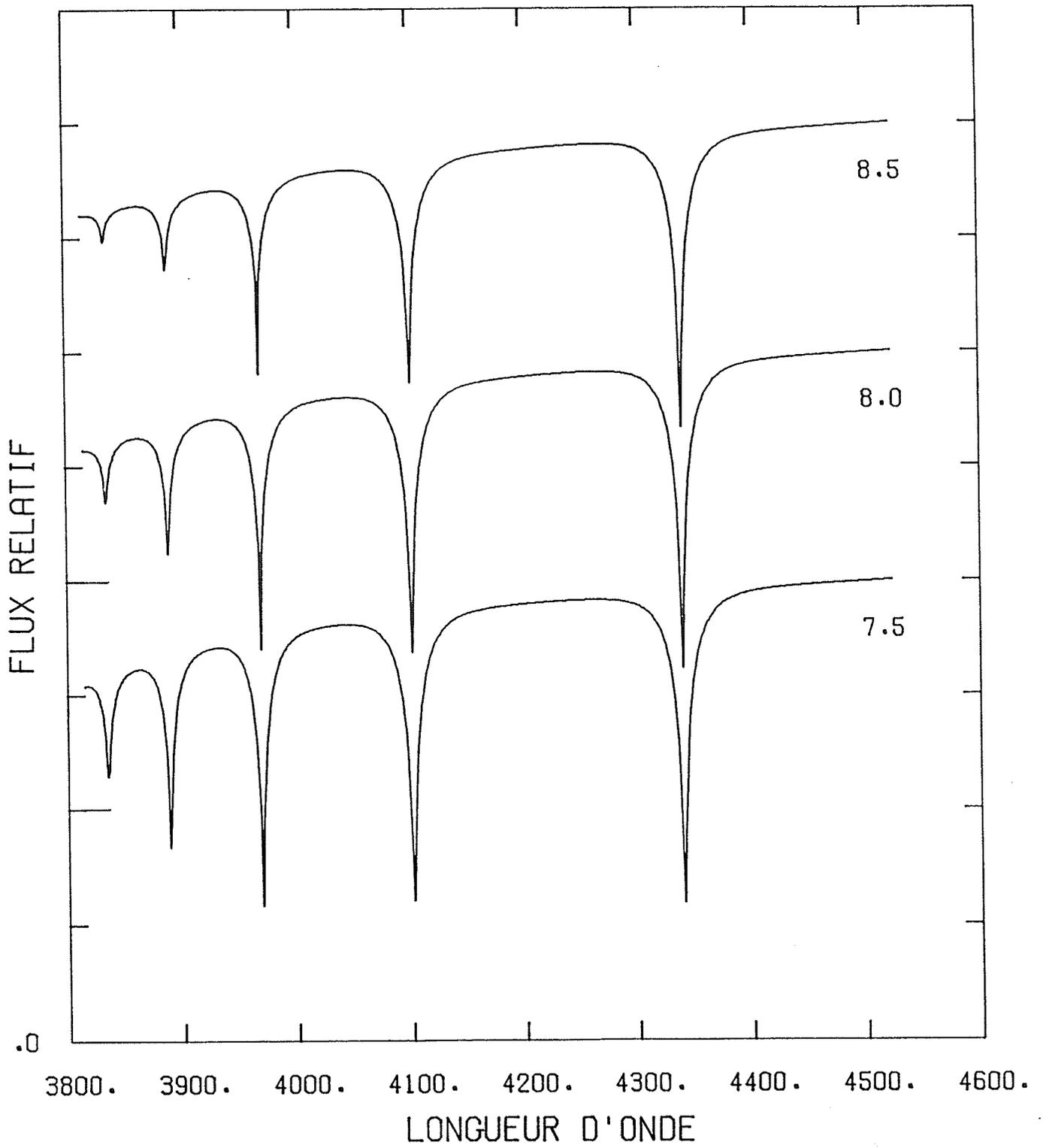
TEFF = 7000.

HE/H = .01

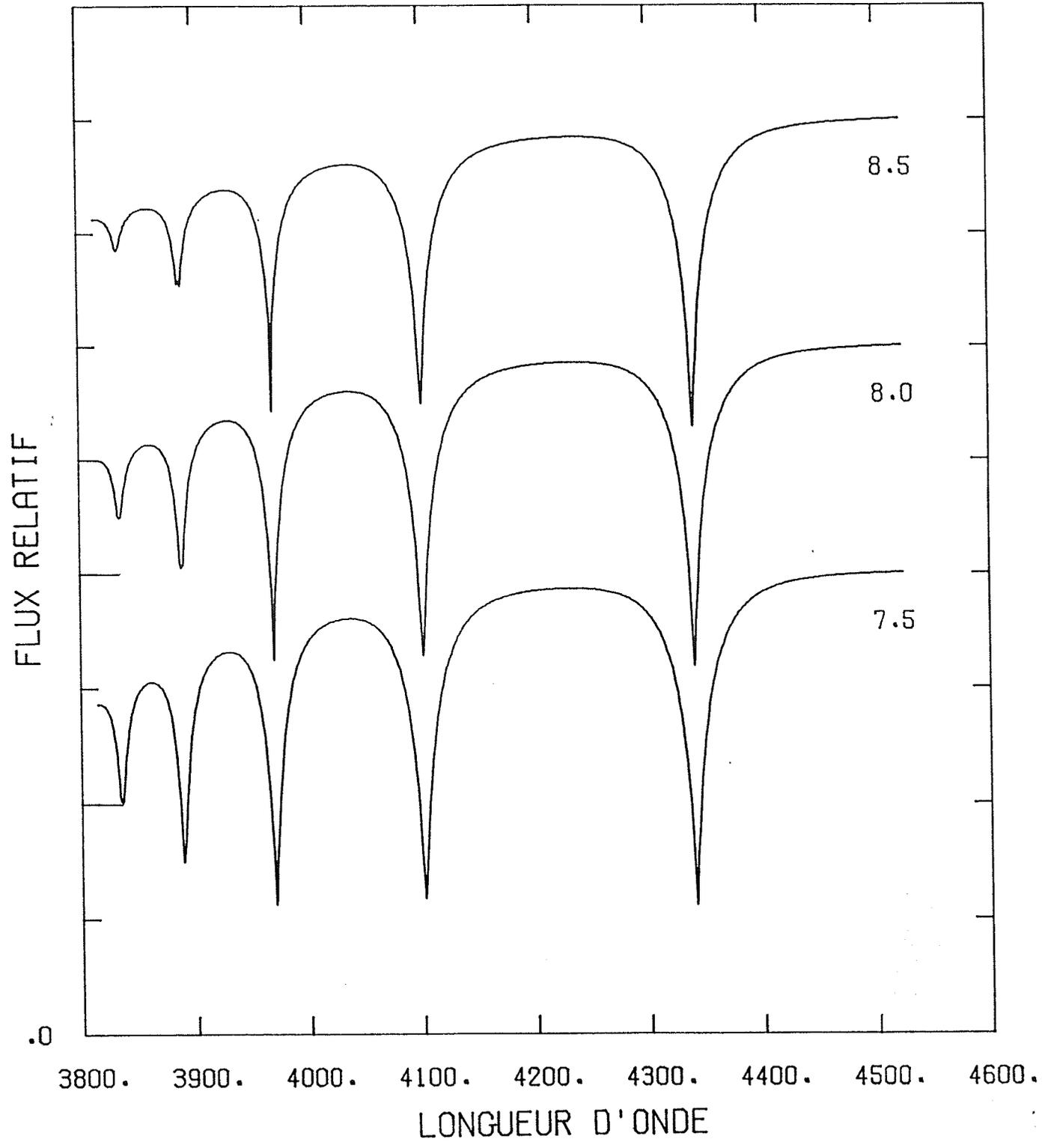


TEFF = 8000.

HE/H = .01

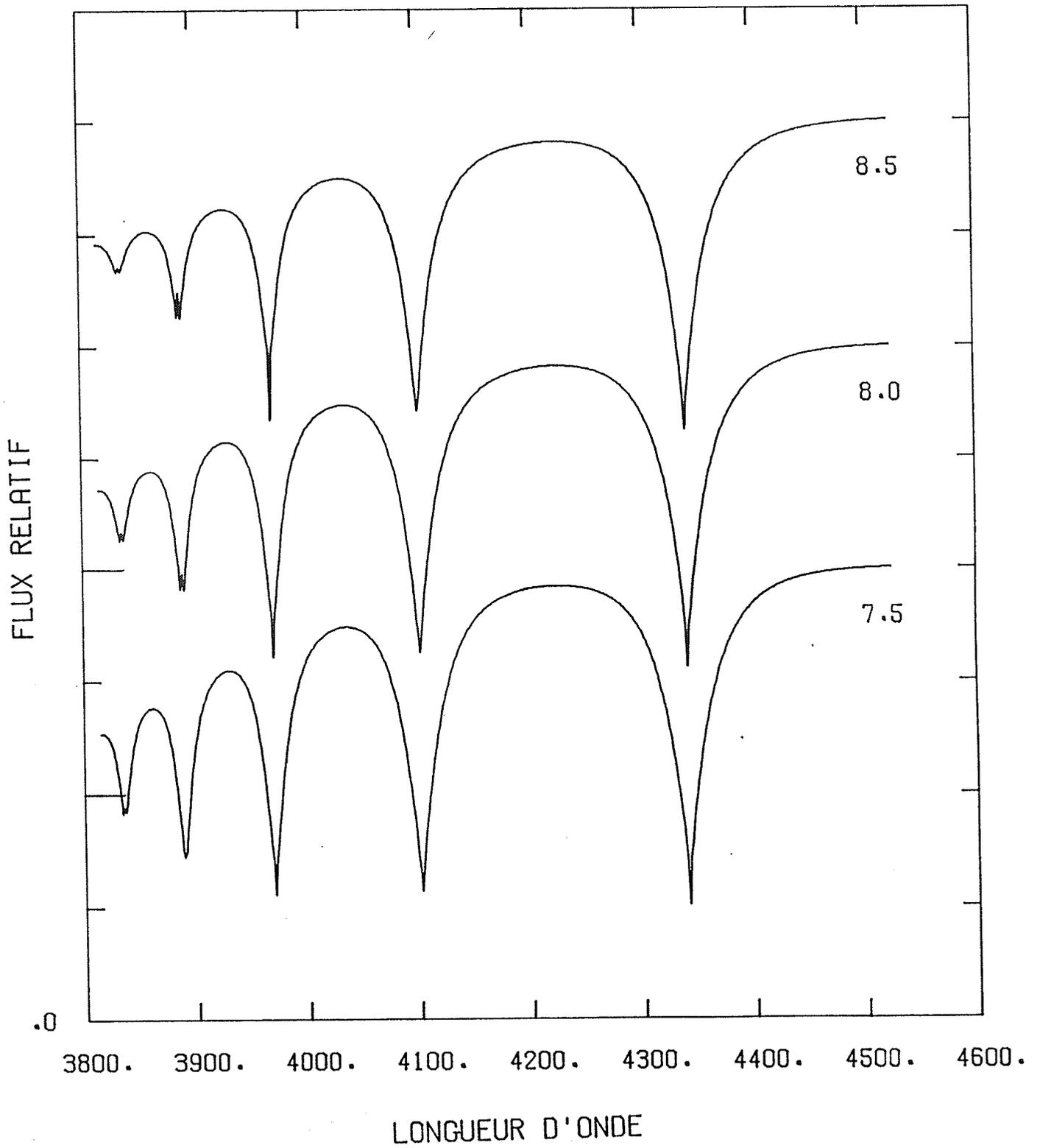


TEFF = 9000. HE/H = .01



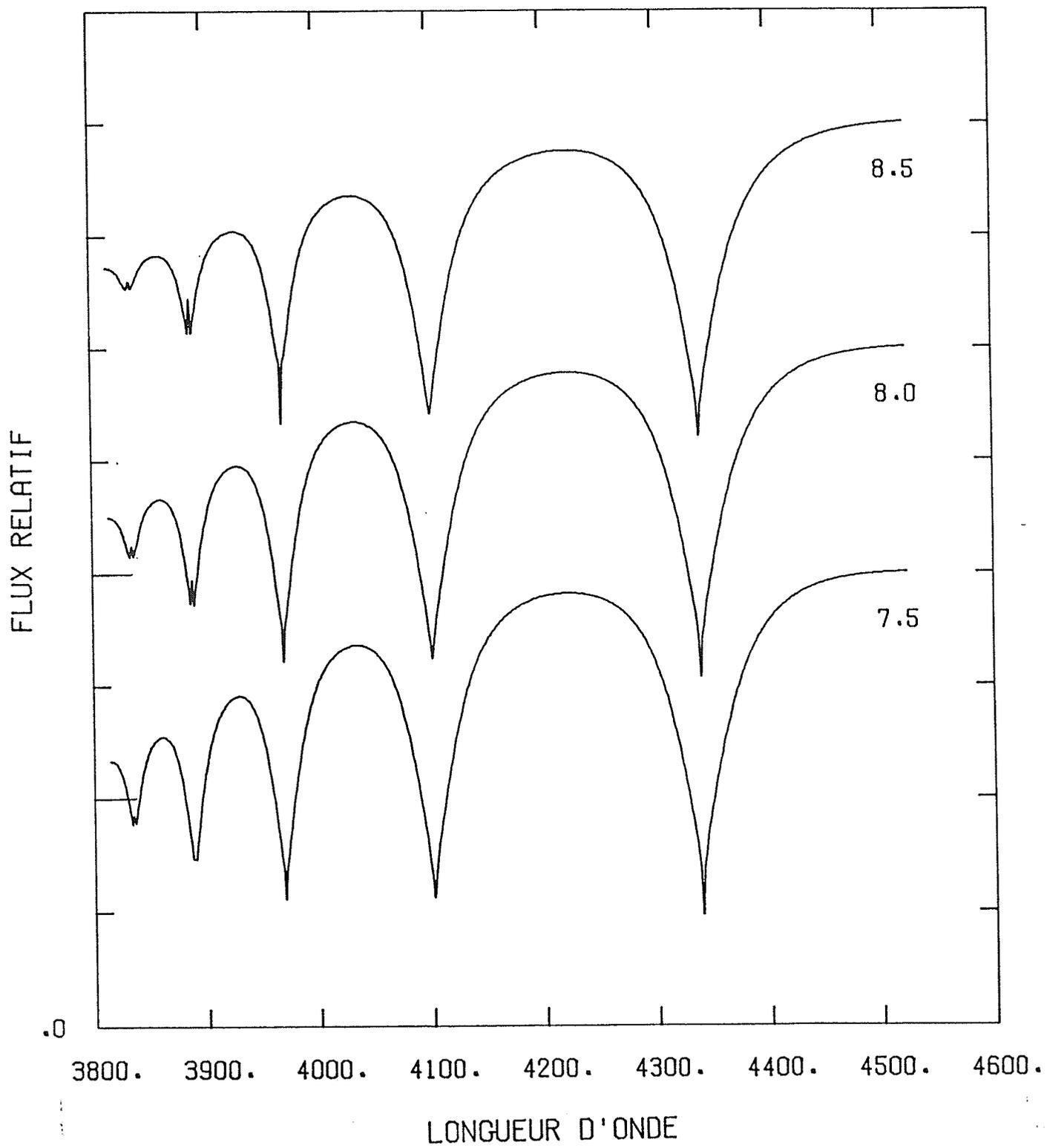
TEFF = 10000.

HE/H = .01



TEFF = 11000.

HE/H = .01



TEFF = 12000.

HE/H = .01

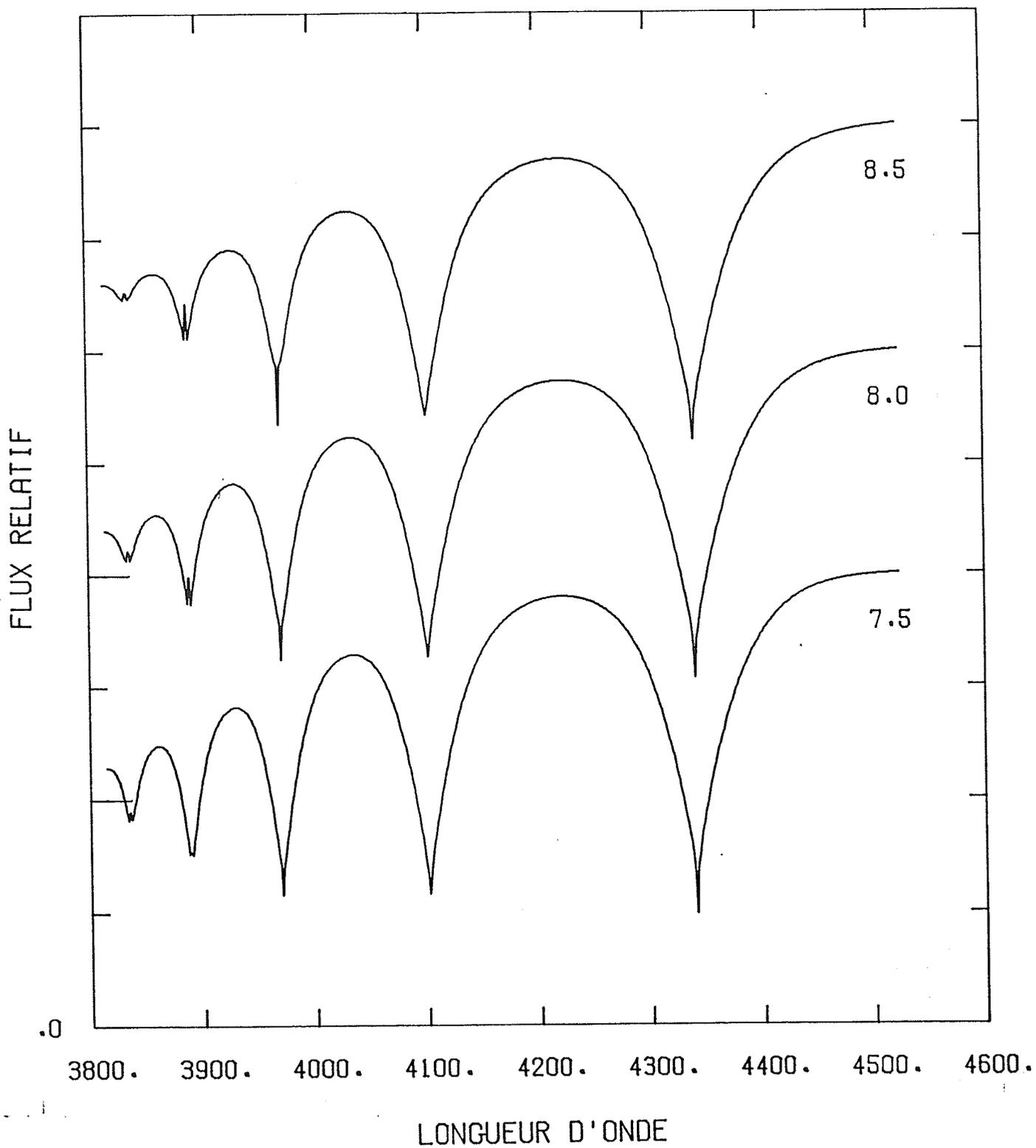
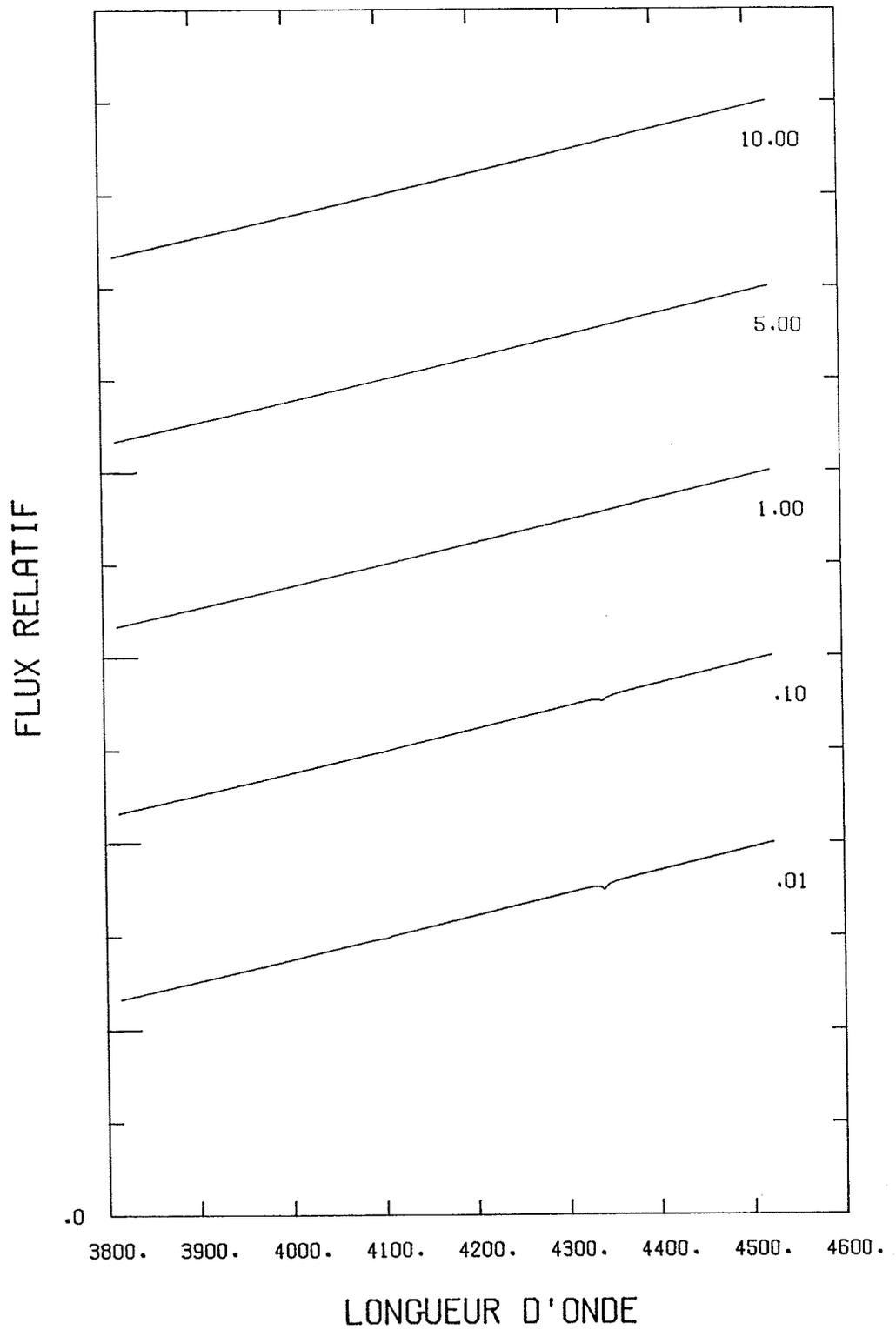


Figure 28 Variation de l'abondance d'hélium des spectres synthétiques des raies H_γ à H_β calculés à $\log g=8.0$, et pour différentes valeurs de la température effective. Chaque spectre est identifié par la valeur de He/H .

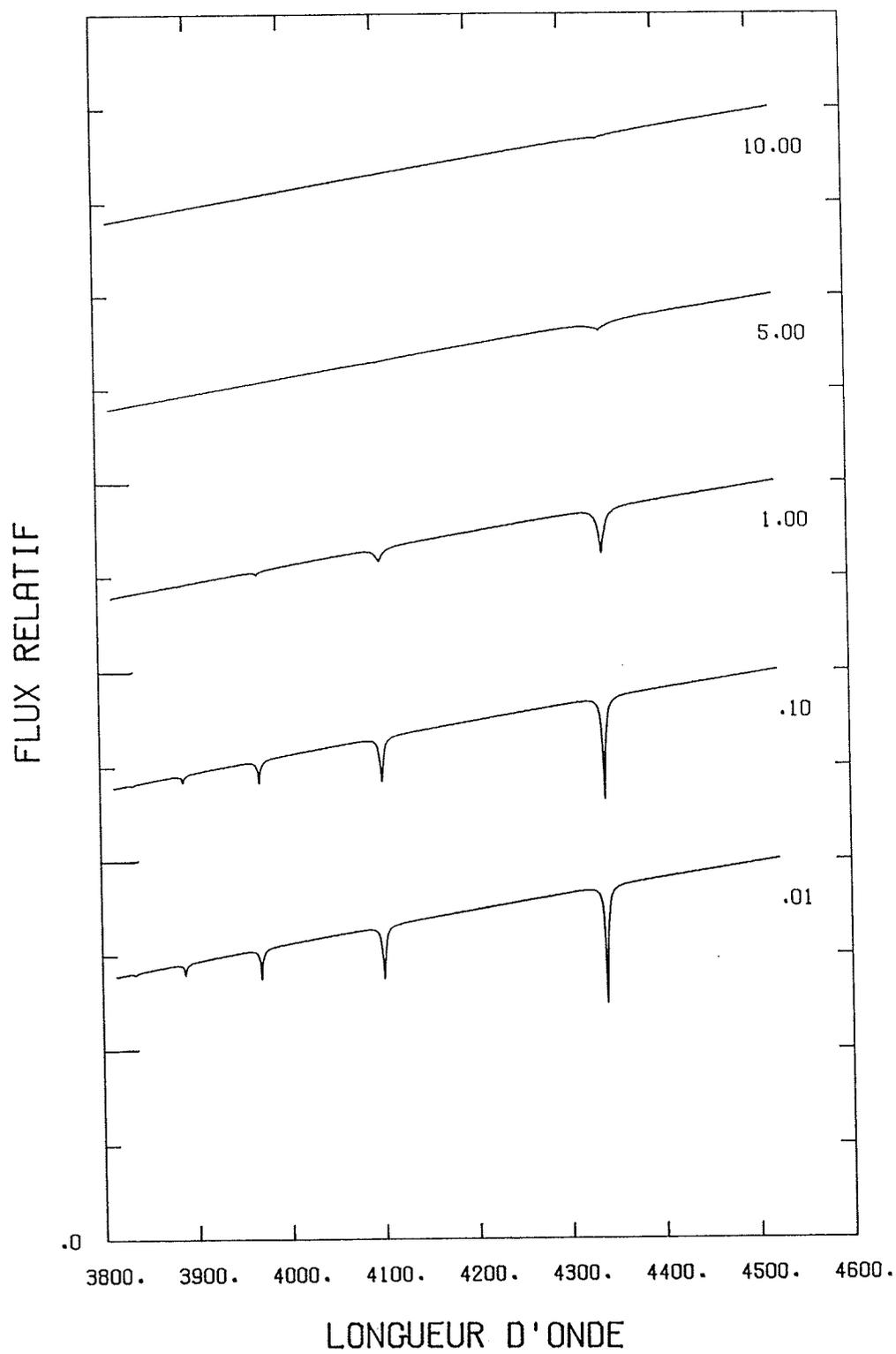
LOG G = 8.0

TEFF = 5000.



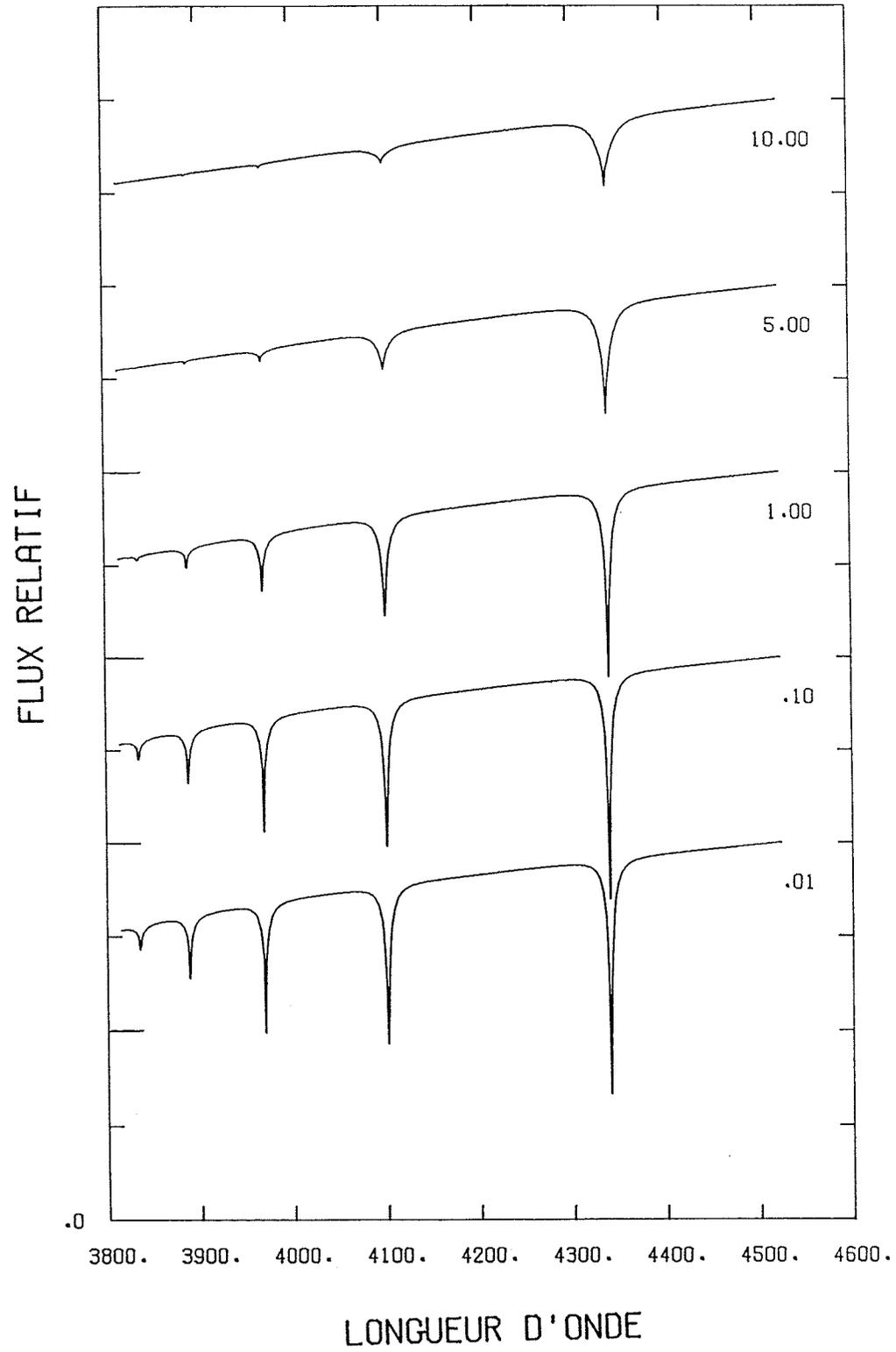
LOG G = 8.0

TEFF = 6000.



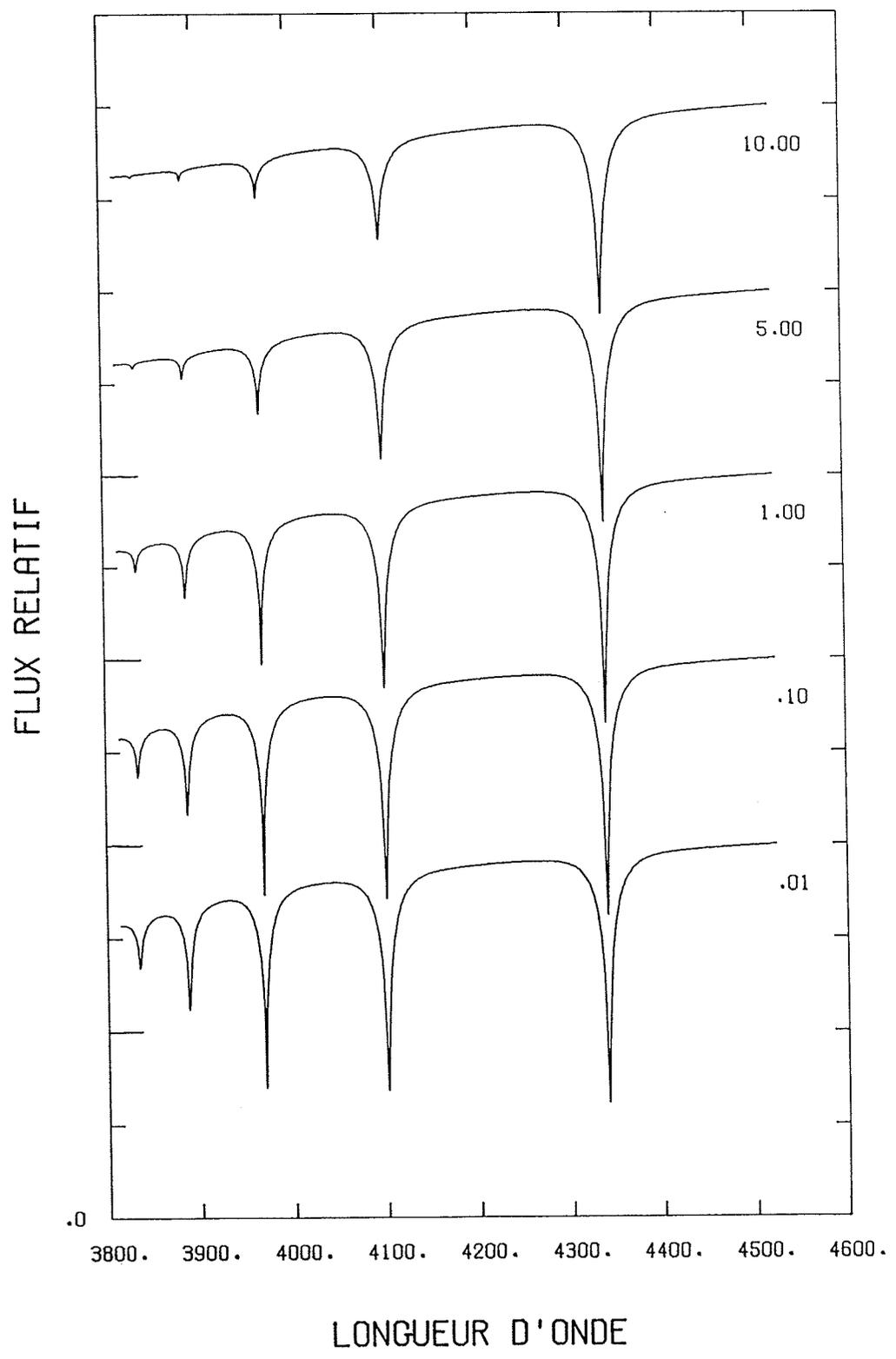
LOG G = 8.0

TEFF = 7000.



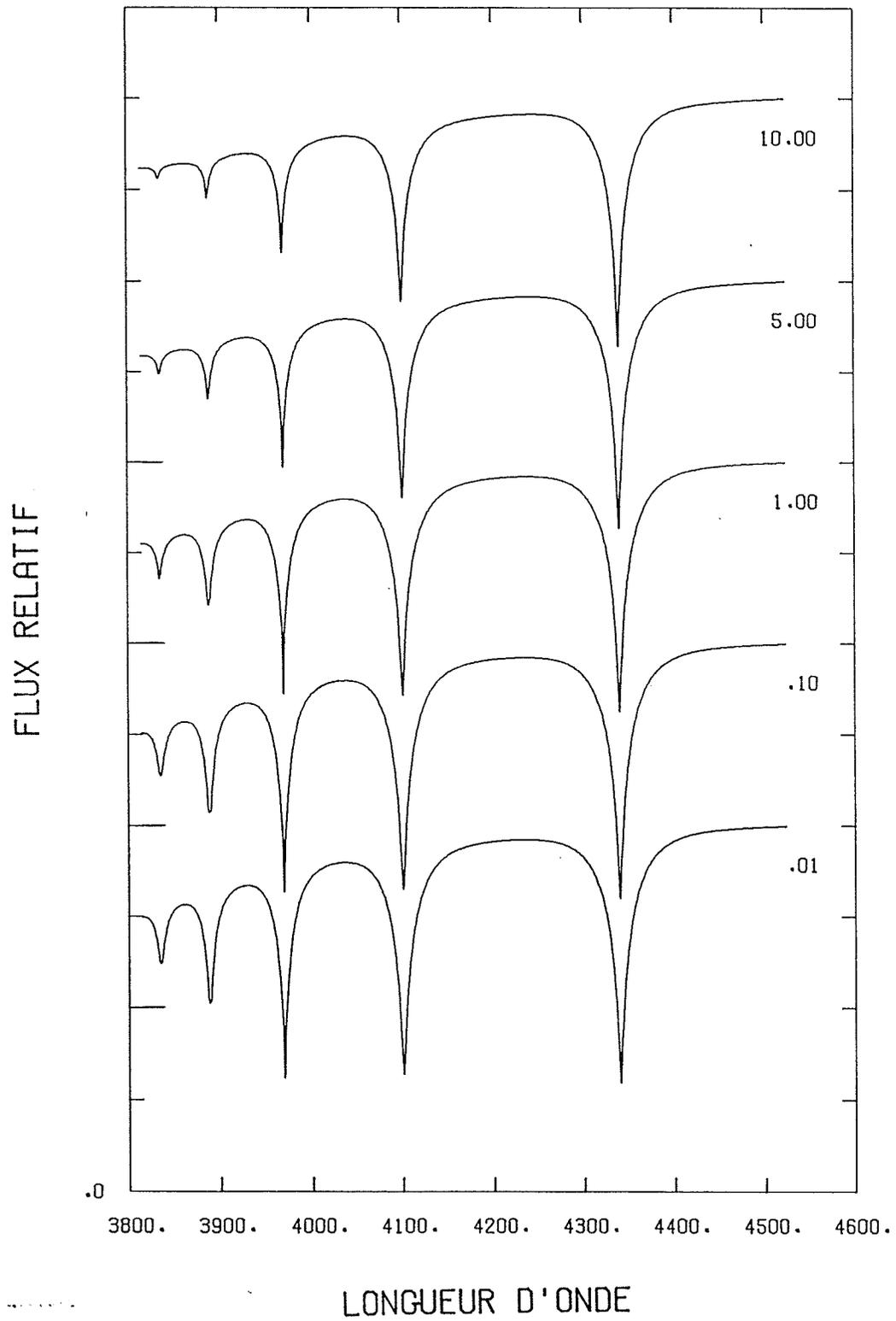
LOG G = 8.0

TEFF = 8000.



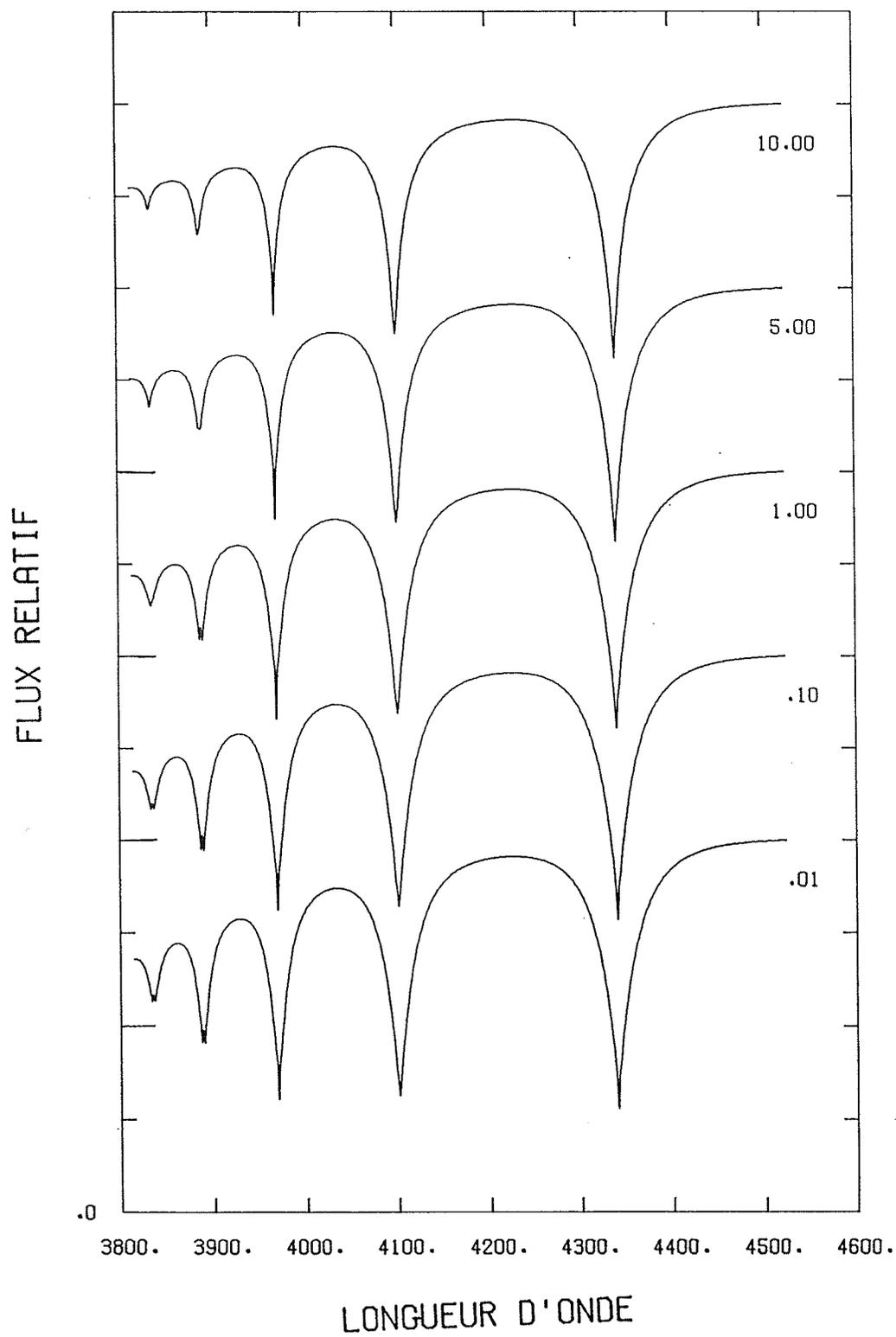
LOG G = 8.0

TEFF = 9000.



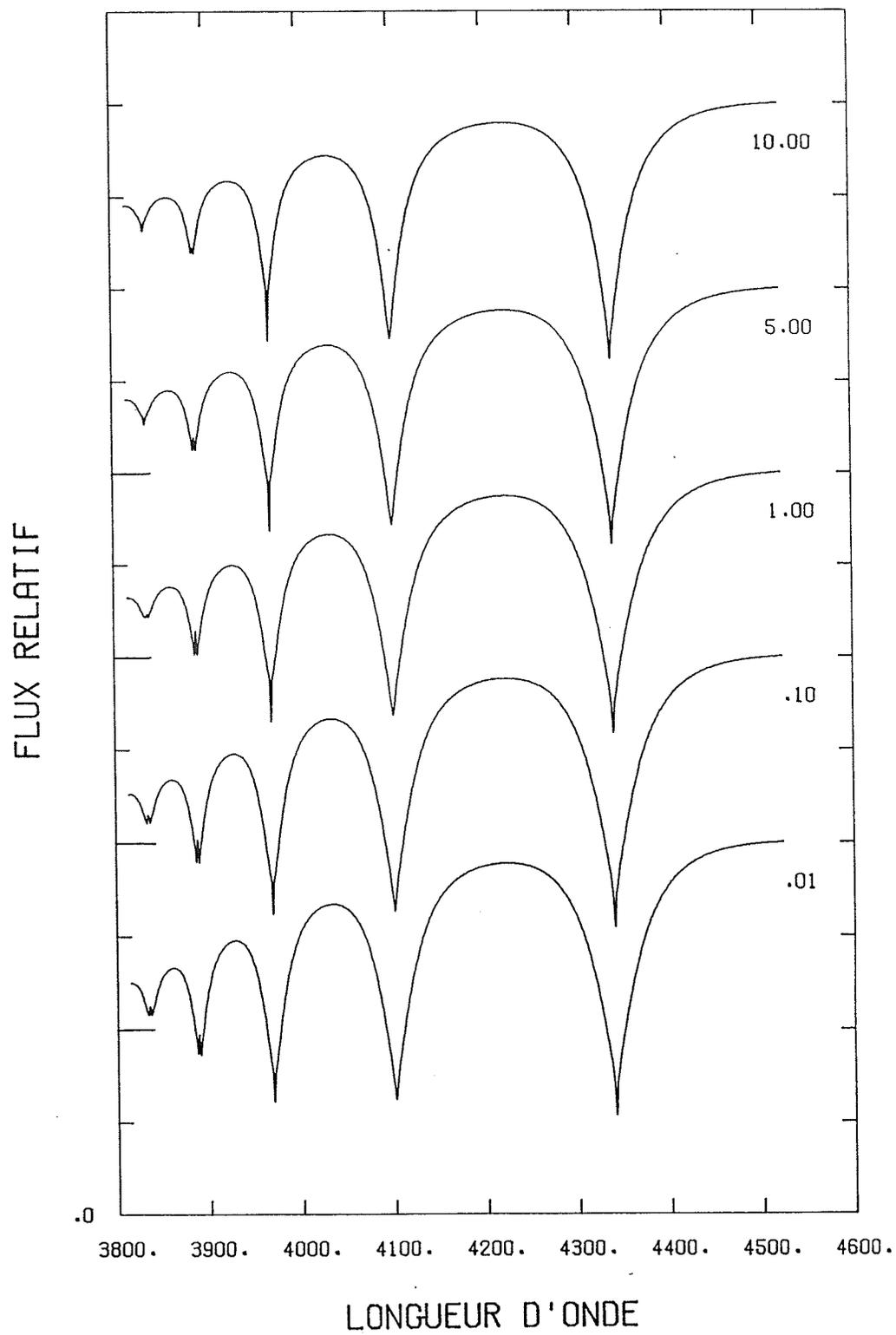
LOG G = 8.0

TEFF = 10000.



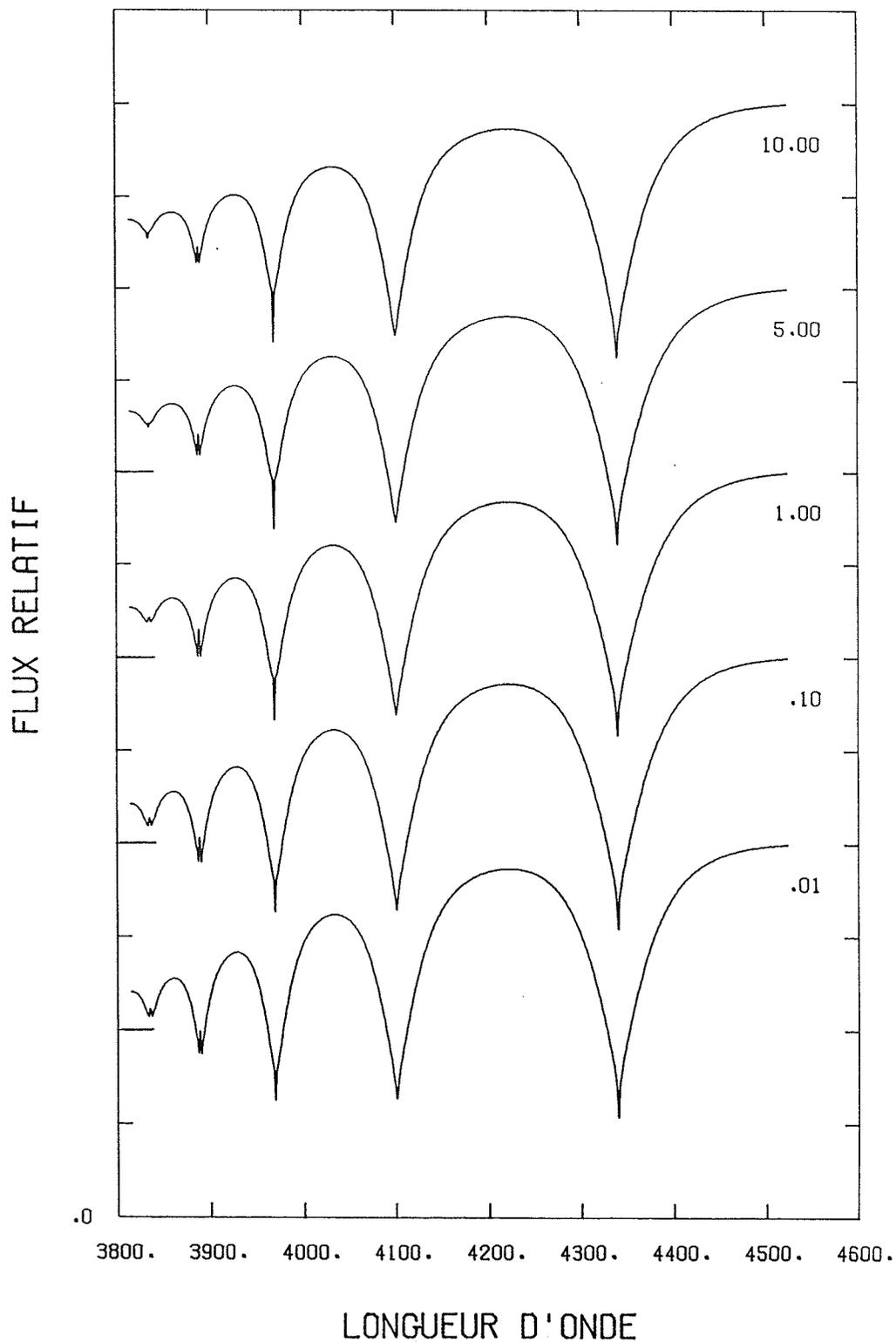
LOG G = 8.0

TEFF = 11000.



LOG G = 8.0

TEFF = 12000.



comportement est aussi relié à une augmentation de la pression atmosphérique, mais surtout via la diminution de l'occupation des niveaux. Cette sensibilité à l'abondance d'hélium peut donc être utilisée pour déterminer la composition atmosphérique des étoiles naines blanches froides de type DA. Il est à remarquer que même avec une abondance d'hélium aussi élevée que $\text{He}/\text{H}=10$, *l'étoile gardera le caractère spectroscopique d'une DA.*

5.4.4 Séparation des effets de gravité et d'abondance d'hélium

Wehrse et Liebert (1983) ont suggéré à l'aide d'un traitement semi-analytique qu'il était possible de différencier entre les effets de pression engendrés par une augmentation de la gravité, et ceux engendrés par une augmentation de l'abondance d'hélium. L'argument est basé sur la considération des processus de formation de la raie dans chacun des cas. Par exemple, les premières raies de la série sont influencées surtout par l'élargissement Stark, donc par la densité d'électrons et de protons, alors que les raies plus élevées sont dominées par les processus de destruction des niveaux. Plutôt que de reprendre en détail ces arguments, les spectres synthétiques présentés précédemment ont été comparés en utilisant une technique décrite au Chapitre 6. La conclusion principale de cet exercice est *qu'il est impossible par la seule observation des raies de Balmer, de différencier les effets de gravité de surface et d'abondance d'hélium.* Par exemple, si la température effective d'un modèle est gardée constante, l'augmentation de l'abondance d'hélium peut être compensée par une diminution de la gravité de surface. Pour illustrer cette affirmation, nous présentons sur

la Figure 29 des cas typiques d'équivalences. Bien que ces figures illustrent uniquement le comportement des raies H_γ à H_g , les conclusions précédentes s'appliquent aussi bien aux raies H_α et H_β . Les relations entre $\log g$ et He/H seront discutées dans le prochain chapitre.

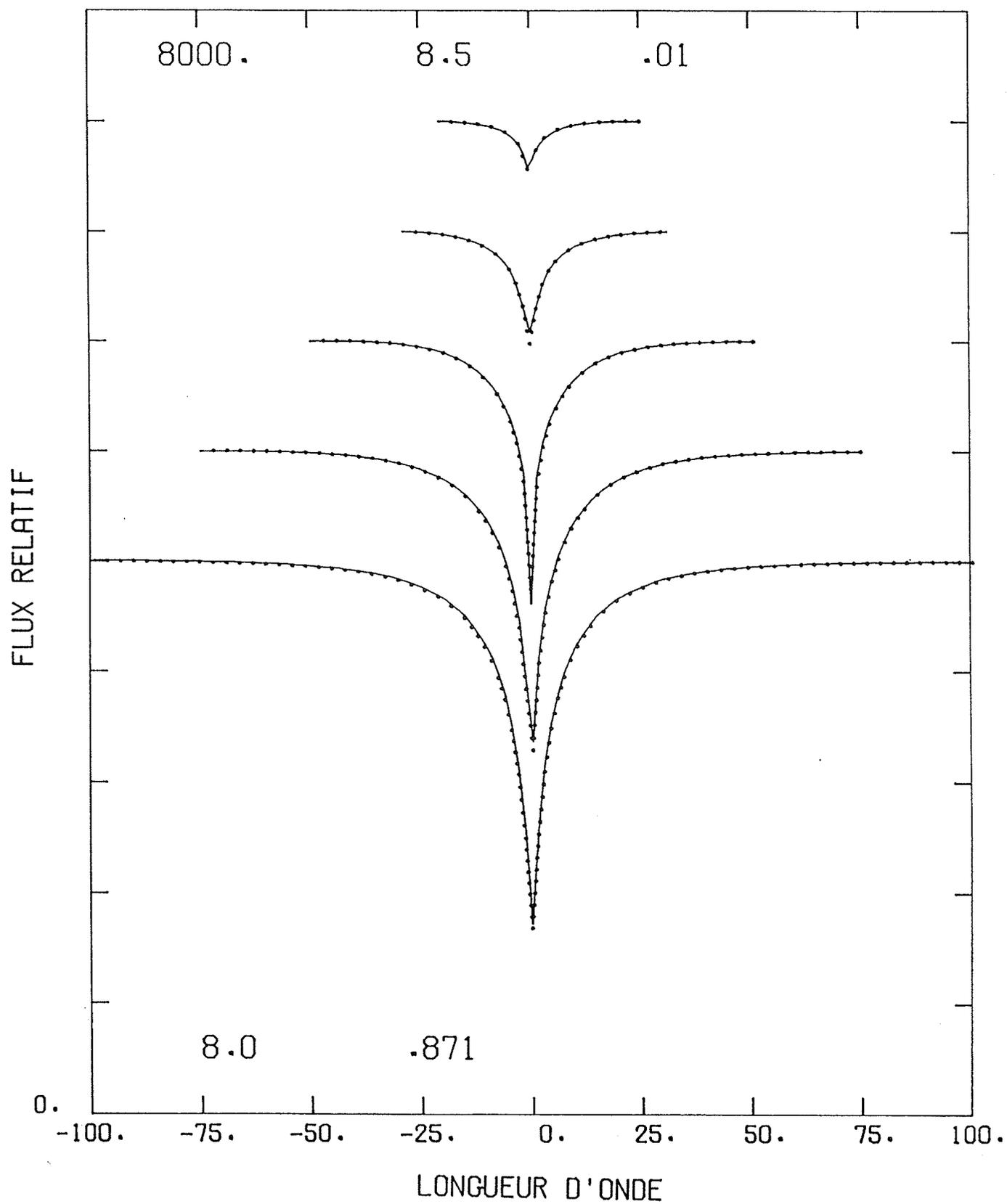
5.4.5 Largeurs équivalentes et couleurs Strömgen

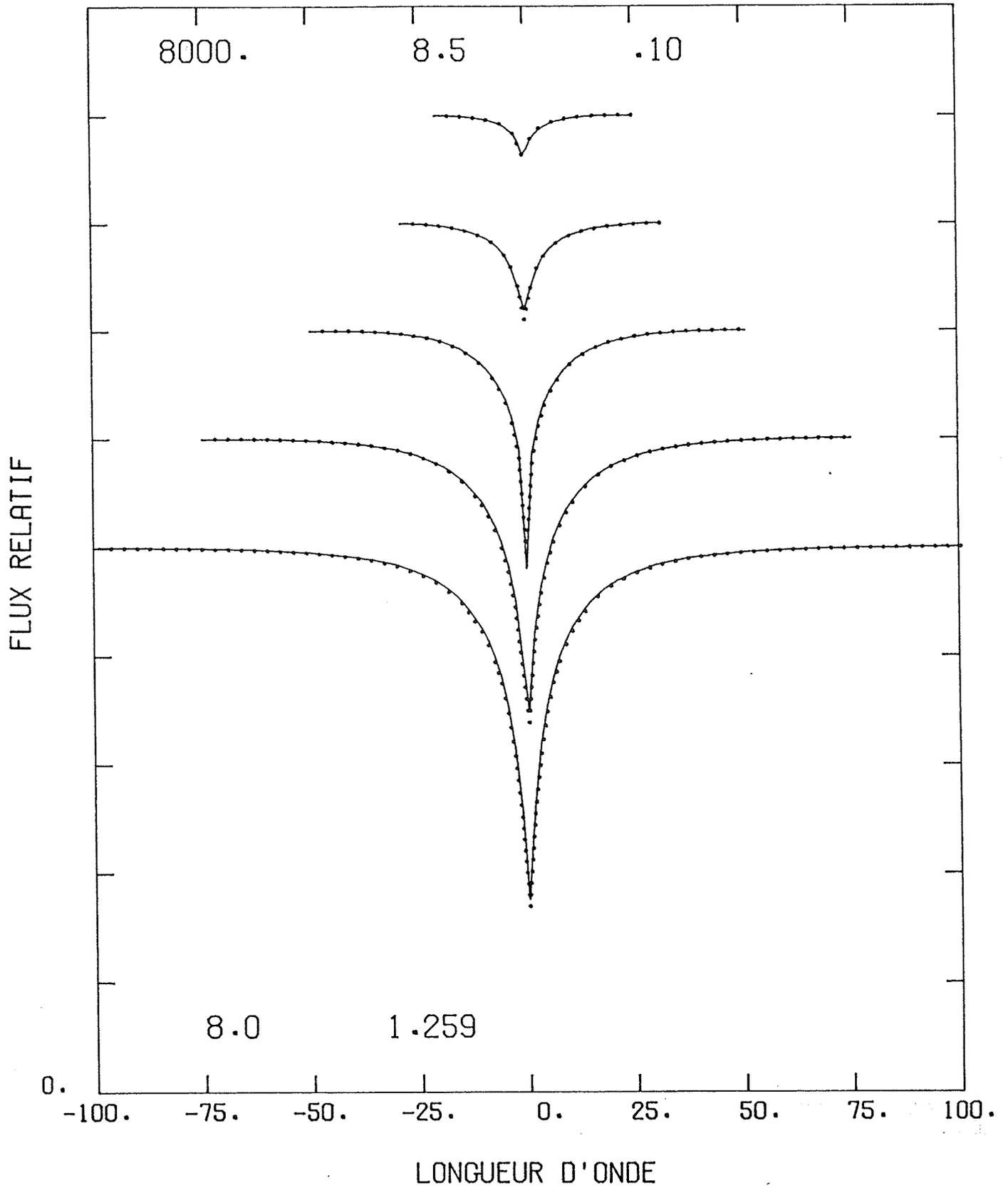
Pour compléter la description des spectres synthétiques, nous présentons les résultats du calcul des largeurs équivalentes et des couleurs Strömgen.

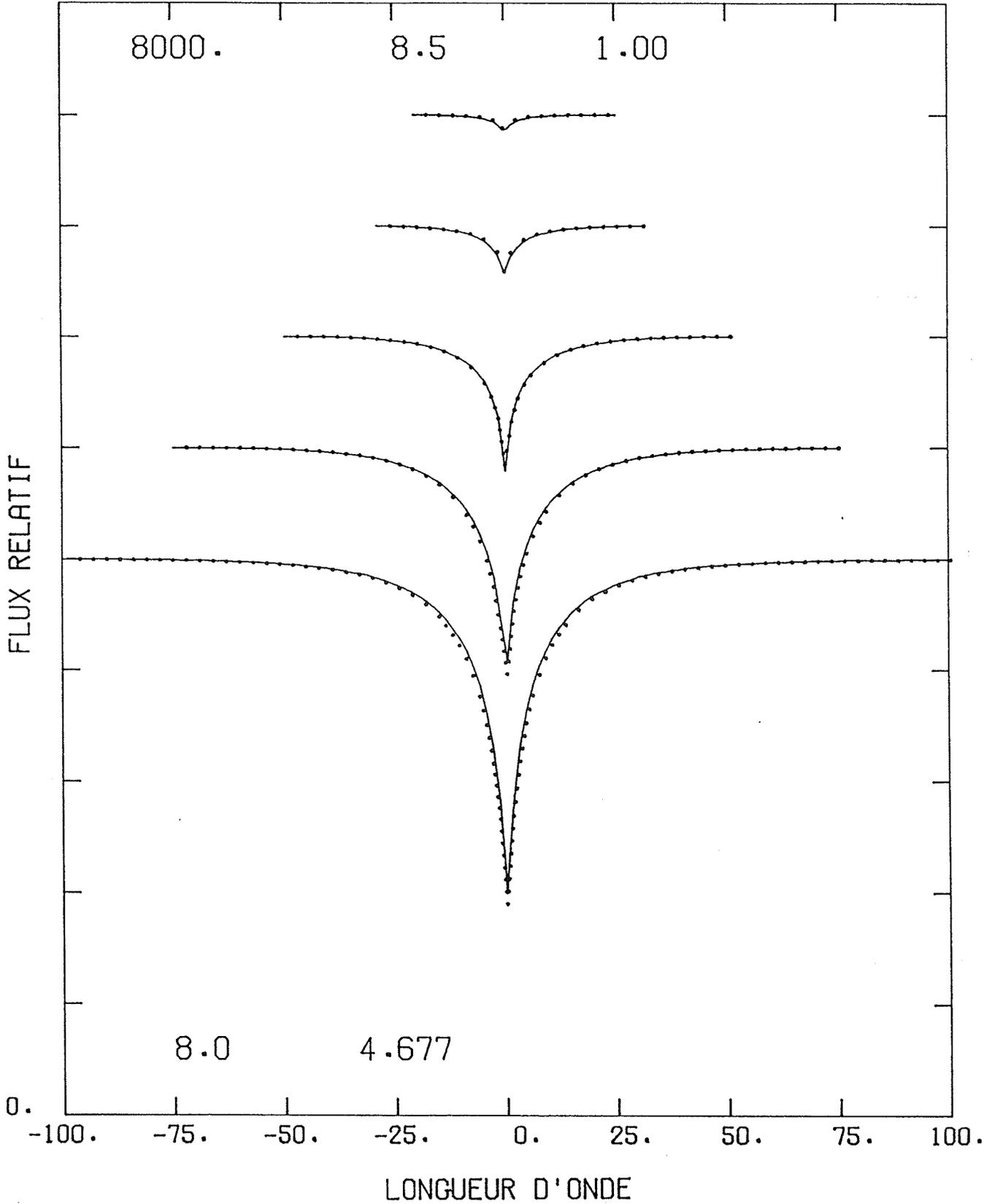
Les largeurs équivalentes ont été calculées en déterminant le niveau du flux continu à partir de points choisis entre les raies, et reliés par une droite. L'intervalle d'intégration du flux couvre toute la largeur de la raie. Les résultats pour les raies de la série de Balmer sont présentés graphiquement sur la Figure 30 et dans le Tableau VI, pour les modèles à $\log g = 8.0$.

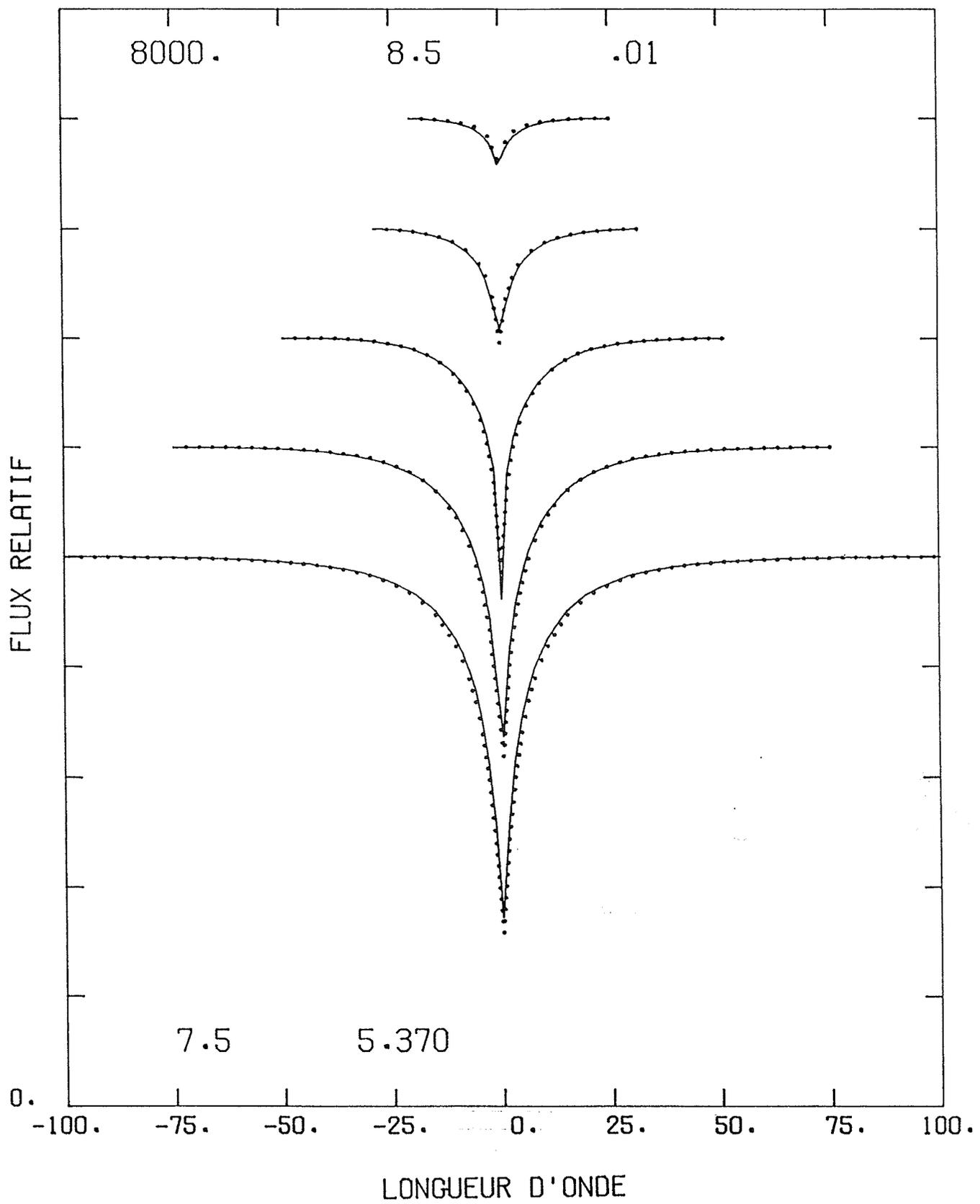
Les largeurs équivalentes des raies H_γ à H_g ont sensiblement le même comportement. Aux basses températures, les largeurs équivalentes sont petites et augmentent graduellement à mesure que la température effective augmente. Elles passent ensuite par un maximum à une température effective qui dépend de la raie considérée. Pour les raies H_α à H_g , ce maximum se situe en dehors de la grille de modèles ($T_e > 12000K$). La position du maximum dépend aussi légèrement de l'abondance d'hélium. Le processus qui domine la variation de la largeur équivalente en fonction de l'abondance d'hélium est lié étroitement au

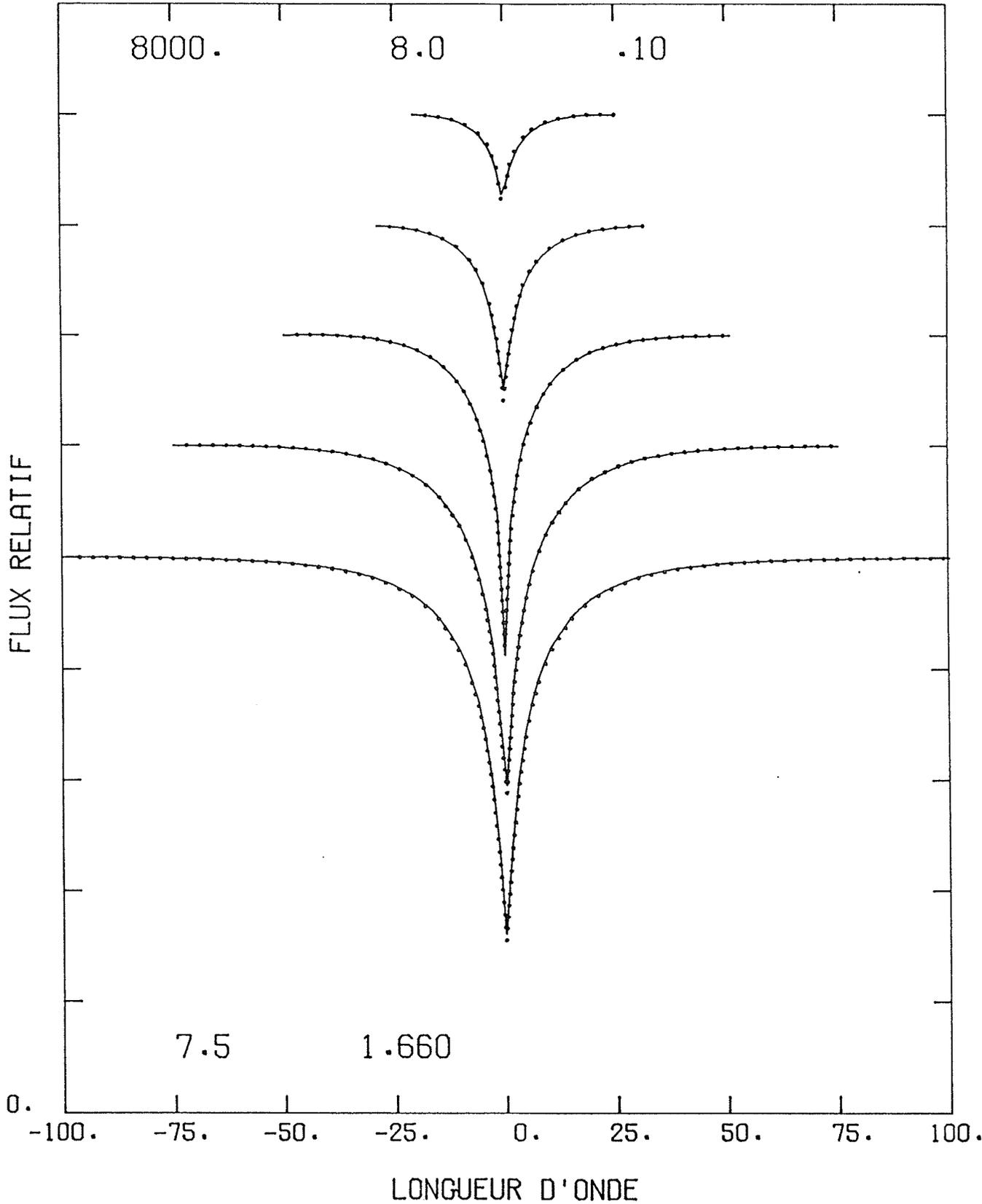
Figure 29 Exemples d'équivalences entre l'abondance d'hélium et la gravité de surface, pour des spectres synthétiques des raies H γ à H ϵ (de bas en haut) calculés à $T_e=8000K$. Les paramètres atmosphériques du spectre en trait plein sont indiqués sur la partie supérieure (T_e , log g, et He/H). Les paramètres atmosphériques du spectre en trait pointillé sont indiqués sur la partie inférieure (log g, et He/H).











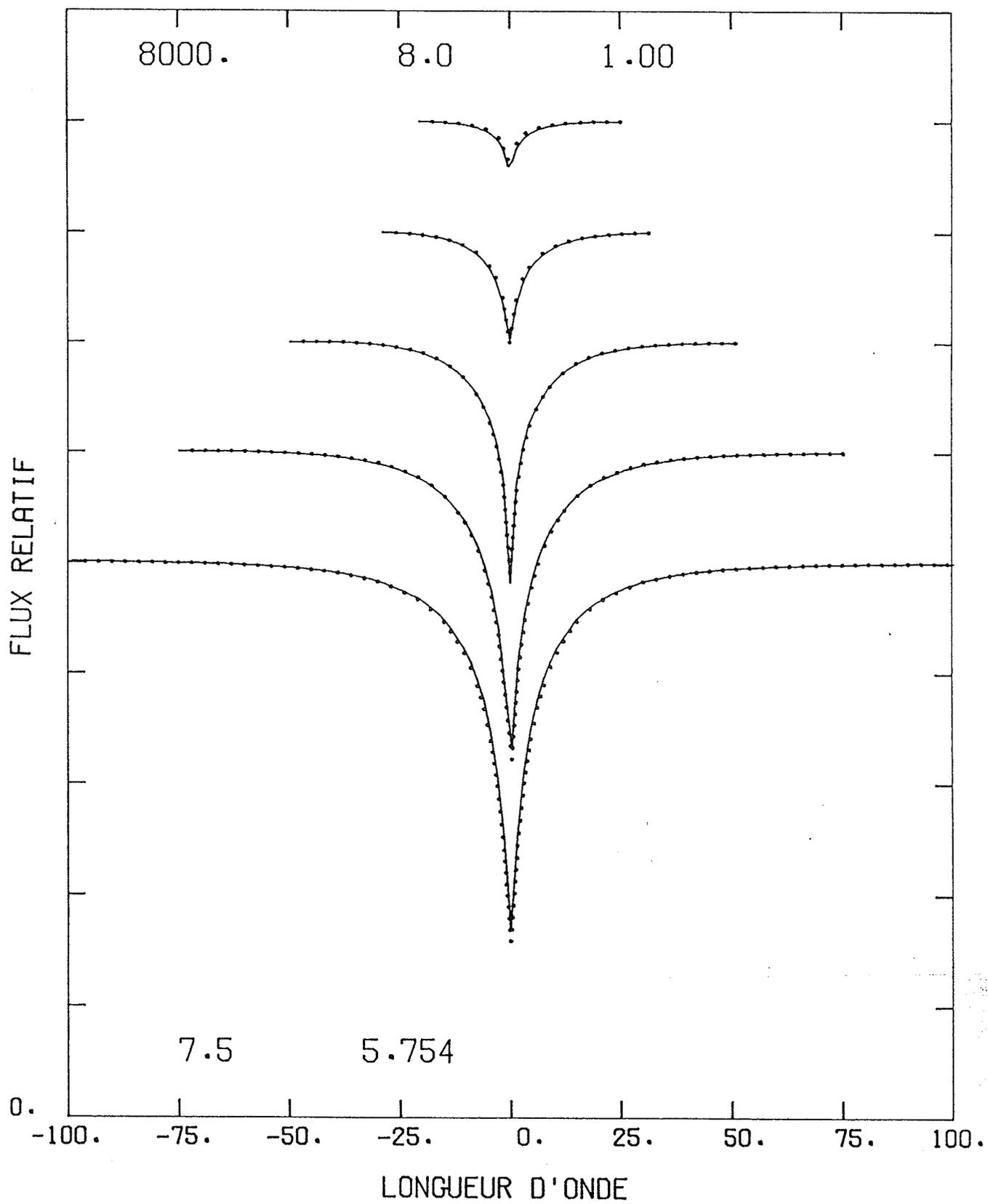
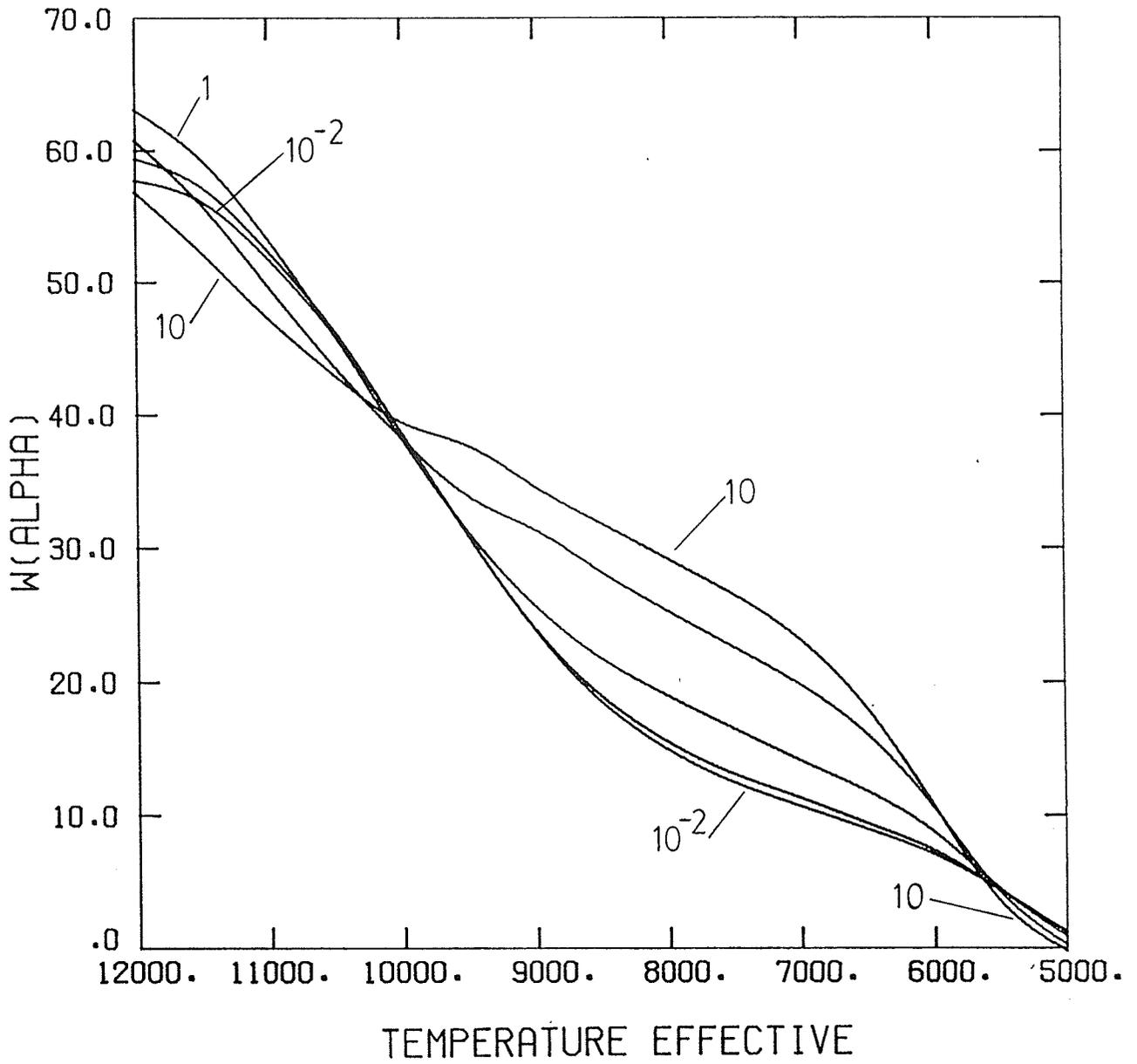
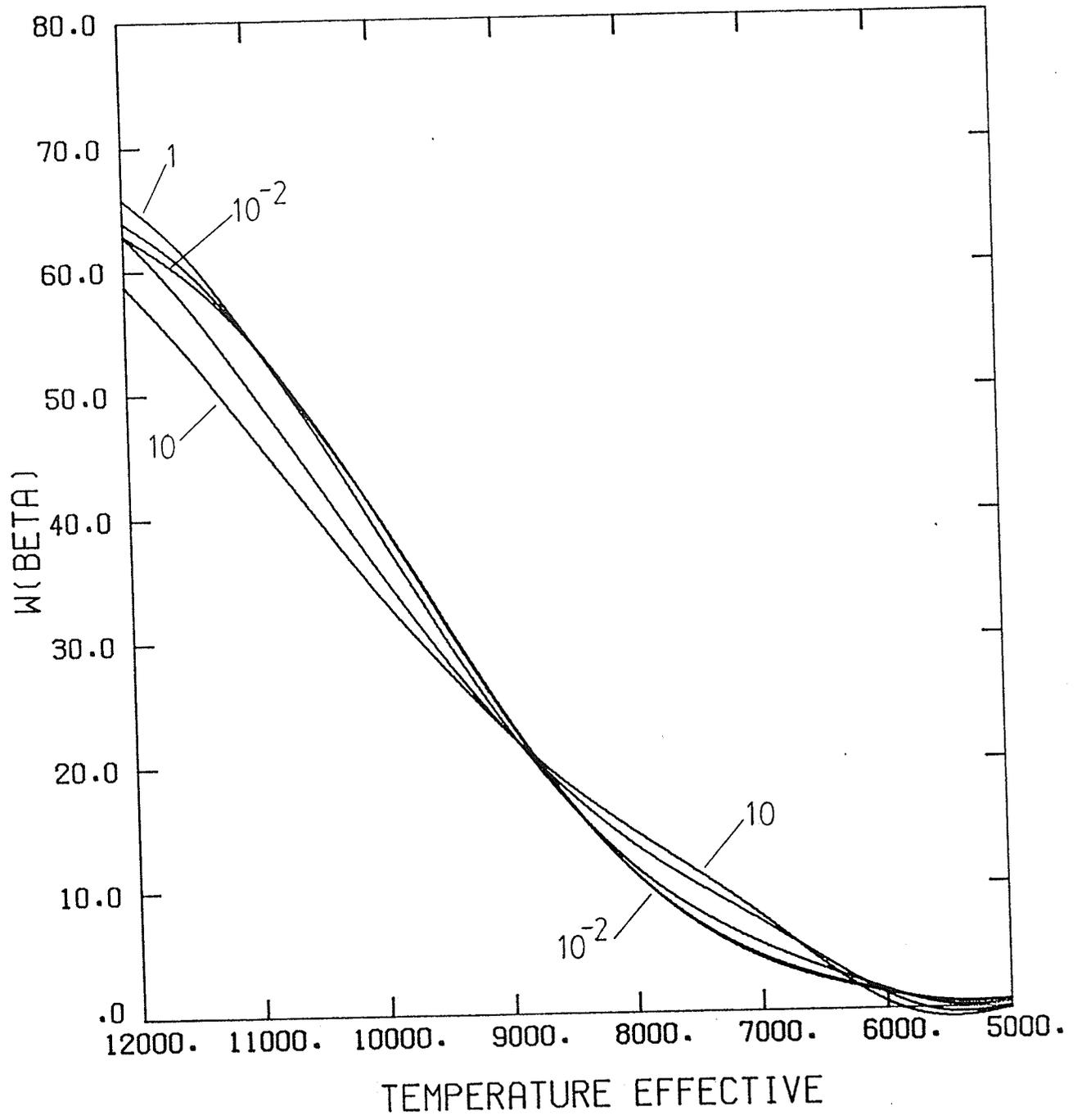
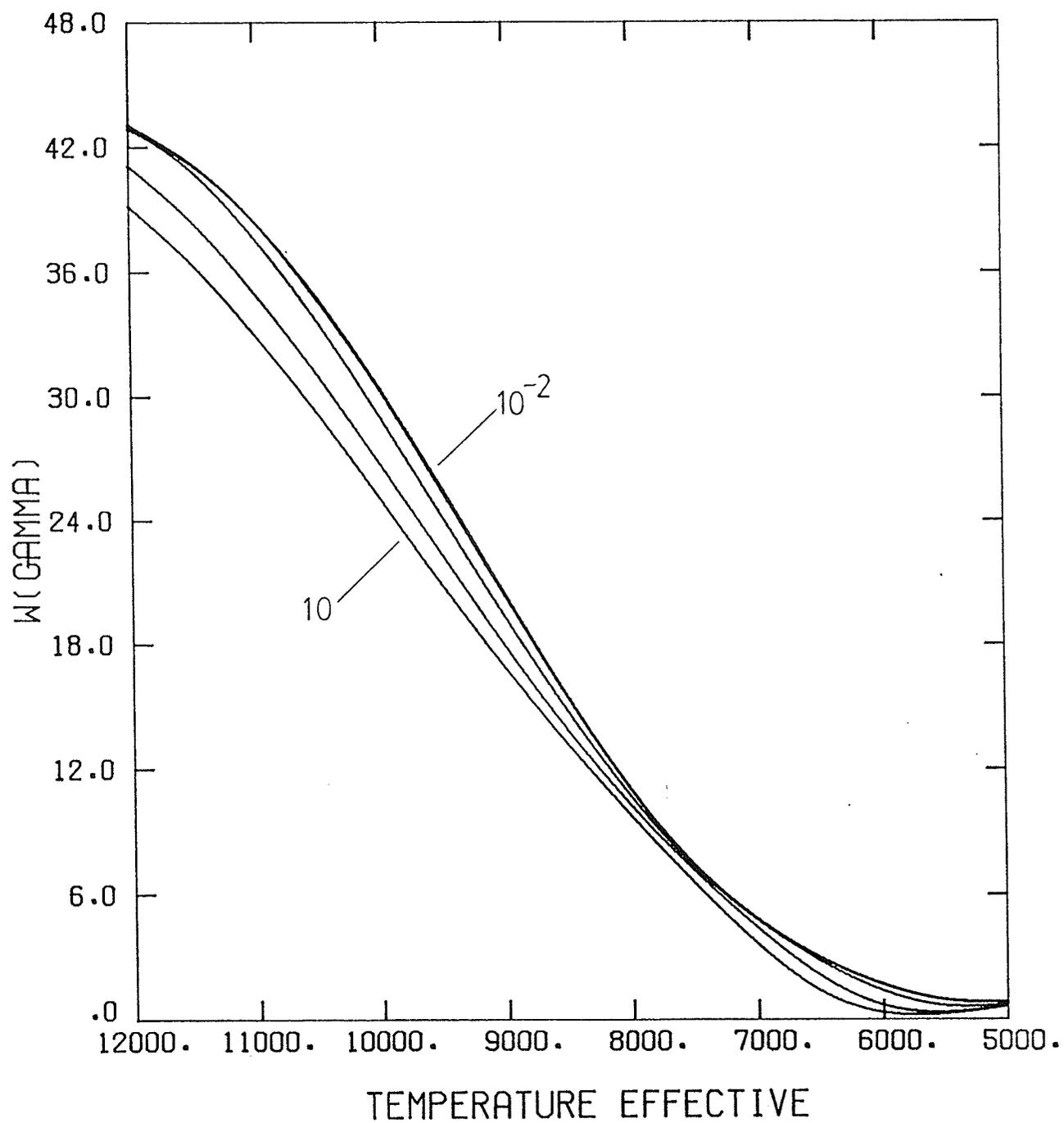
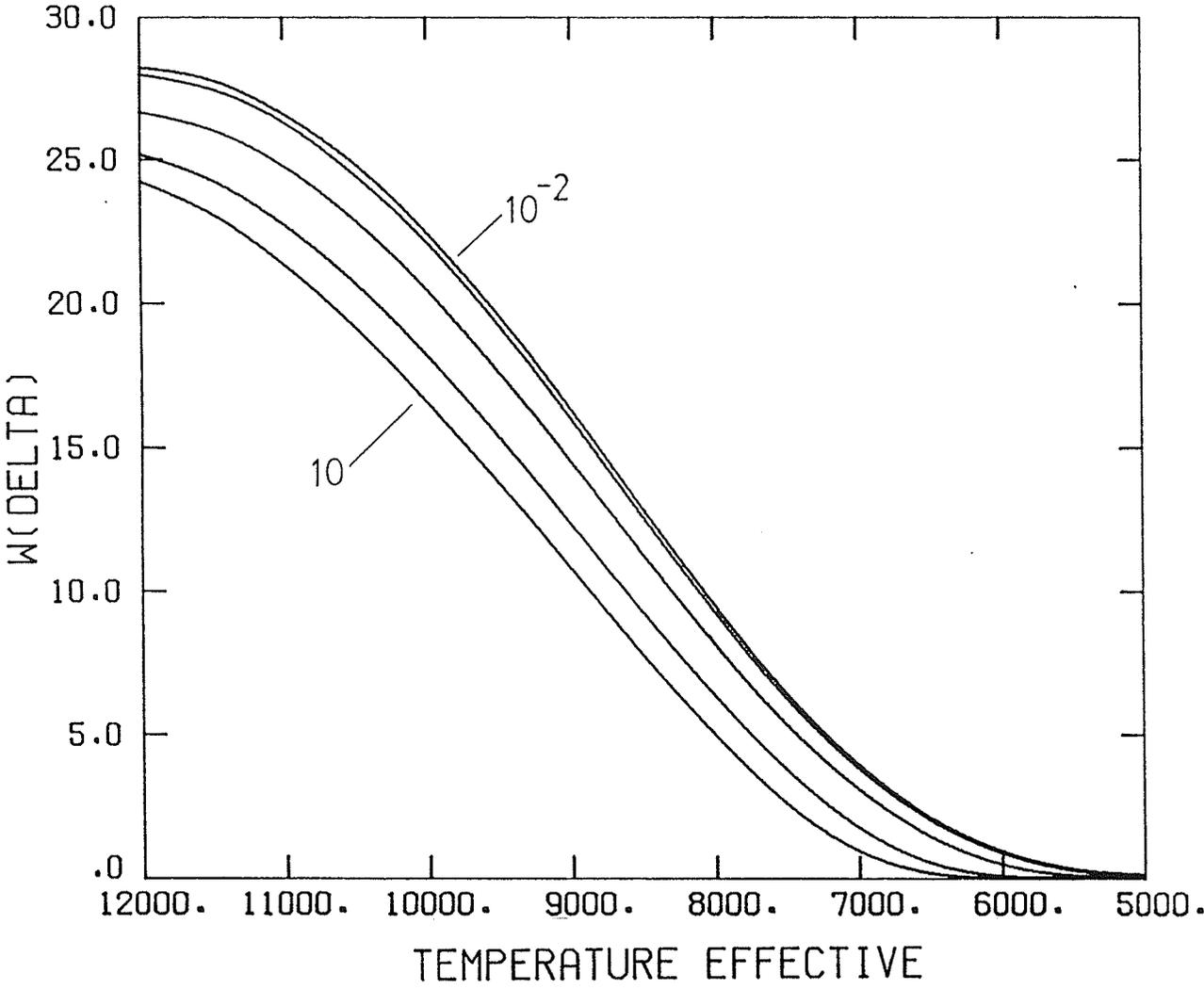


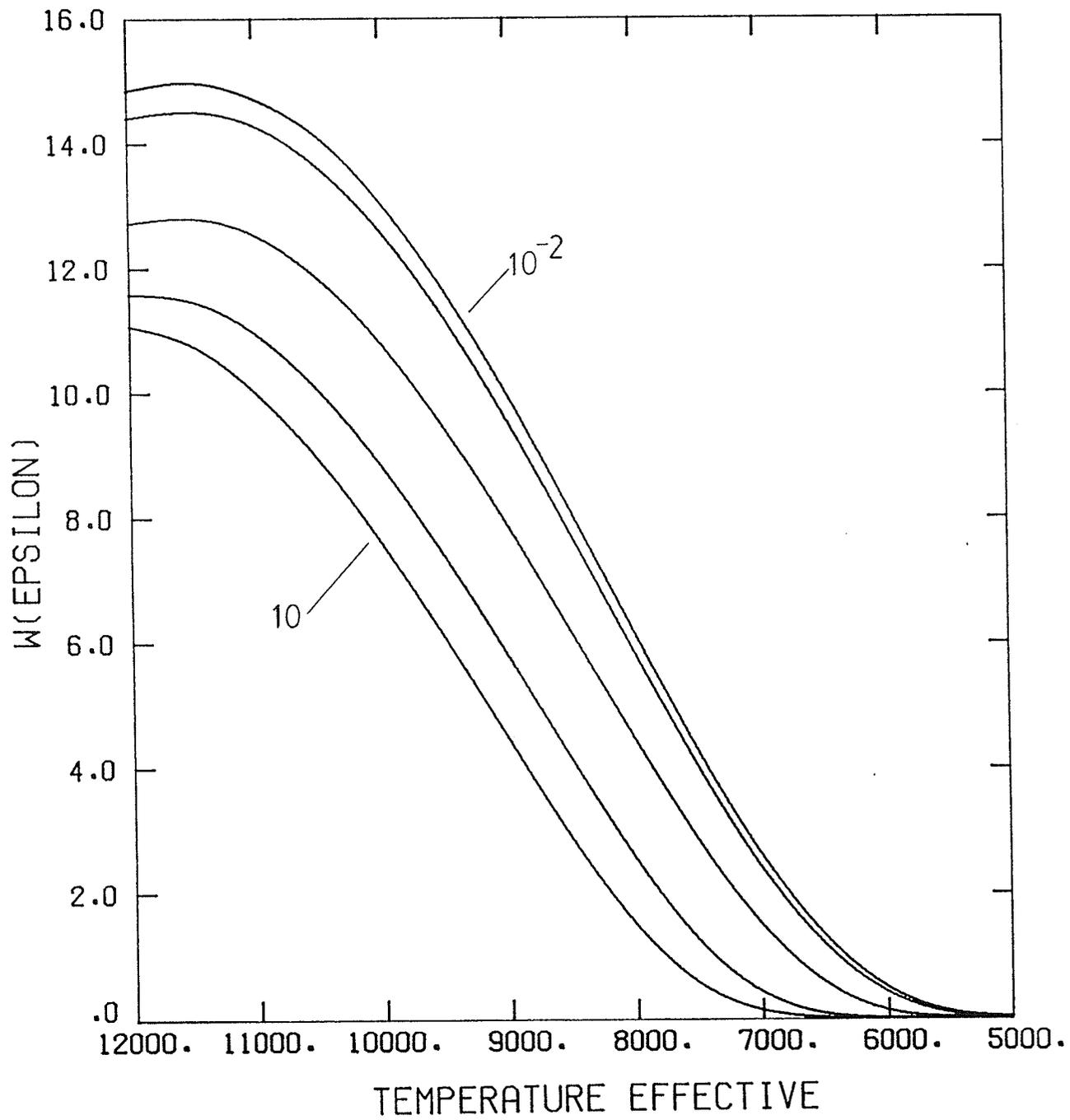
Figure 30 Largeurs équivalentes des raies H_α à H_g (en Å), calculées pour des spectres synthétiques à $\log g=8.0$, et pour des abondances d'hélium de $He/H = 10^{-2}, 10^{-1}, 1, 5,$ et 10 . Certaines de ces courbes ont été identifiées par la valeur de He/H correspondante. Pour les raies H_γ à H_g , les largeurs équivalentes diminuent quand l'abondance d'hélium augmente. Cette variation est sensiblement la même, pour les raies H_α et H_β à haute température, mais devient inverse à basse température à cause de l'élargissement de type van der Waals.

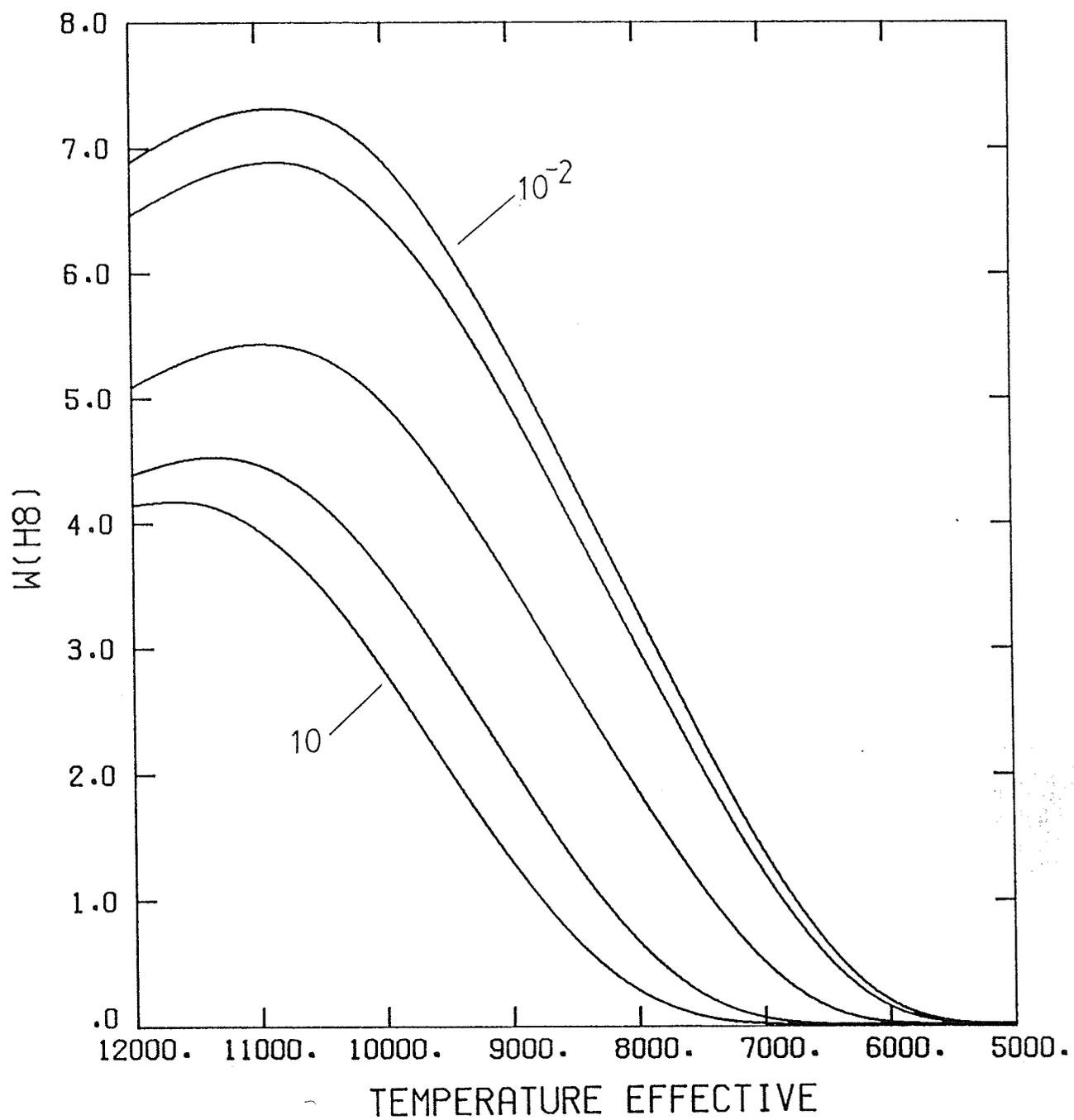












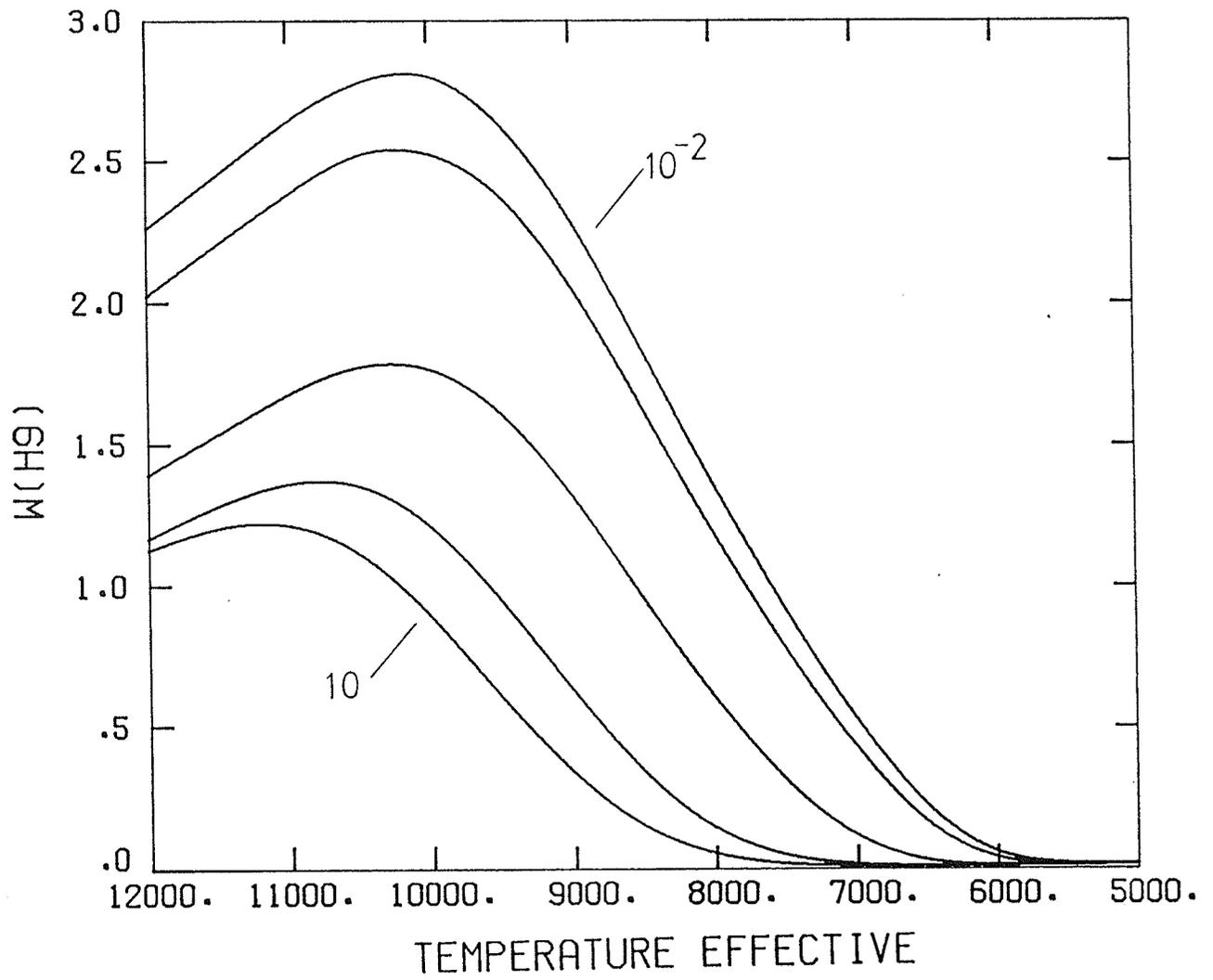


Tableau VI

Valeurs des largeurs équivalentes pour la série de Balmer

<u>He/H</u>	<u>T_e (K)</u>	<u>W(H_α)</u>	<u>W(H_β)</u>	<u>W(H_γ)</u>	<u>W(H_δ)</u>	<u>W(H_ε)</u>	<u>W(H_ζ)</u>	<u>W(H_η)</u>
0.01	5000	2.026	.808	.313	.074	.031	.029	.013
	5500	5.136	1.856	.839	.332	.130	.051	.014
	6000	7.788	3.205	1.831	.999	.524	.218	.056
	6500	9.625	4.596	3.262	2.202	1.368	.672	.222
	7000	11.268	6.457	5.191	4.078	2.696	1.414	.529
	7500	12.957	9.114	7.934	6.653	4.397	2.335	.918
	8000	15.312	13.070	11.703	9.826	6.316	3.327	1.354
	8500	18.747	18.568	16.441	13.349	8.281	4.340	1.824
	9000	23.931	25.677	21.825	16.912	10.177	5.341	2.278
	9500	30.800	34.036	27.386	20.247	11.874	6.223	2.621
	10000	38.529	42.815	32.612	23.180	13.297	6.887	2.787
	10500	45.759	50.811	37.242	25.647	14.348	7.219	2.755
	11000	51.483	58.251	41.160	27.461	14.928	7.248	2.608
	11500	55.730	63.702	44.106	28.678	15.155	7.081	2.411
12000	57.227	67.736	46.008	29.121	14.995	6.789	2.217	
0.10	5000	1.929	.778	.298	.053	.028	.031	.011
	5500	5.170	1.809	.792	.288	.100	.040	.012
	6000	8.087	3.255	1.785	.922	.440	.164	.037
	6500	10.096	4.753	3.236	2.094	1.222	.552	.164
	7000	11.879	6.544	5.192	3.934	2.482	1.227	.429
	7500	13.575	9.268	7.900	6.468	4.136	2.084	.780
	8000	15.891	13.104	11.629	9.588	5.996	3.022	1.182
	8500	19.180	18.522	16.297	13.049	7.906	3.986	1.621
	9000	24.097	25.551	21.622	16.559	9.747	4.941	2.043
	9500	30.821	33.869	27.147	19.882	11.433	5.804	2.364
	10000	38.514	42.821	32.461	22.822	12.822	6.427	2.509
	10500	46.117	51.086	37.069	25.228	13.862	6.784	2.495
	11000	52.097	58.514	41.108	27.143	14.491	6.818	2.347
	11500	56.840	64.623	44.138	28.312	14.685	6.649	2.164
12000	58.887	68.981	46.186	28.831	14.551	6.364	1.980	

<u>He/H</u>	<u>Te (K)</u>	<u>W(Hα)</u>	<u>W(Hβ)</u>	<u>W(Hγ)</u>	<u>W(Hδ)</u>	<u>W(Hϵ)</u>	<u>W(Hζ)</u>	<u>W(Hη)</u>
1.00	5000	1.612	.606	.188	.027	.019	.030	.013
	5500	5.253	1.608	.527	.106	.028	.025	.010
	6000	9.458	3.454	1.511	.530	.140	.039	.010
	6500	12.485	5.528	3.111	1.549	.594	.155	.026
	7000	14.730	7.672	5.210	3.231	1.544	.510	.112
	7500	16.969	10.265	7.888	5.554	2.924	1.110	.306
	8000	19.330	13.697	11.411	8.452	4.566	1.861	.595
	8500	21.994	18.521	15.722	11.700	6.306	2.673	.945
	9000	25.824	24.921	20.651	15.007	8.017	3.511	1.303
	9500	31.173	32.783	25.897	18.157	9.592	4.302	1.594
	10000	38.111	41.622	31.119	21.048	10.980	4.936	1.744
	10500	45.792	50.491	35.924	23.492	12.029	5.296	1.746
	11000	53.064	58.742	40.155	25.460	12.705	5.378	1.642
	11500	58.967	65.915	43.532	26.714	12.942	5.251	1.496
12000	62.656	71.170	45.828	27.325	12.834	5.001	1.348	
5.00	5000	.994	.381	.133	.023	.026	.031	.012
	5500	5.009	1.091	.207	.023	.017	.025	.011
	6000	11.270	3.245	.813	.106	.020	.022	.009
	6500	16.744	6.448	2.435	.588	.087	.025	.008
	7000	20.336	9.634	4.913	1.860	.423	.070	.012
	7500	23.039	12.628	7.826	3.937	1.260	.249	.041
	8000	25.648	15.843	11.115	6.605	2.596	.653	.132
	8500	28.463	19.862	14.913	9.616	4.208	1.276	.324
	9000	31.504	24.911	19.283	12.746	5.888	2.035	.608
	9500	33.913	31.145	24.075	15.829	7.497	2.829	.924
	10000	38.191	38.450	28.819	18.698	8.955	3.560	1.187
	10500	43.437	46.407	33.301	21.218	10.192	4.119	1.328
	11000	49.506	54.332	37.395	23.298	11.104	4.418	1.330
	11500	55.571	61.730	40.973	24.848	11.594	4.453	1.245
12000	60.370	67.993	43.761	25.767	11.689	4.309	1.125	

<u>He/H</u>	<u>Te (K)</u>	<u>w(H_{α})</u>	<u>w(H_{β})</u>	<u>w(H_{γ})</u>	<u>w(H_{δ})</u>	<u>w(H_{ϵ})</u>	<u>w(H_{ζ})</u>	<u>w(H_{η})</u>
10.00	5000	.530	.273	.127	.020	.022	.029	.013
	5500	4.338	.740	.135	.018	.017	.024	.010
	6000	11.444	2.638	.436	.035	.017	.021	.008
	6500	18.693	6.224	1.658	.223	.027	.020	.007
	7000	23.693	10.260	4.111	.998	.133	.029	.008
	7500	26.961	13.864	7.251	2.685	.558	.082	.014
	8000	29.563	17.156	10.654	5.161	1.490	.266	.044
	8500	32.088	20.723	14.262	8.067	2.885	.665	.135
	9000	34.761	25.125	18.230	11.138	4.513	1.271	.317
	9500	37.710	30.498	22.522	14.171	6.160	2.009	.581
	10000	39.430	36.471	27.019	17.024	7.701	2.771	.867
	10500	42.812	43.373	31.413	19.640	9.062	3.441	1.086
	11000	47.067	50.457	35.385	21.870	10.140	3.898	1.184
	11500	51.916	57.417	38.906	23.641	10.879	4.106	1.170
	12000	56.450	63.622	41.798	24.801	11.181	4.075	1.086

dépeuplement des niveaux supérieurs par l'interaction avec les autres particules. Comme les interactions sont moins fortes pour les niveaux inférieurs, une raie telle que H_γ est peu sensible à une variation de l'abondance d'hélium. Ainsi, la température déterminé par H_γ est relativement indépendante de l'abondance d'hélium. Par exemple, pour une largeur équivalente donnée, l'intervalle en température effective ne variera que de 900K pour $W_\gamma \sim 40 \text{ \AA}$, et de 300K pour $W_\gamma \sim 20 \text{ \AA}$.

Inversement, comme les perturbations par les atomes d'hélium sont plus grandes pour les niveaux supérieurs, les raies telles que H_ϵ à H_δ deviennent de très bons indicateurs de l'abondance d'hélium.

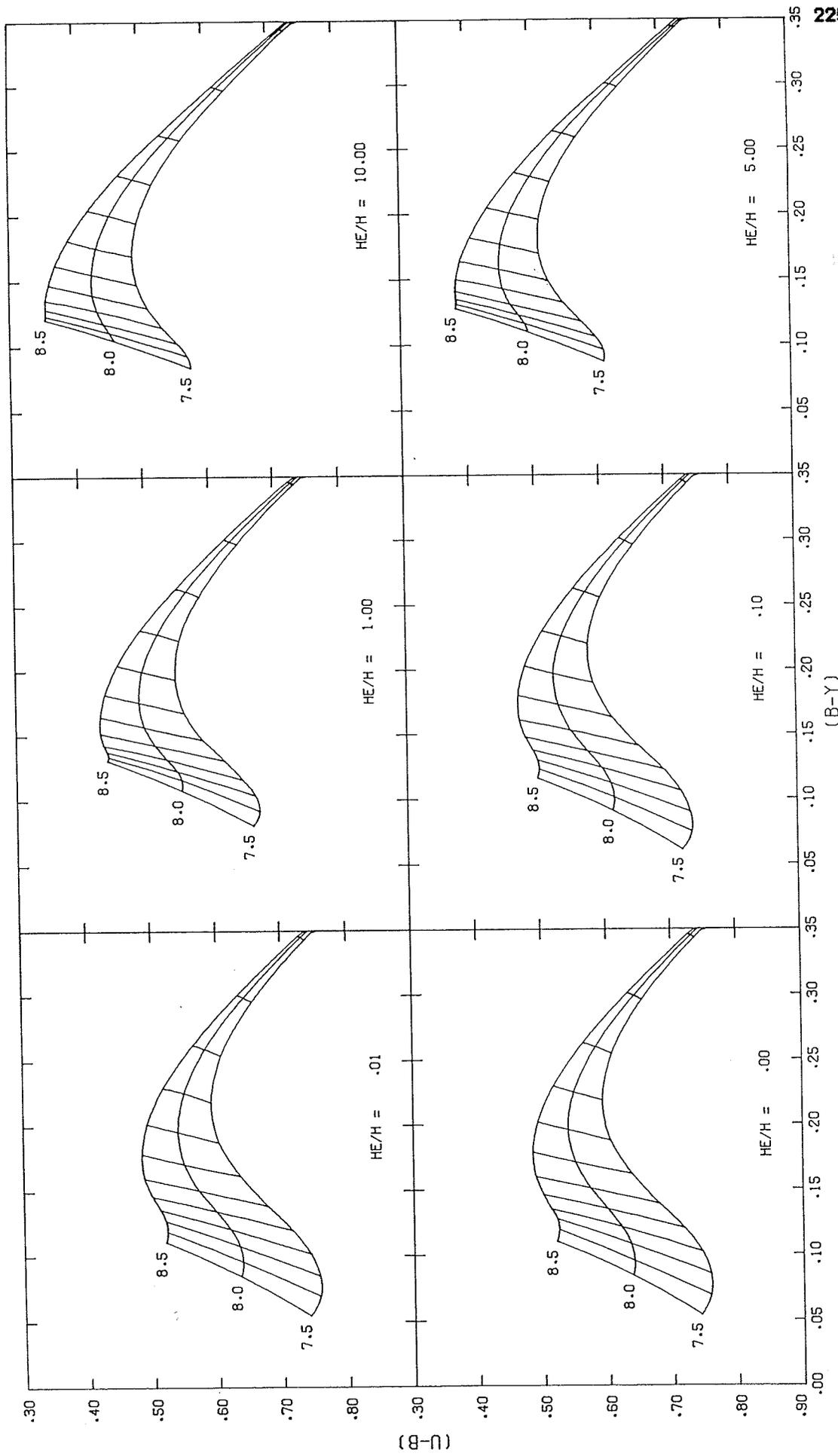
Le comportement des raies H_α et H_β est beaucoup plus complexe et irrégulier. Il se produit à plusieurs endroits un recouplement des largeurs équivalentes. Ces raies originent de niveaux peu affectés par le formalisme de probabilité d'occupation. La variation en fonction de l'abondance d'hélium provient dans ce cas-ci de l'élargissement du type Van der Waals. Comme cet élargissement est causé par l'interaction entre particules neutres, il ne devient prédominant qu'aux basses températures $T_e < 10000\text{K}$ (voir aussi Figure 17). Le comportement de la raie H_β est similaire, mais beaucoup moins prononcé. Enfin, cette sensibilité de la largeur équivalente à l'abondance d'hélium diminue aux basses températures ($T_e < 6000\text{K}$), car la raie devient tout simplement trop faible. Cependant, le profil de la raie demeure un facteur indicatif de la présence d'hélium dans l'atmosphère (voir Figure 17).

Les couleurs Strömgren (b-y) et (u-b) des spectres synthétiques ont été calculées à l'aide d'une sous-routine fournie par F. Wesemael. Comme le calcul de ces couleurs théoriques requiert la connaissance du flux monochromatique à des longueurs d'onde différentes de celles des spectres générés précédemment, un ensemble de spectres synthétiques fut calculé à l'aide d'une autre grille de fréquence. Les transmissions des filtres sont prises de Olson (1974) et Kodaira(1975), et la calibration est de Schulz (1978). Les résultats sont présentés sur les Figures 31 et 32 en fonction de la température effective, de la gravité de surface, et de l'abondance d'hélium. Une comparaison détaillée de ces figures montre que pour un ensemble de couples (gravité - abondance d'hélium), *il n'est pas non plus possible de distinguer à l'aide de la photométrie les effets produits par une variation de la gravité de surface ou de l'abondance d'hélium*. Il devient alors évident à ce point-ci, qu'une détermination unique des paramètres atmosphériques (T_e , He/H, et $\log g$) est impossible, et qu'il faut recourir à d'autres diagnostics pour contraindre davantage ces paramètres. Une alternative est suggérée dans le chapitre suivant.

5.5 Variation de la longueur de mélange

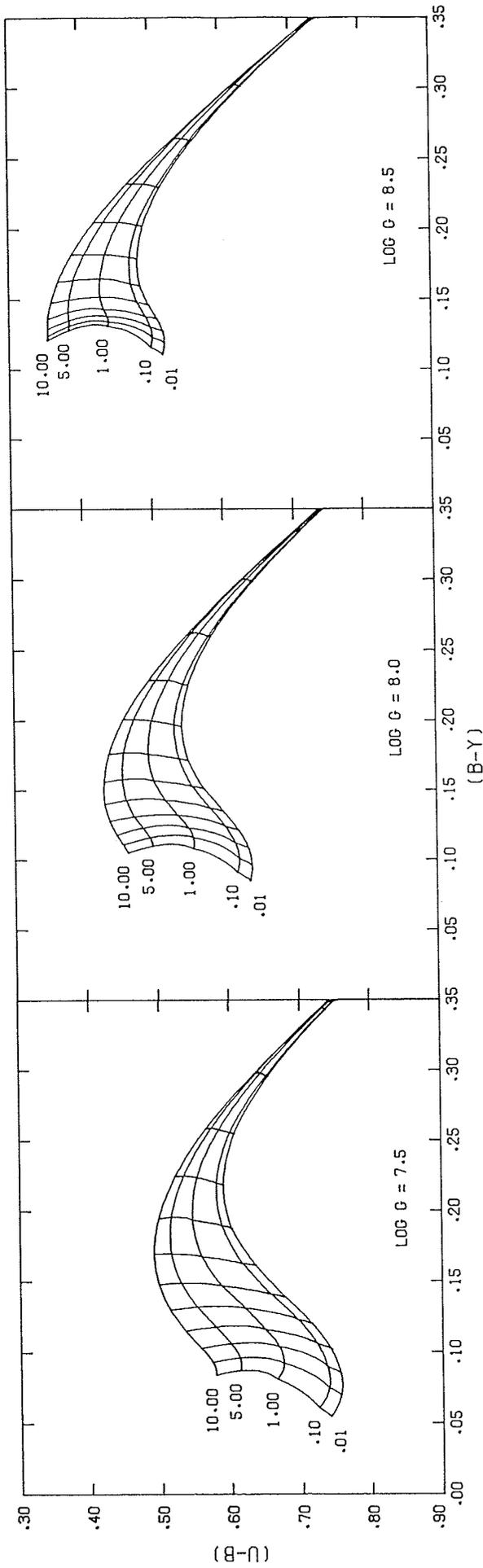
La théorie de la convection décrite à la section 3.4 est paramétrisée par un certain nombre de constantes, déterminées en majeure partie par la géométrie adoptée des cellules convectives. La longueur de mélange est aussi considérée comme un paramètre libre. Dans notre analyse, nous utilisons la théorie standard de la longueur de mélange ML1 (Tableau

Figure 31 Diagramme de couleurs Strömngren pour des modèles à différentes abondances d'hélium. Chaque diagramme illustre la variation de la gravité de surface et de la température effective. En partant de la gauche, les températures effectives des modèles sont 12000 (500) 6000K.



(B-Y)

Figure 32 Diagramme de couleurs Strömngren pour des modèles à différentes gravités de surface. Chaque diagramme illustre la variation de l'abondance d'hélium et de la température effective. En partant de la gauche, les températures effectives des modèles sont 12000 (500) 6000K.



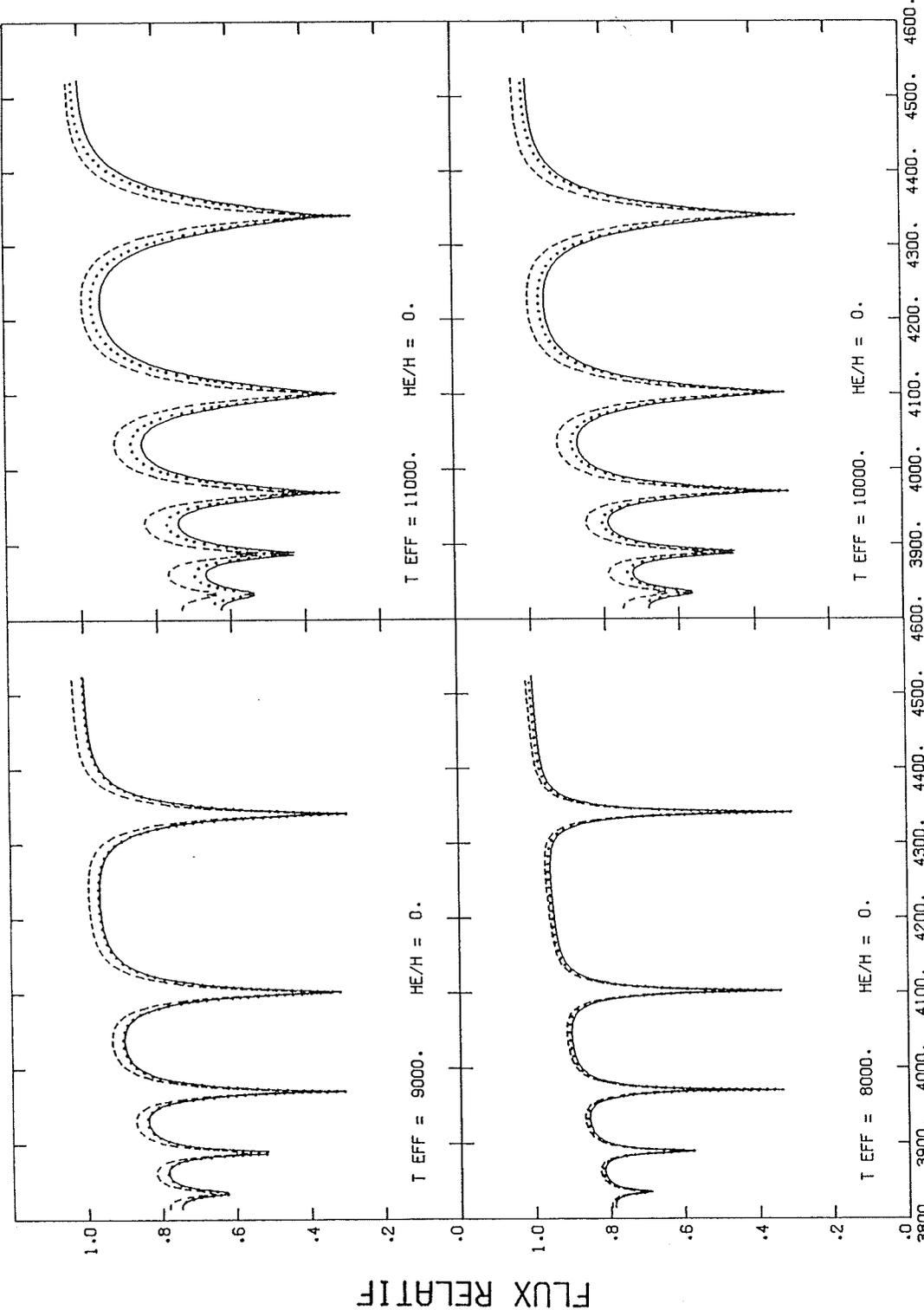
(U-B)

(B-Y)

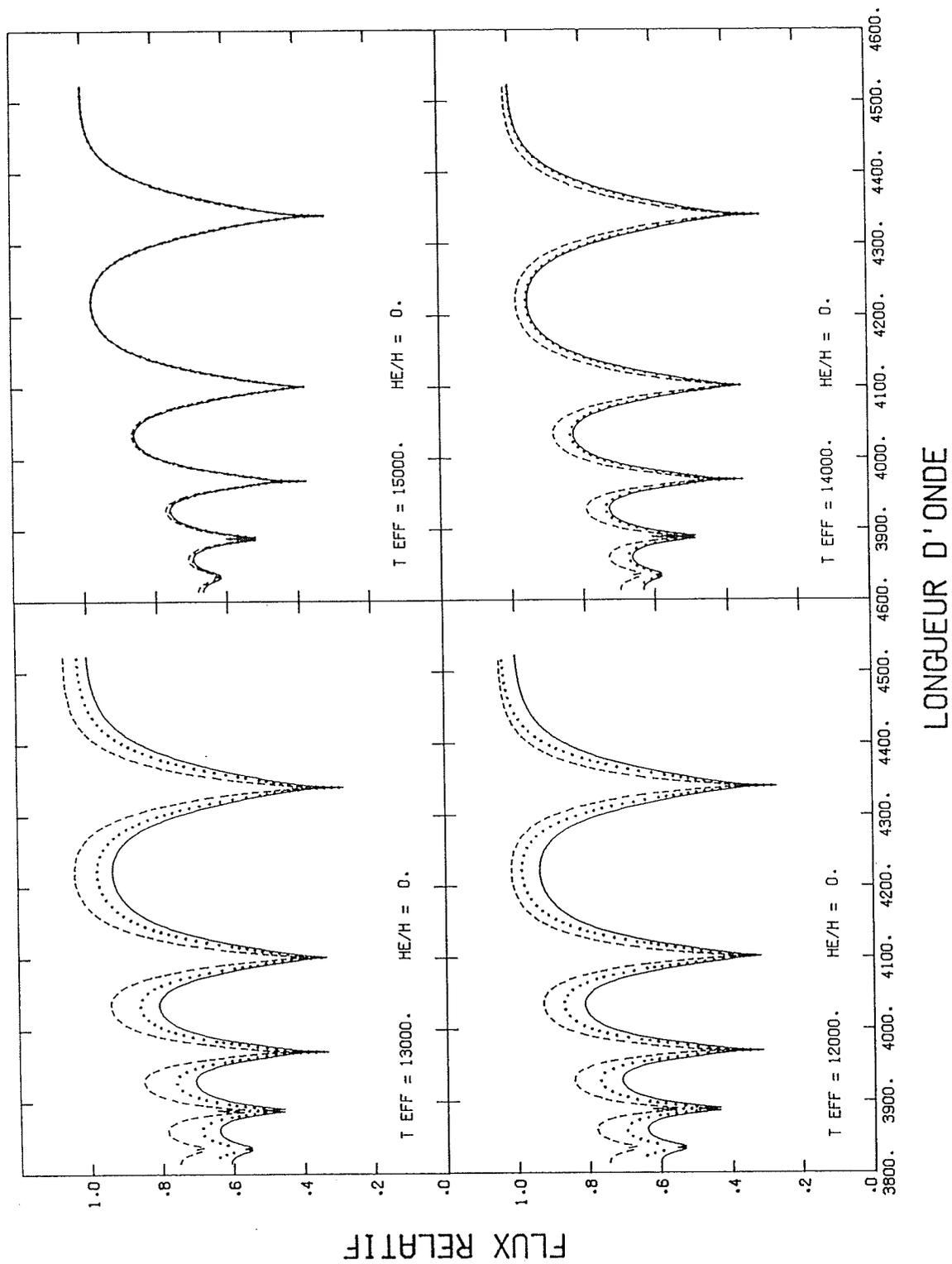
III) de Böhmer-Vitense (1958). Cependant, Fontaine *et al.* (1974) ont montré que le choix de la théorie de la longueur de mélange influençait la structure thermodynamique des couches externes des naines blanches. De plus, Fontaine, Tassoul, et Wesemael (1984), et Tassoul, Fontaine, et Winget (1989) ont montré que le résultat des analyses de pulsations non-radiales des étoiles naines blanches variables dépendaient davantage du choix de la théorie de la longueur de mélange que de tout autre paramètre. Enfin, ils ont aussi conclu que la température observée du côté chaud de la bande d'instabilité des naines blanches variables, était mieux reproduite par des modèles générés avec la version ML3 de la longueur de mélange, qu'avec les versions ML1 ou ML2. Ce résultat est relié à l'efficacité convective croissante de ML1 vers ML3.

Afin d'estimer la variation du flux émergent en fonction du choix particulier de la théorie de la longueur de mélange, un ensemble de spectres synthétiques a été calculé avec les versions ML1 et ML3. Des modèles d'atmosphères plus chauds que 12000K ont aussi été calculés pour couvrir la région définie par la bande d'instabilité des ZZ Ceti. Le résultat de ces calculs est présenté sur la Figure 33 pour les modèles riches en hydrogène, et pour $8000\text{K} < T_{\text{e}} < 15000\text{K}$. La différence entre les spectres calculés avec ML1 (trait plein) et ML3 (trait en tirets) est négligeable pour des températures effectives plus basses que $T_{\text{e}} \sim 8000\text{K}$, et plus élevées que $T_{\text{e}} \sim 15000\text{K}$. Aux basses températures, la convection devient adiabatique, et ne dépend plus à ce moment de la théorie de la longueur de mélange. Aux hautes températures, la zone de convection disparaît, et l'atmosphère devient complètement radiative. Aux températures intermédiaires cependant, les différences dans le flux

Figure 33 Comparaison des spectres synthétiques des raies H_{γ} à H_{β} calculés avec différentes versions de la théorie de la longueur de mélange: ML1 (traits pleins), ML3 (traits en tirets), ML3 et la prescription de Böhm-Stückl (traits pointillés).



LONGUEUR D'ONDE



émergent sont considérables. En particulier, ces résultats soulèvent la possibilité de calibrer la théorie de la longueur de mélange à partir de la spectroscopie d'étoiles de type ZZ Ceti.

Un dernier ensemble de spectres a été généré en utilisant à la fois la version ML3 de la théorie de la longueur de mélange, et la prescription de Böhm et Stückl (1967). Cette prescription consiste à choisir comme longueur de mélange à une profondeur donnée, la valeur minimum entre la longueur de mélange ℓ , et la distance entre le haut de la zone de convection et le point considéré. Ceci assure que la distance parcourue par une cellule convective avant de se dissoudre, ne dépasse pas le haut de la zone convective. Une des conséquences immédiates de cette prescription est que le flux convectif augmente plus lentement et plus graduellement vers l'intérieur de l'étoile, et diminue donc artificiellement l'efficacité convective en surface. Les spectres calculés avec la prescription de Böhm-Stückl et la version ML3 de la longueur de mélange sont présentés sur la Figure 33 (trait pointillé). Les résultats montrent que les différences entre les versions ML1 et ML3 + Böhm-Stückl sont négligeables pour $T_g < 10000\text{K}$, mais que des différences appréciables subsistent à des températures supérieures. Il faut aussi noter que des modèles d'atmosphères calculés avec ML1 et la prescription de Böhm-Stückl, pourraient produire des différences similaires. Une exploration plus approfondie demeure toutefois en dehors du contexte de ce travail. Le présent exercice a cependant montré que les incertitudes relatives au traitement de la convection ont des effets observés relativement peu importants aux températures effectives considérées dans cette étude, mais qu'un soin particulier devrait être apporté pour l'étude

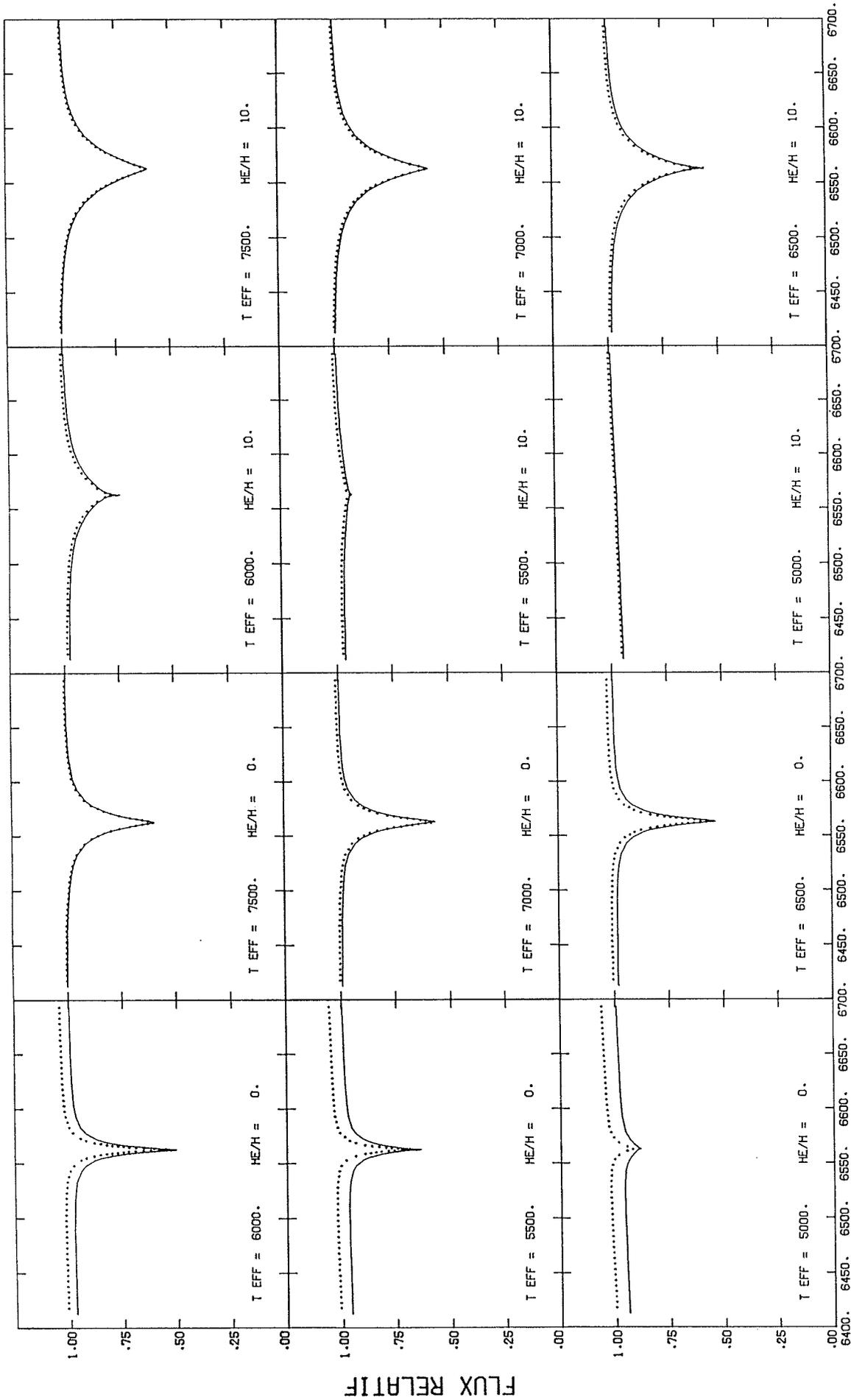
d'étoiles plus chaudes, comme les ZZ Ceti.

5.6 Effets non-idéaux de l'équation d'état

Les modèles calculés à l'aide de l'équation d'état de FGVH (§3.8) peuvent être utilisés pour calculer des spectres synthétiques de la même façon que les spectres précédents. Dans cette approximation, l'équation d'état de FGVH ne modifie que la structure thermodynamique du modèle initial; le programme de spectres synthétiques utilise toujours l'équation d'état d'un gaz parfait, modifiée par le formalisme de probabilité d'occupation de Hummer-Mihalas. Comme les effets non-idéaux ne sont prédominants que dans les modèles froids, nous avons restreint la comparaison spectroscopique à la raie H_{α} .

Les spectres calculés avec les modèles utilisant l'équation d'état de FGVH sont présentés sur la Figure 34 (trait pointillé), en comparaison avec ceux calculés avec l'équation d'état d'un gaz parfait (trait plein). Dans les modèles riches en hélium, la différence est complètement négligeable. Dans les modèles riches en hydrogène, les différences se présentent surtout au niveau du flux absolu du spectre. Le profil de la raie est relativement peu affecté. Nous allons voir dans le prochain chapitre que les sources d'incertitudes sur le profil de la raie H_{α} sont davantage reliées aux processus d'élargissement qu'au choix de l'équation d'état. Néanmoins, les résultats précédents démontrent que l'approximation de l'équation d'état d'un gaz parfait ne produit pas d'erreur significative sur le profil des raies, mais affecte sensiblement le flux continu.

Figure 34 Comparaison des profils de la raie H_{α} , calculés en utilisant les modèles d'atmosphères gris des Figures 15 et 16. Ces modèles sont calculés avec l'équation d'état d'un gaz parfait (traits pleins), et l'équation d'état de Fontaine, Graboske, et Van Horn (traits pointillés).



FLUX RELATIF

LONGUEUR D'ONDE

CHAPITRE 6

Détermination des paramètres atmosphériques

Dans ce chapitre, nous allons utiliser les outils développés dans les chapitres précédents dans une détermination des paramètres atmosphériques des naines blanches froides des deux échantillons présentés au Chapitre 2.

La première technique d'analyse considérée consiste à comparer les profils observés des raies spectrales avec les profils synthétiques. La sensibilité des raies à la température effective, à la gravité de surface, et à l'abondance d'hélium (voir Chapitre 5), fait que la comparaison des profils de raies demeure un des diagnostics les plus précis pour déterminer les paramètres atmosphériques. Nous allons aussi comparer cette technique avec d'autres techniques moins précises telles que l'analyse des largeurs équivalentes des raies spectrales ainsi que de la photométrie visuelle.

6.1 Analyse de l'échantillon de Lacombe-Wesemael-Liebert

6.1.1 Résolution instrumentale

La première étape de la comparaison des profils de raies consiste à reproduire le profil instrumental des spectres observés. Ce profil instrumental est habituellement approximé par une distribution gaussienne avec une largeur à demi-hauteur égale à la résolution spectrale de l'instrument. Celle-ci est déterminée généralement à partir de la mesure de profils de raies d'émission de la lampe de comparaison utilisée pour calibrer les spectres en longueurs d'onde. Tous les spectres synthétiques sont donc convolués numériquement à l'aide d'une distribution gaussienne dont la largeur à demi-hauteur est ajustée en fonction de l'échantillon étudié.

La détermination exacte de la résolution spectrale n'est pas un facteur déterminant quand la largeur à demi-hauteur est faible en comparaison avec la largeur des raies observées. Ainsi, dans l'échantillon de LVL, seul le coeur des raies se trouvera affecté par la convolution des spectres synthétiques. Une erreur sur la valeur exacte de la résolution spectrale ne modifiera donc pas le résultat des analyses. Cependant, dans l'échantillon de Greenstein, les profils des raies H_{α} et H_{β} des étoiles les plus froides ont des largeurs comparables à la résolution spectrale de l'instrument. Il devient alors important de distinguer entre un élargissement de la raie causé par l'instrument, et un élargissement intrinsèque de la raie provoqué par des processus physiques d'élargissement.

6.1.2 Détermination de la température effective

Une fois la convolution des spectres synthétiques obtenue, les profils des raies sont ensuite comparés par une technique de moindre carré. Comme nous sommes principalement intéressés aux profils des raies plutôt qu'à la distribution d'énergie, les spectres observés et synthétiques sont normalisés raie par raie. Pour chacune des raies, le niveau du flux continu est déterminé à partir de deux points judicieusement choisis de part et d'autre du centre de la raie, et reliés par une droite. Pour les spectres observés, ces points sont déterminés en moyennant sur quelques pixels ($\sim 25\text{\AA}$) autour des points choisis. La normalisation est ensuite obtenue en divisant le flux continu par le flux dans la raie.

La procédure consiste ensuite à calculer séparément les valeurs du χ^2 pour chacune des raies dans tout l'espace des paramètres. La recherche du minimum du χ^2 dans cet espace nous donne les valeurs optimales des paramètres atmosphériques de l'étoile. En principe, il est possible de déterminer avec suffisamment de précision les paramètres atmosphériques en utilisant une seule raie. Par exemple, Fontaine *et al.* (1985) ont déterminé simultanément la gravité de surface et la température de GD66 à partir de la seule comparaison de H_{γ} . Cependant, il peut être imprudent d'appuyer des conclusions sur l'analyse d'une seule raie pour différentes raisons: i) la nature bruyante des raies observées, ii) l'imprécision de la calibration spectrophotométrique à l'intérieur de la largeur de la raie, iii) les incertitudes physiques des spectres synthétiques, et iv) la sensibilité relative de chacune des raies aux différents paramètres atmosphériques. Pour ces raisons, il est

préférable de considérer l'ensemble des raies pour déterminer les paramètres atmosphériques. Considérons d'abord la mesure de la température effective de l'étoile.

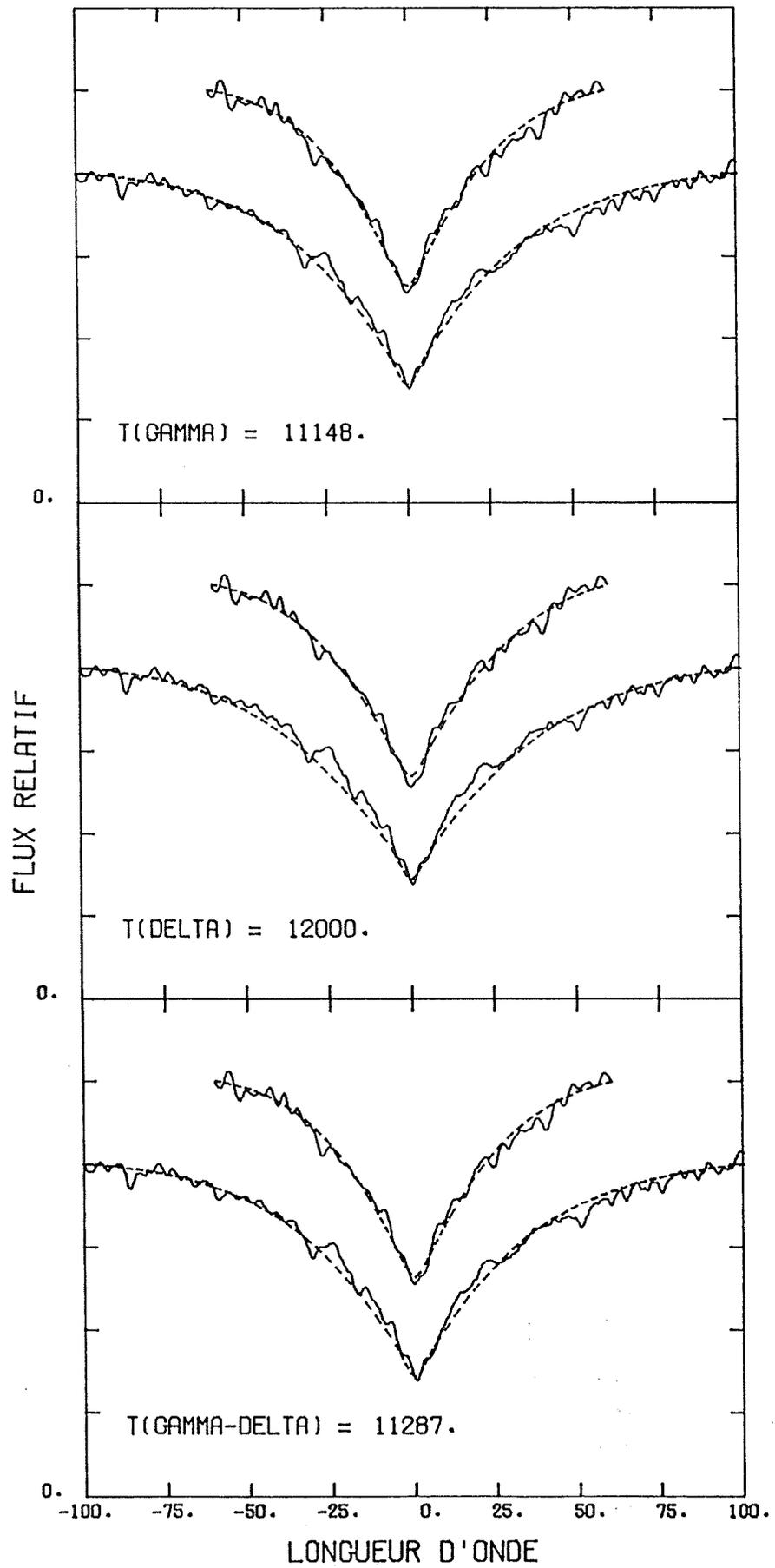
La température effective est déterminée à partir des raies H_γ et H_δ . La température associée à chacune de ces raies peut différer dans certains cas de quelques centaines de degrés (voir Figure 7). Cette différence est principalement attribuable à la sensibilité de chacune des raies à la température; la variation du χ^2 en fonction de la température effective est parfois tellement faible qu'un changement de température de plusieurs centaines de degrés n'affecte que très légèrement la valeur du χ^2 . Cette situation fait que la température associée à une telle raie demeure relativement plus incertaine. Pour augmenter la précision de la détermination de la température effective, et aussi utiliser à profit l'ensemble des raies spectrales, nous avons adopté la méthode suivante. Considérons une abondance d'hélium donnée. Tout d'abord, la valeur du χ^2 est évaluée indépendamment pour chacune des raies H_γ et H_δ à chaque température de la grille de modèles. Ensuite, la température effective moyenne est déterminée à partir du *minimum du produit des χ^2* . Contrairement à la simple moyenne arithmétique des températures associées à chaque raie, cette méthode possède l'avantage de pondérer chacune de ces températures par leur variation du χ^2 . Ainsi, si une raie s'avère peu sensible à la température, la variation du χ^2 sera petite, et n'influencera pas la détermination de la position du minimum. En d'autres termes, la température sera pondérée davantage par la raie dont la vallée du χ^2 est la plus étroite.

La Figure 35 illustre la méthode de détermination de la température effective dans le cas particulier de GD66, en utilisant des modèles purs en hydrogène. Le spectre observé de GD66 est comparé avec des spectres synthétiques interpolés aux températures effectives déterminées par H_{γ} (panneau du haut), par H_{δ} (panneau du centre), et aussi à l'aide de la moyenne pondérée définie précédemment (panneau du bas). La température déterminée par H_{δ} est en fait supérieure à 12000K, ce qui implique que $T_{\delta} - T_{\gamma} > 900\text{K}$. Il est toutefois évident que la solution adoptée en utilisant la moyenne pondérée est tout aussi acceptable. Ceci est relié au fait qu'autour de $T_{\text{e}} = 11000\text{K}$, la raie H_{δ} est moins sensible que la raie H_{γ} à la température effective (voir Figure 30). La température moyenne est donc pondérée davantage par la raie H_{γ} que par la raie H_{δ} .

6.1.3 Détermination de l'abondance d'hélium et de la gravité de surface

La gravité de surface et l'abondance d'hélium ne peuvent être déterminées indépendamment. Comme nous l'avons montré à la section §5.4.4, il existe une infinité de couples ($\log g$, He/H) qui produisent le même spectre synthétique. Une façon de remédier à ce problème est de considérer un large échantillon d'étoiles, et d'adopter une gravité de surface moyenne pour tous les objets. Bien que la gravité de surface de chaque objet pris individuellement puisse différer de la gravité adoptée, la moyenne des étoiles pourra mettre en évidence la présence ou l'absence de l'hélium dans les atmosphères de ces naines blanches.

Figure 35 Exemple de la détermination de la température effective dans le cas particulier de GD66, en utilisant des modèles purs en hydrogène. Le spectre observé (sur chaque panneau, de bas en haut) des raies H_γ et H_δ de GD66 est comparé avec des spectres synthétiques interpolés aux températures effectives déterminées par H_γ (panneau du haut), par H_δ (panneau du centre), et aussi à l'aide de la moyenne pondérée de H_γ et H_δ (panneau du bas).



Nous avons donc adopté une gravité de surface moyenne de $\log g=8.0$, soit la valeur moyenne estimée pour les DA par Shipman (1979) et Koester, Schulz, et Weidemann (1979) (voir aussi Chapitre 1), et déterminé ensuite indépendamment l'abondance d'hélium. La méthode utilisée est similaire à celle décrite pour évaluer la température effective. Dans ce cas particulier cependant, nous utiliserons les raies H_ϵ et H_δ . En effet, la Figure 30 montre que ces raies sont plus sensibles à une variation de l'abondance d'hélium que les raies H_γ et H_δ .

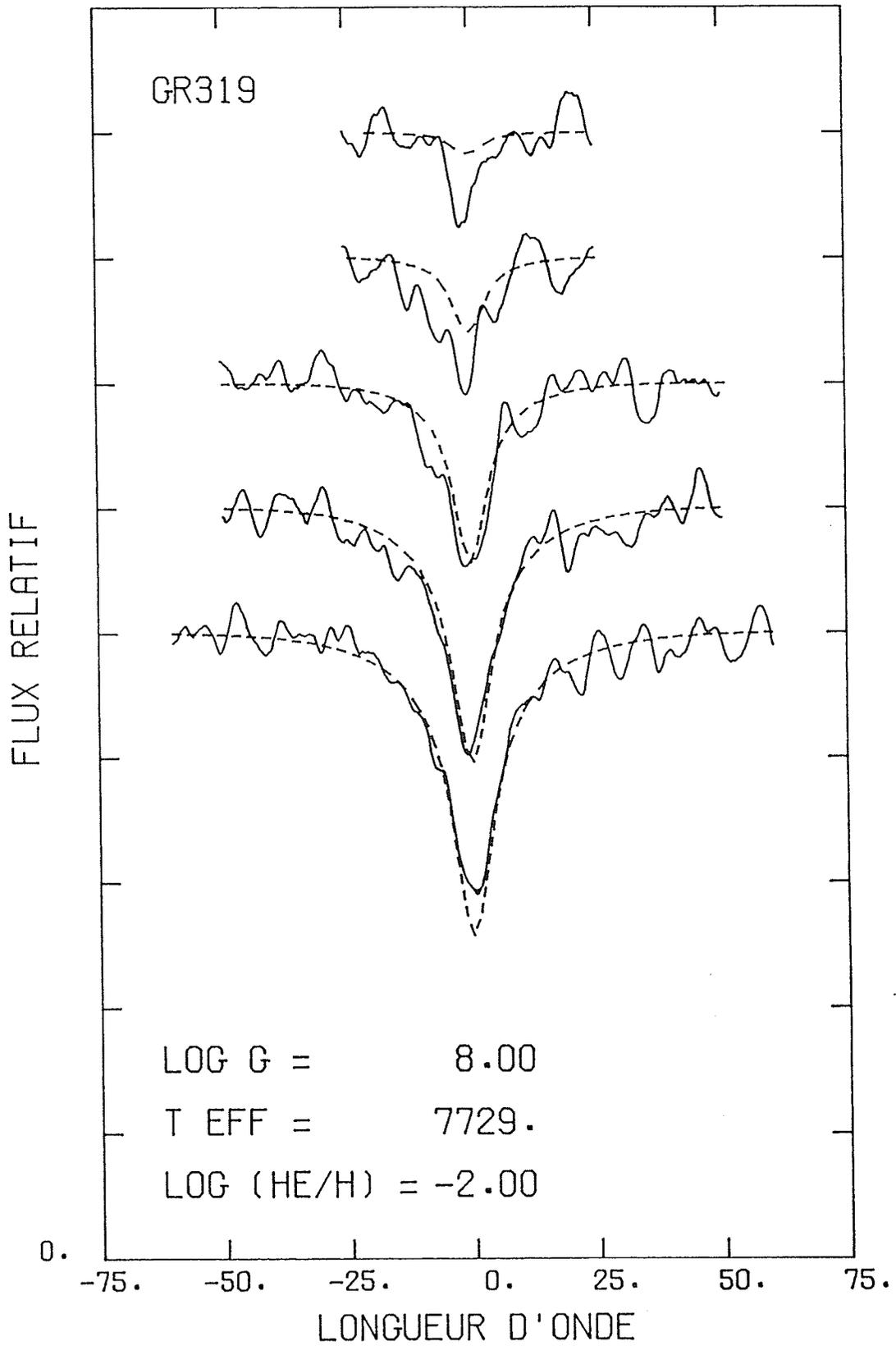
La détermination simultanée de la température effective et de l'abondance d'hélium se fait de la façon suivante. La première étape consiste à interpoler une grille plus fine de spectre synthétiques ($\Delta T=100K$, $\Delta \log(\text{He}/\text{H})=0.1$). A chaque abondance d'hélium interpolée $\log(\text{He}/\text{H})_i$, la température $T_{\gamma\delta}$ est évaluée à partir de la moyenne pondérée des raies H_γ et H_δ . Un spectre synthétique est ensuite interpolé aux différentes valeurs de $T_{\gamma\delta}-\log(\text{He}/\text{H})_i$. Pour chacun de ces spectres, le χ^2 associé aux raies H_ϵ et H_δ est calculé, et utilisé pour déterminer l'abondance d'hélium optimale, en trouvant le minimum du produit des χ^2 de chacune des raies H_ϵ et H_δ . La température effective finale est définie par la température $T_{\gamma\delta}$ associée à l'abondance d'hélium optimale. Une estimation de l'erreur sur la détermination des paramètres atmosphériques est obtenue en mesurant la température effective et l'abondance d'hélium pour lesquelles la valeur du χ^2 est supérieure de 2% de sa valeur minimale. Cette mesure permet en quelque sorte de mesurer la profondeur de la vallée du χ^2 .

6.1.4 Sensibilité au rayon d'interaction des particules neutres

Une première détermination des paramètres atmosphériques des étoiles de l'échantillon de LWL a été obtenue en utilisant le formalisme de Hummer-Mihalas décrit au Chapitre 5. Comme première approximation nous avons adopté un rayon d'interaction pour les particules neutres (équation 5.11) égal au rayon de Bohr. L'analyse montre qu'en utilisant un rayon de Bohr, il est impossible de trouver une solution acceptable pour les objets ayant des températures effectives inférieures à $\sim 8500\text{K}$. En effet, les spectres synthétiques prédisent dans ce cas des largeurs de raies H_e à H_g beaucoup plus petites que celles observées. Cette conclusion demeure valide *même dans les modèles riches en hydrogène*. Un exemple typique d'une de ces solutions est illustré sur la Figure 36. Il est évident que la solution présentée ne satisfait pas le profil des raies H_e à H_g .

Une solution alternative possible est de réduire substantiellement la gravité de surface moyenne adoptée ($\log g=8$). Un tel exercice révèle toutefois que pour reproduire le profil des raies H_e à H_g , la gravité de surface de *tous les objets avec $T_e < 8500\text{K}$* doit être réduite autour de $\log g \sim 7.5$. Cependant, les nombreuses évidences observationnelles et théoriques discutées au Chapitre 1 suggèrent que la gravité de surface moyenne des naines blanches se situe autour de $\log g=8$. De plus, les objets plus chauds de l'échantillon de LWL sont tout à fait compatibles avec une gravité de surface autour de $\log g=8$. Il semble aussi inconcevable que la gravité moyenne des objets froids ($T_e < 8500\text{K}$) soit plus faible que celle des objets plus chauds (Shipman et Sass 1980).

Figure 36 Spectre observé des raies H_γ à H_g (de bas en haut) de Gr319, comparé à un spectre synthétique dont les paramètres atmosphériques sont indiqués dans le bas de la figure. Les profils des raies H_δ à H_g ne sont pas reproduits.



Nos connaissances de la théorie de l'évolution des naines blanches montrent que la contraction des couches externes s'est arrêtée à beaucoup plus haute température, et que dans notre intervalle de températures effectives considéré, le rayon de l'étoile doit demeurer constant (Lamb et Van Horn 1975).

La dernière alternative possible est d'apporter une légère modification au formalisme de Hummer-Mihalas. A ces températures, les raies élevées de la série de Balmer sont surtout affectées par le formalisme de sphères dures. Il est important de rappeler que le traitement de Hummer-Mihalas des interactions entre particules neutres est très approximatif. La discussion précédente suggère que ce formalisme est trop abrupt, et dépeuple les niveaux atomiques d'une façon trop efficace. A défaut d'un meilleur traitement des interactions entre les particules neutres, nous avons réduit artificiellement l'importance de la contribution des particules neutres en diminuant arbitrairement le rayon d'interaction. Nous avons adopté comme rayon d'interaction pour toutes les espèces un rayon de Bohr réduit, défini comme

$$r_n = f \frac{n^2 a_0}{Z} \quad (6.1)$$

où f représente un paramètre libre ($0 \leq f \leq 1$). Pour une valeur de f unité, on retrouve le rayon de Bohr standard. Une valeur de f nulle implique que les particules peuvent se rapprocher infiniment sans être perturbées. En réduisant ainsi arbitrairement le rayon d'interaction, il est possible de modifier le comportement des raies excitées de la série de Balmer. La Figure 37 illustre pour un modèle en particulier le comportement des

raies H_α et H_β pour différentes valeurs de f , soient $f = 0, \frac{1}{2}, \frac{5}{8}$, et 1.

Nous allons donc considérer f comme un autre paramètre libre dans le reste de cette analyse. Il faut cependant noter que cette incertitude sur la valeur de f n'affecte que les raies élevées, et que l'analyse des profils H_α de Greenstein demeure indépendante de cette incertitude. De plus, dans la section §5.3.3, nous avons montré que seuls les objets les plus froids étaient affectés par l'interaction entre les particules neutres. On s'attend donc à ce que nos études des objets les plus chauds de l'échantillon de LVL soient relativement peu sensibles à la valeur choisie de f . Pour vérifier cette affirmation, nous avons déterminé, pour tous les objets étudiés, la température effective et l'abondance d'hélium en utilisant des valeurs de f de $0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$, et $\frac{5}{8}$. La Figure 38 illustre l'excursion de la valeur de l'abondance d'hélium pour certains objets, quand la valeur de f est modifiée. Pour les objets les plus froids, l'abondance d'hélium mesurée dépend énormément de la valeur de f . Par contre, pour les objets plus chauds, l'abondance d'hélium est relativement indépendante du choix particulier de f .

La valeur de $f = \frac{5}{8}$ représente la valeur limite approximative au-dessus de laquelle il n'est plus possible de trouver des solutions acceptables pour les étoiles froides à $\log g = 8.0$, même avec $He/H = 10^{-2}$. Nous adopterons donc la valeur plus conservatrice de $\frac{1}{2}$. Cette réduction arbitraire du rayon d'interaction demeure toutefois imprécise, et soulève l'importance d'obtenir une meilleure description physique de l'interaction entre les particules neutres. Il faut réaliser aussi que cette étude représente la première application du formalisme de Hummer-Mihalas dans

Figure 37 Comportement des raies H_ϵ (en bas) et H_θ (en haut) pour différentes valeurs de f , soient $f = 0, \frac{1}{2}, \frac{5}{8}$, et 1.

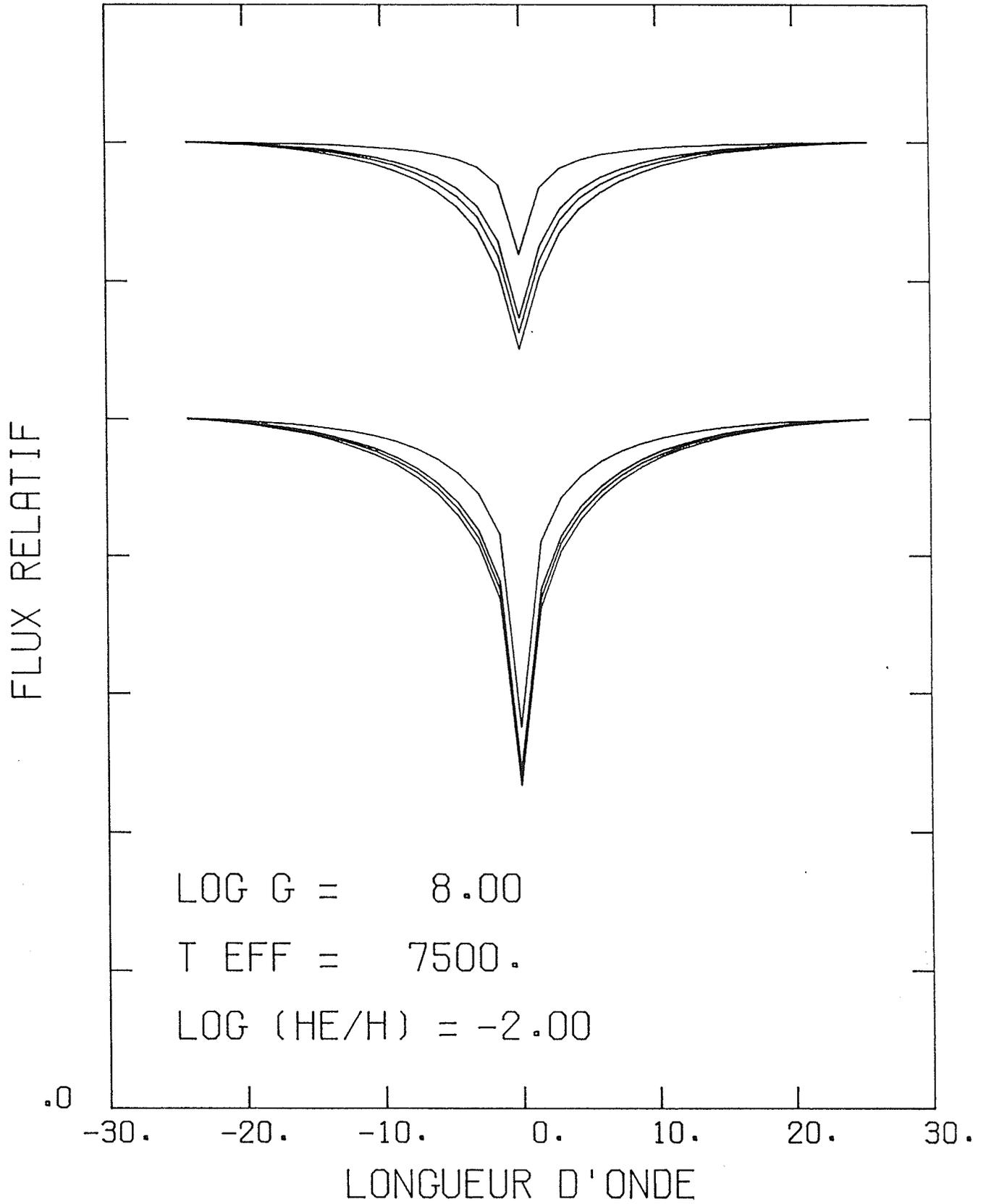
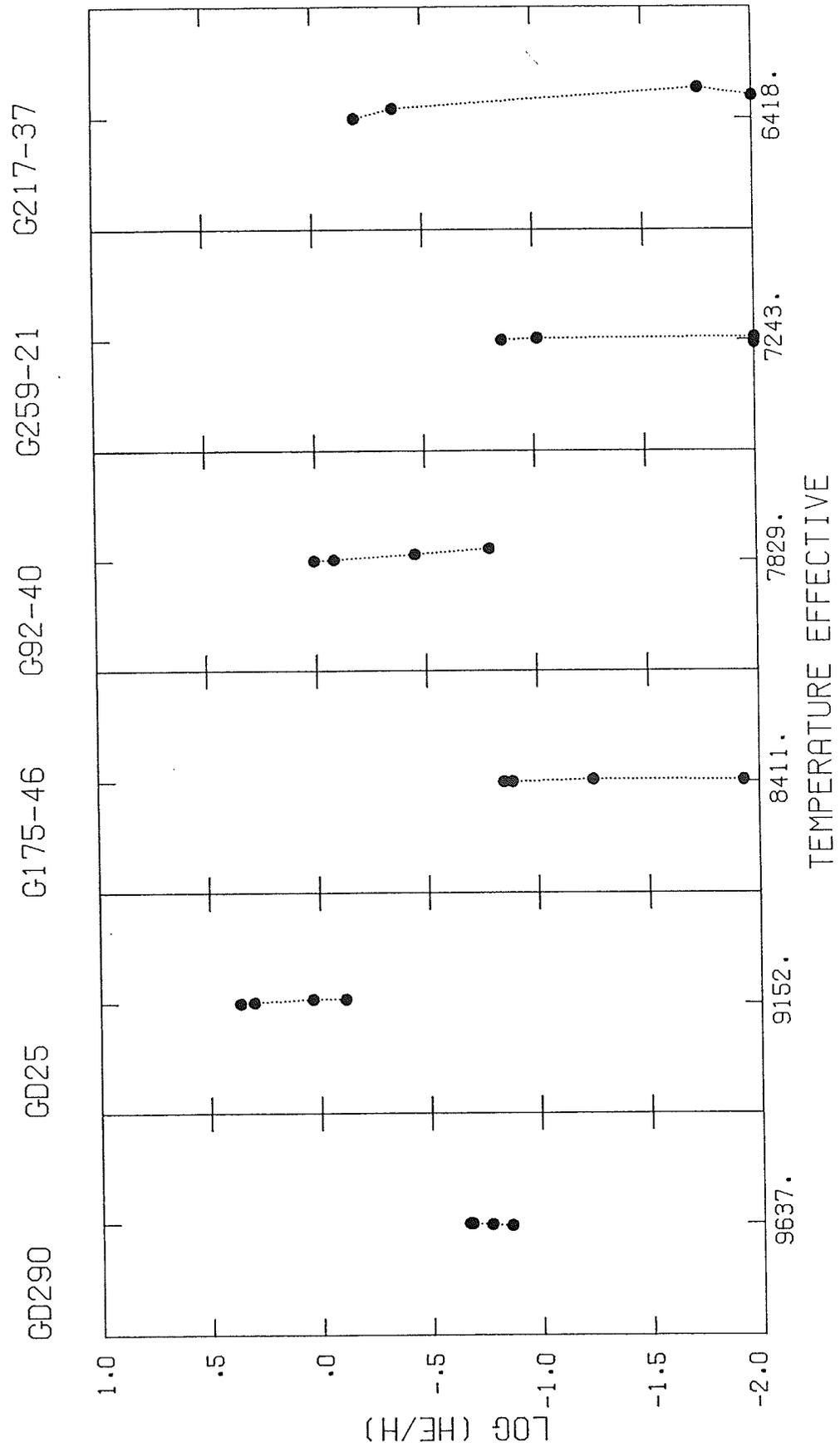


Figure 38 Excursion de la valeur de l'abondance d'hélium pour certains objets, quand la valeur de f est modifiée (à partir du haut $f = 0, \frac{1}{2}, \frac{5}{8},$ et 1).



le cadre d'une analyse spectroscopique détaillée. En ce sens, ces résultats représentent la première étude de la validité du formalisme de probabilité d'occupation, et en particulier du traitement de l'interaction entre les sphères neutres. Notons finalement que tous les calculs présentés au Chapitre 5 ont été obtenus avec $f=\frac{1}{2}$.

6.1.5 Résultats de l'analyse spectroscopique

Ayant adopté un facteur de réduction de $f=\frac{1}{2}$, et une gravité de surface moyenne de $\log g=8$, nous avons déterminé la température effective et l'abondance d'hélium pour toutes les étoiles de l'échantillon de LVL. Afin de mesurer l'incertitude sur la valeur du facteur de réduction, nous avons aussi complété l'analyse en utilisant différentes valeurs de f . Les résultats sont présentés graphiquement sur les Figures 39 et 40 pour différentes valeurs de f , et au Tableau VII pour la valeur de $f=\frac{1}{2}$. En analysant ces figures, il faut se rappeler que la borne inférieure en densité d'hélium est de $\text{He}/\text{H}=10^{-2}$, une valeur rigoureusement équivalente du point de vue spectroscopique à $\text{He}/\text{H}=0$. Les spectres de G128-7 et G250-26 étant trop bruyants, aucune solution raisonnable ne fut obtenue pour ces deux étoiles, qui sont donc exclues de l'analyse. L'analyse de G128-7 par Wehrse et Liebert (1980) a toutefois permis, à partir de l'observation de la raie H_α , de déterminer les paramètres atmosphériques, $T_e \sim 5800\text{K}$, $\text{He}/\text{H} < 0.25$, et $\log g = 8.5 \pm 0.2$.

Figure 39 Températures effectives et abondances d'hélium pour toutes les étoiles de l'échantillon de LVL. La valeur de f adoptée est de 0.5.

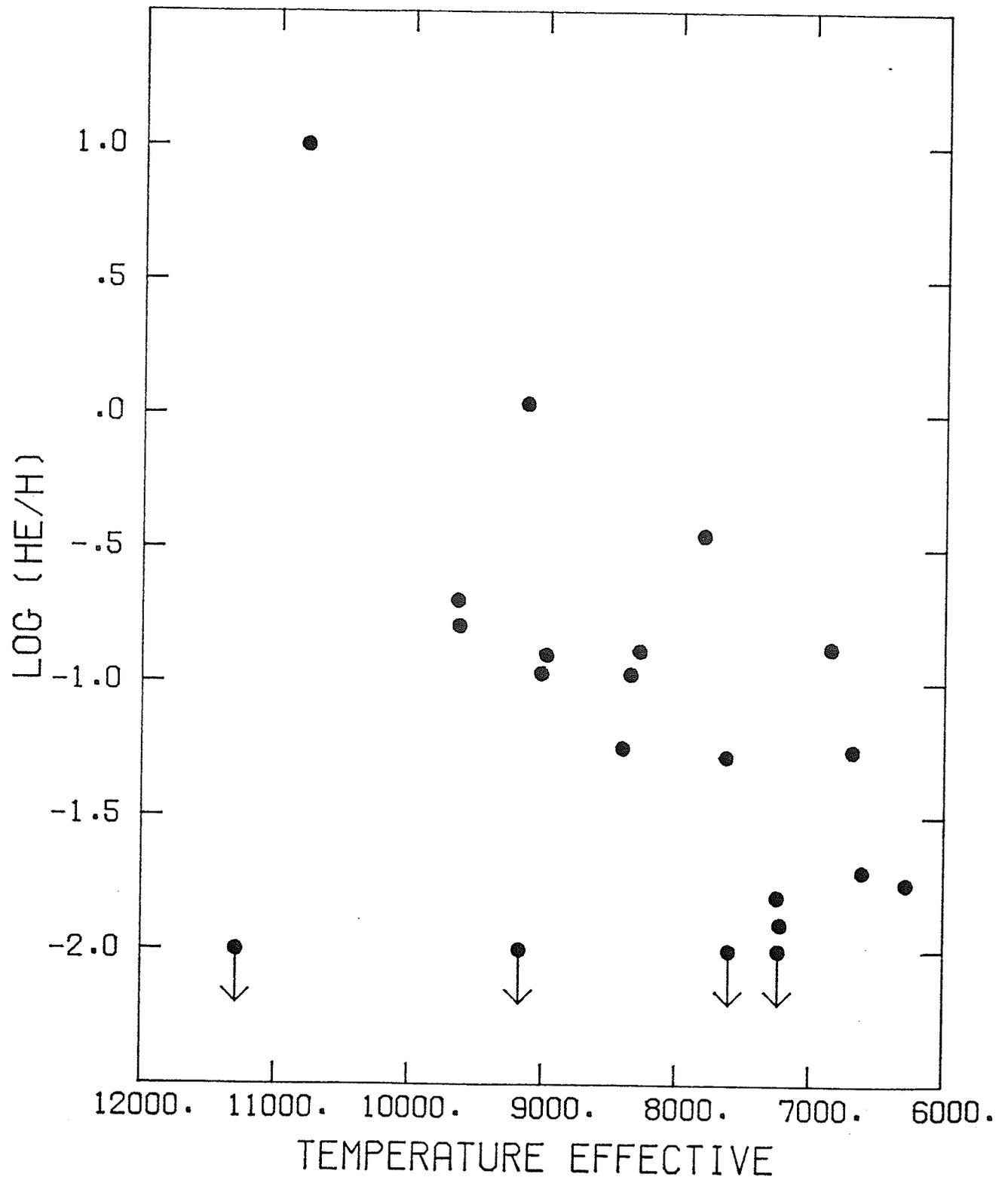
$\text{LOG } G = 8.0 \quad F = 0.5$ 

Figure 40 Températures effectives et abondances d'hélium pour toutes les étoiles de l'échantillon de LVL en adoptant différentes valeurs de f .

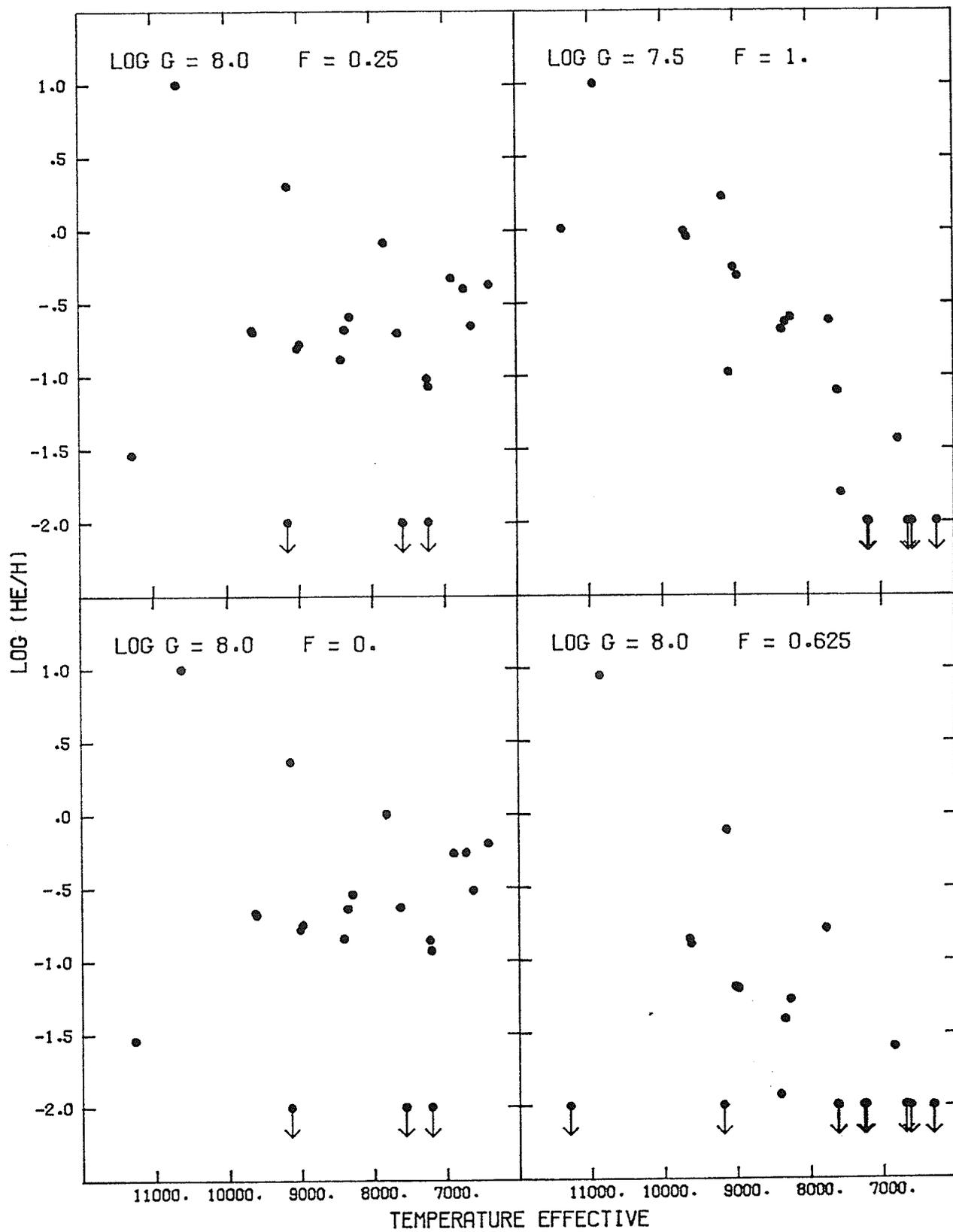


Tableau VII

Paramètres atmosphériques de l'échantillon de Lacombe-Wesemael-Liebert

Nom	EG/Gr	Température (K)		Log He/H	
G217-37	Gr 381	6280	(48)	-1.75	(0.60)
G1-45	EG7	8278	(58)	-0.88	(0.19)
G271-115	EG11	7242	(35)	<-2.00	(----)
G74-7	EG168	7218	(34)	<-2.00	(----)
GD25	Gr 312	9133	(58)	0.03	(0.09)
L587-77A	EG22	9169	(112)	<-2.00	(----)
G175-46	Gr 317	8401	(81)	-1.25	(0.33)
GD66	Gr 572	11287	(159)	<-2.00	(----)
GD69	Gr 319	7623	(42)	-1.28	(0.55)
GD290	Gr 341	9641	(77)	-0.77	(0.15)
G108-26	Gr 484	6852	(123)	-0.87	(0.25)
G90-28	Gr 345	7597	(83)	<-2.00	(----)
G259-21	EG199	7230	(39)	<-2.00	(----)
G92-40	EG135	7800	(48)	-0.45	(0.09)
L710-30	EG137	9627	(85)	-0.80	(0.13)
G144-51	Gr 377	6607	(50)	-1.71	(1.01)
G187-32	Gr 447	8345	(51)	-0.97	(0.24)
G93-53	EG151	8979	(74)	-0.95	(0.20)
G28-13	EG154	9017	(112)	-0.97	(0.26)
G67-23	EG155	10793	(141)	1.00	(0.10)
G156-64	EG178	6684	(76)	-1.26	(0.79)

Ces résultats indiquent que *les atmosphères de naines blanches de type DA plus froides que $T_e \sim 11000\text{K}$ sont polluées par une quantité importante d'hélium*. L'abondance moyenne observée est d'environ $\text{He}/\text{H} \sim 0.1$. Les temps caractéristiques de séparation chimique de l'hydrogène et de l'hélium dans les naines blanches étant très courts (~ 10000 ans à 7000K ; Paquette *et al.* 1986), la présence de l'hélium dans ces atmosphères implique que *la couche superficielle d'hydrogène a effectivement été mélangée avec la couche sous-jacente d'hélium*.

L'objet le plus chaud de l'échantillon est la variable de type ZZ Ceti GD66 (Fontaine *et al.* 1985). L'abondance d'hélium observée de cet objet est compatible avec l'hypothèse généralement admise que les ZZ Ceti ont des atmosphères riches en hydrogène, et que cette classe d'étoiles représente une étape évolutive précédant l'épisode du mélange convectif (Winget et Fontaine 1982). Les résultats de la Figure 2 indiquent de plus que la température effective maximum de mélange se situe aux environs de 11000K . L'étoile la plus chaude après GD66 est G67-23 ($T_e = 10793\text{K}$), une étoile non variable, qui est l'étoile de type DA possédant la plus grande abondance d'hélium jamais mesurée ($\text{He}/\text{H} > 10$). L'implication de ce résultat sur l'épaisseur des couches superficielles d'hydrogène sera discutée dans le prochain chapitre.

Un autre résultat intéressant est la corrélation observée entre l'abondance d'hélium et la température effective. Cette corrélation implique que lors de l'évolution sur la séquence de refroidissement, l'hydrogène réapparaît graduellement à la surface de l'étoile. Cette réapparition de l'hydrogène en surface n'est pas prédite théoriquement

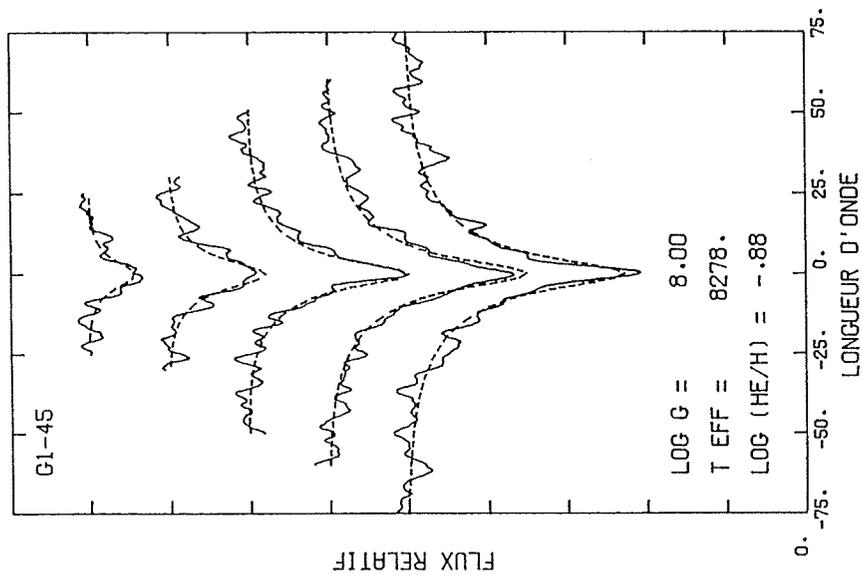
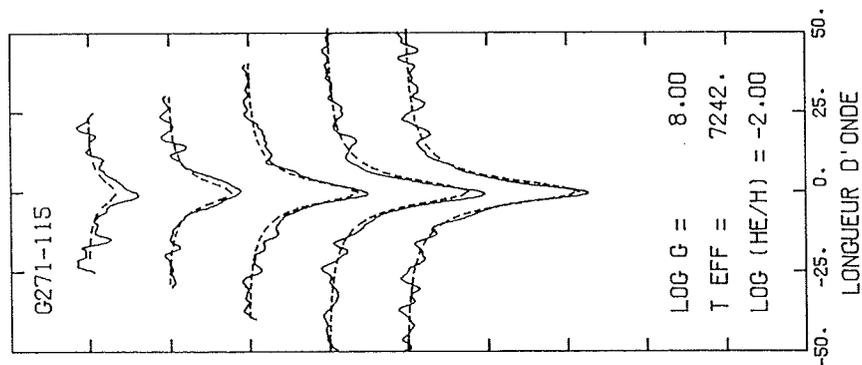
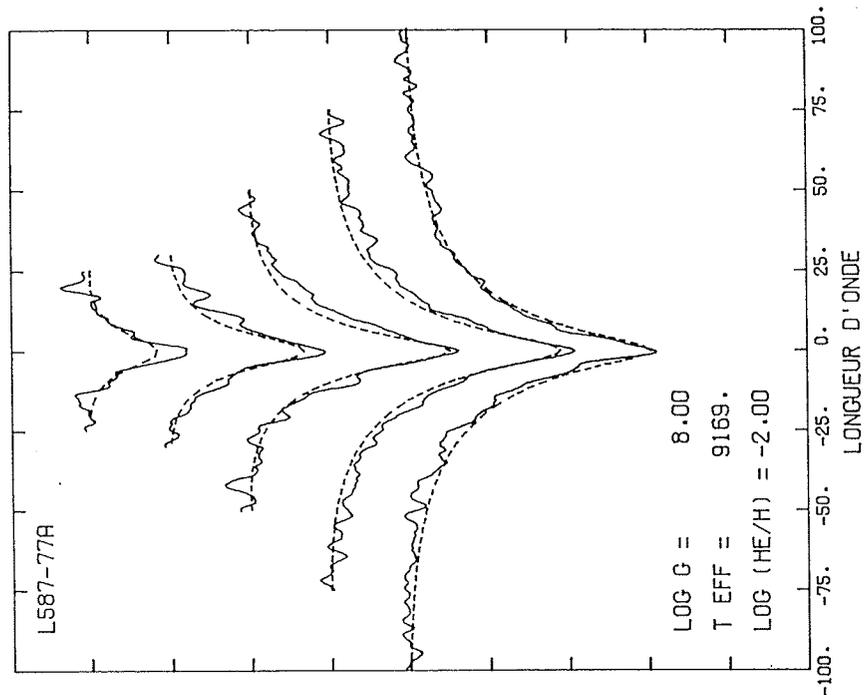
dans les modèles actuels de mélange convectif (Koester 1976; Vauclair et Reisse 1977; D'Antona et Mazzitelli 1979). L'abondance atmosphérique relative de l'hydrogène et de l'hélium après le mélange convectif dépend, dans ces modèles encore approximatifs, du rapport entre la masse totale de la couche superficielle d'hydrogène et la masse de la zone convective d'hélium. Comme l'épaisseur de cette zone convective d'hélium ne varie presque pas à mesure que la température effective diminue (voir par exemple la Figure 1 de Pelletier *et al.* 1986), on devrait s'attendre, *en l'absence de mécanismes compétitifs*, à ce que le rapport He/H demeure relativement constant. L'observation contraire suggère inévitablement que des mécanismes supplémentaires sont à l'oeuvre. Une des solutions évidentes est d'invoquer l'accrétion de l'hydrogène en provenance du milieu interstellaire (Alcock et Illarionov 1980). Ce mécanisme est souvent invoqué pour expliquer la présence de traces d'éléments lourds dans les atmosphères de naines blanches froides de type DZ (voir Chapitre 1), ou pour expliquer la présence d'hydrogène dans les étoiles de type DBA (Liebert, Fontaine, et Wesemael 1987). De plus, l'accrétion du milieu interstellaire semble un processus inévitable dans la vie de l'étoile. Les temps caractéristiques de refroidissement pour passer de $T_e=11000\text{K}$ à 6000K étant de l'ordre de 10^9 années (Lamb et Van Horn 1975), l'étoile a donc le temps de subir plusieurs épisodes d'accrétion, et d'augmenter ainsi la quantité totale d'hydrogène dans son atmosphère. Les résultats de la Figure 39 démontre qu'il est probablement possible à l'aide de simulations d'épisodes d'accrétion d'estimer le taux d'accrétion moyen des naines blanches froides. Nous reviendrons sur ce point dans le prochain chapitre.

Certains des objets analysés font partie de systèmes binaires. Un de ces objets est le système EG11 (G271-115, L870-2), dont la nature binaire fut découverte par Saffer, Liebert, et Olszewski (1988). Bergeron *et al.* (1988) ont montré que le spectre combiné des deux composantes pouvait être décrit par un seul spectre synthétique de température $T_e=7250\text{K}$, de gravité de surface $\log g = 7.8$, et supposant une abondance d'hélium $\text{He}/\text{H}=0$. Ce résultat est évidemment légèrement différent de celui obtenu dans ce travail car dans notre cas les objets ont une gravité de surface fixée à $\log g = 8$. D'ailleurs la solution obtenue pour EG11 montre en fait que la gravité de surface devrait être réduite pour reproduire le profil des raies H_β et H_γ . Les résultats précédents démontrent que l'analyse de Bergeron *et al.* (1988) n'est probablement pas dépendante de leur choix particulier de l'abondance d'hélium. La Figure 39 suggère en effet qu'à la température de EG11, le système binaire a eu le temps suffisant pour redevenir riche en hydrogène, par le mécanisme d'accrétion. Les étoiles L587-77A et G156-24 font partie de systèmes de mouvements propres communs. Le compagnon de L587-77A est une sous-géante de type G (Eggen et Greenstein 1965). La Figure 39 montre que cet objet ne suit pas du tout la corrélation observée. Il est probable que les paramètres atmosphériques de L587-77A soient affectés par l'autre étoile. Enfin, le compagnon de G156-24 est une étoile naine de type G6 (McCook et Sion 1987), et il est difficile d'établir si le spectre de la naine blanche est contaminé. Cependant, la position dans le diagramme $(T_e\text{-He}/\text{H})$ suggère qu'elle ne l'est pas.

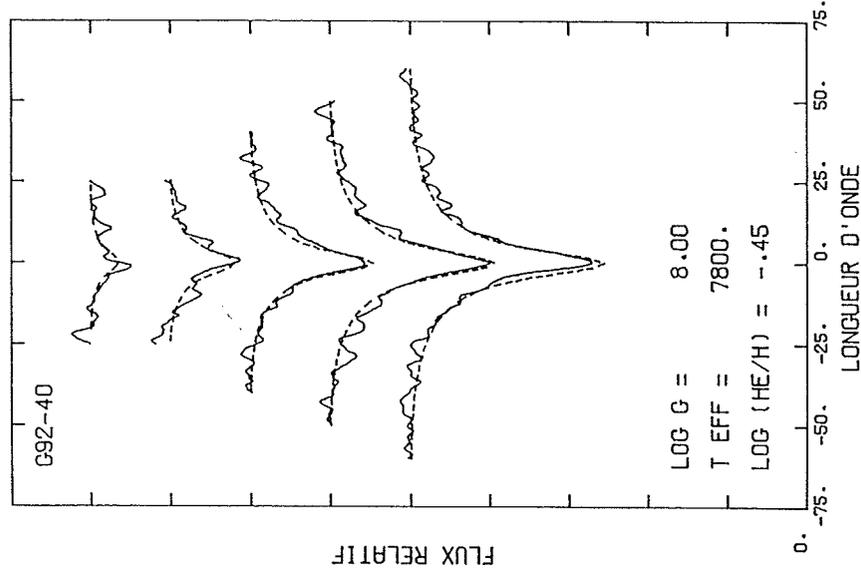
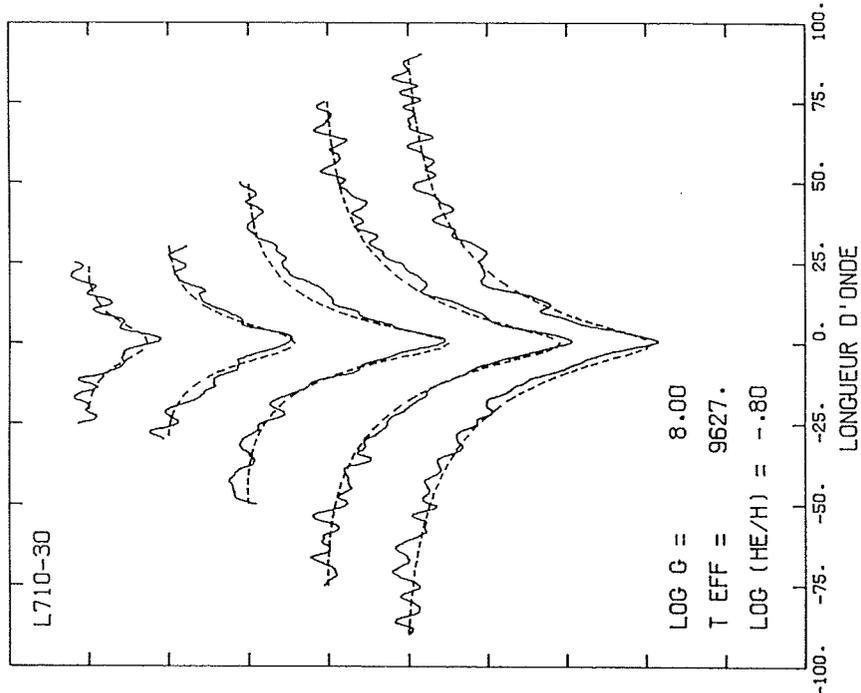
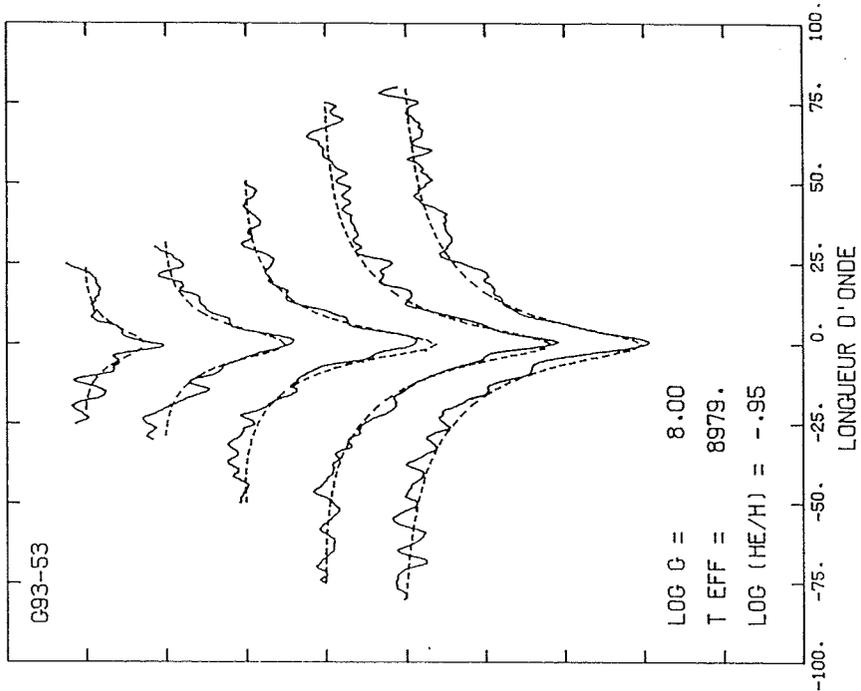
La Figure 40 illustre les différentes corrélations obtenues en variant le facteur de réduction du rayon d'interaction. Evidemment, les étoiles peuvent s'accommoder d'une plus grande quantité d'hélium quand le rayon d'interaction des particules neutres est faible ($f=0.$ ou 0.25). La valeur de $f=0.625$ exige que la plupart des étoiles froides aient une gravité de surface plus faible que $\log g=8$. Pour une valeur de $f=1$, la gravité de surface doit être abaissée autour de $\log g=7.5$ pour reproduire le spectre des étoiles les plus froides. En adoptant cette valeur de la gravité moyenne de surface pour *toutes les étoiles*, nous retrouvons encore une corrélation bien définie. Cependant, la variable de type ZZ Ceti GD66 doit maintenant contenir une abondance d'hélium autour de $\text{He}/\text{H}\sim 1$. Ce dernier résultat va à l'encontre de nos connaissances actuelles de la nature des ZZ Ceti (Winget et Fontaine 1982). Cette figure montre aussi clairement que l'abondance d'hélium des objets les plus chauds est peu influencée par le choix du facteur de réduction. Nous concluons donc que la valeur de $f=\frac{1}{2}$ semble un choix raisonnable à ce stade, et que l'erreur potentielle inhérente à ce choix particulier n'influencera pas les conclusions majeures de ce travail, *notamment que certaines, et probablement toutes les étoiles de type DA en-dessous de $T_e\sim 11000\text{K}$ ont mélangé leur couche superficielle d'hydrogène.*

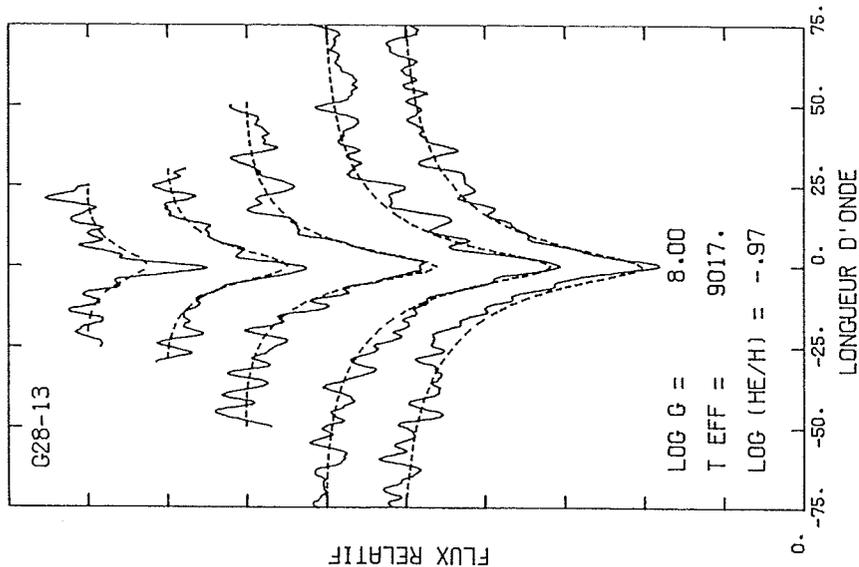
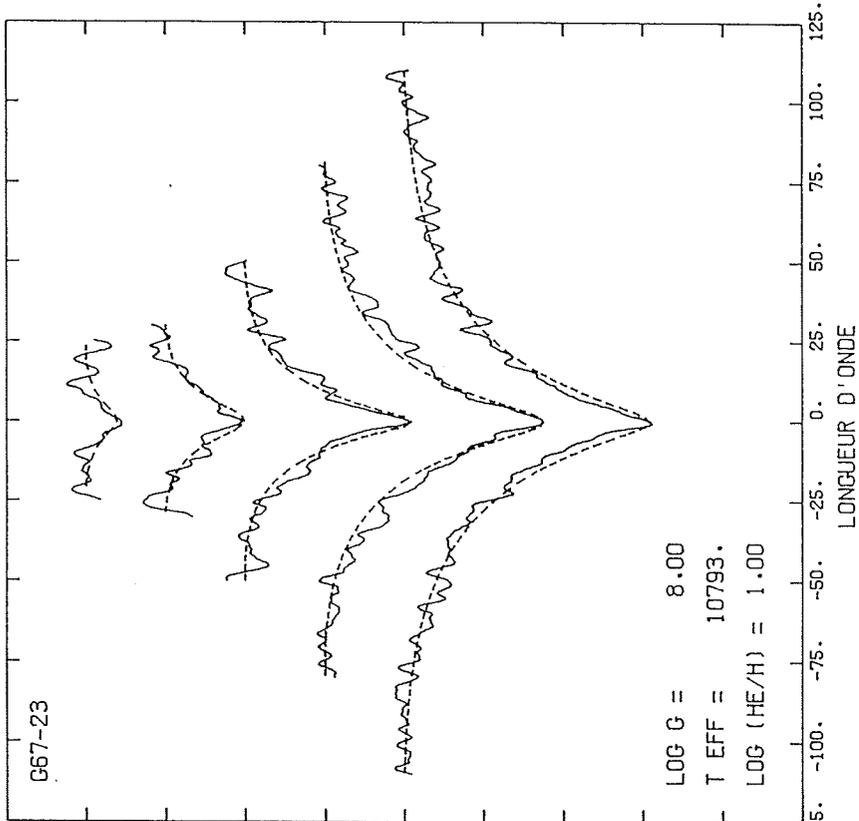
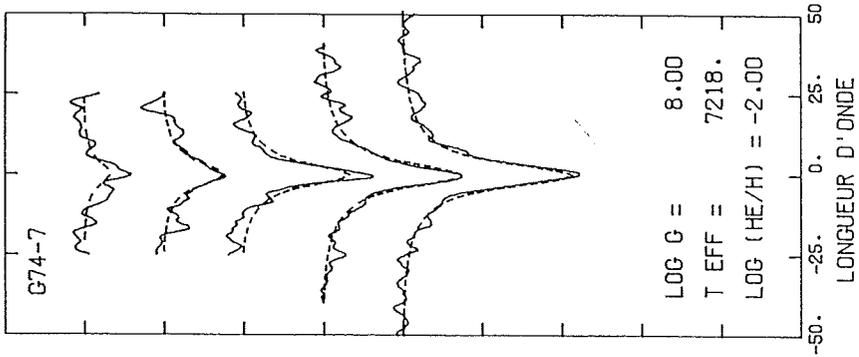
La Figure 41 montre la comparaison des raies H_γ à H_β entre les spectres observés et les spectres synthétiques interpolés aux valeurs des paramètres atmosphériques déterminées pour chaque étoile. La raie H_β n'est pas utilisée lors de la détermination de ces paramètres, mais sert ici de vérification de la solution globale. Dans certains cas, comme on peut le voir, la solution adoptée à $\text{He}/\text{H}=10^{-2}$ ne reproduit pas

Figure 41 Comparaison des raies H_γ à H_9 (de bas en haut) entre les spectres observés et les spectres synthétiques interpolés aux valeurs des paramètres atmosphériques déterminées pour chaque étoile de l'échantillon de LVL.

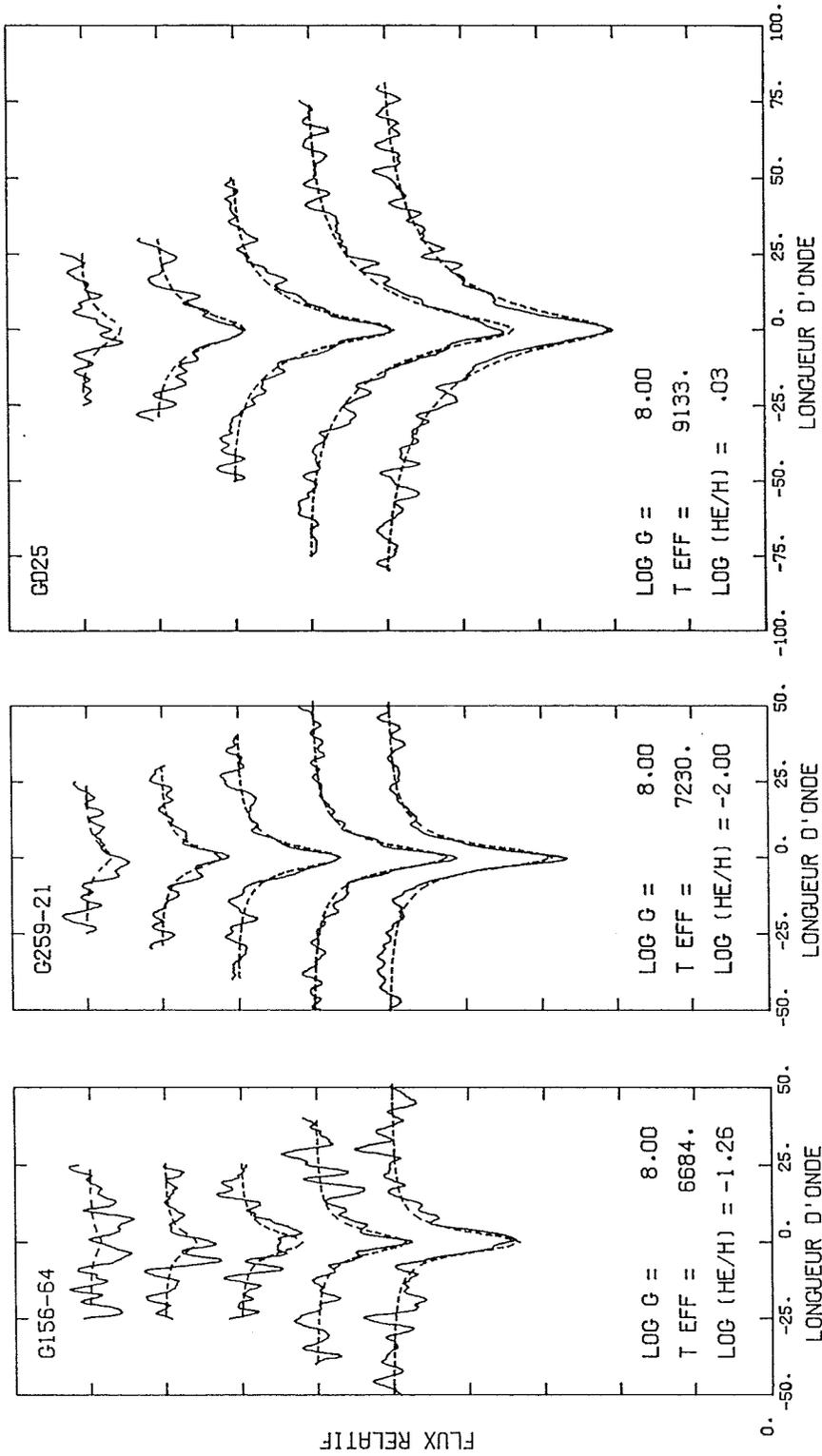


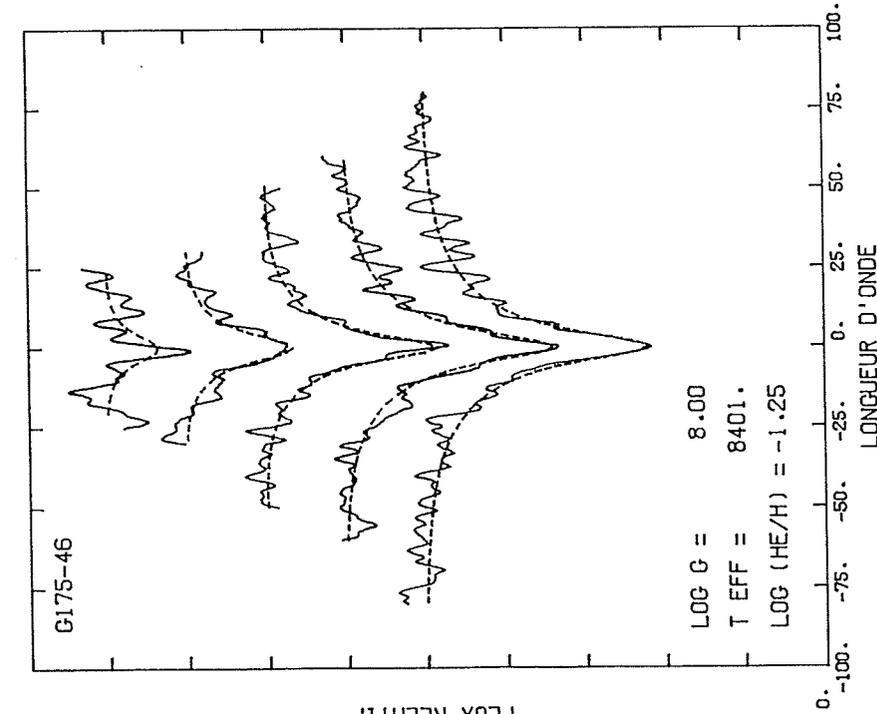
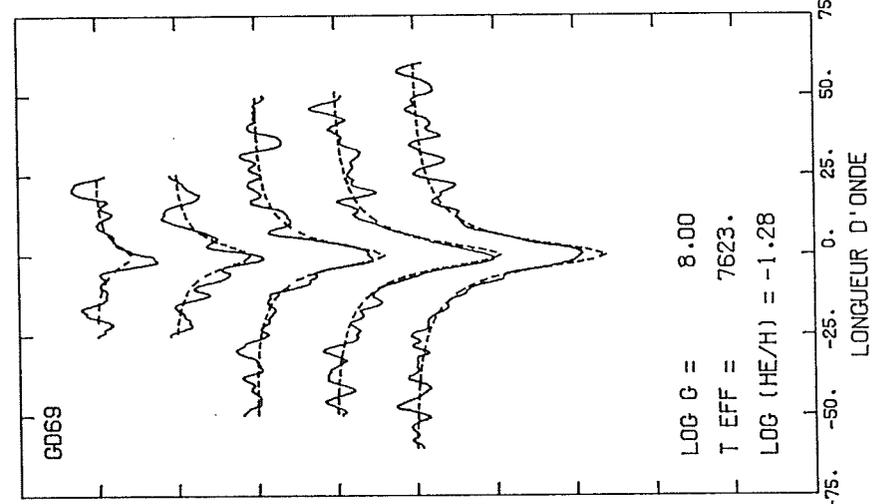
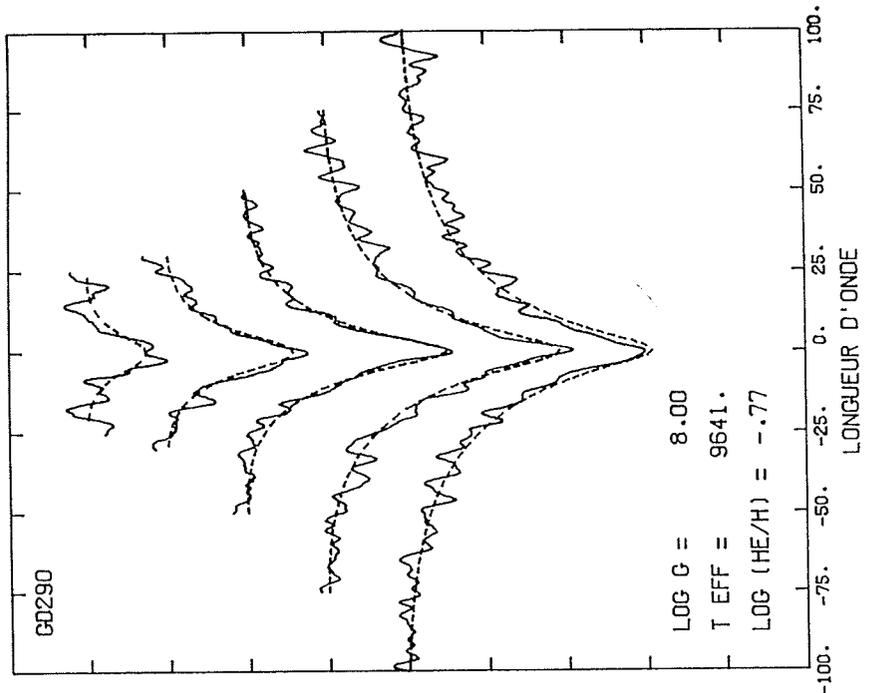
FLUX RELATIF



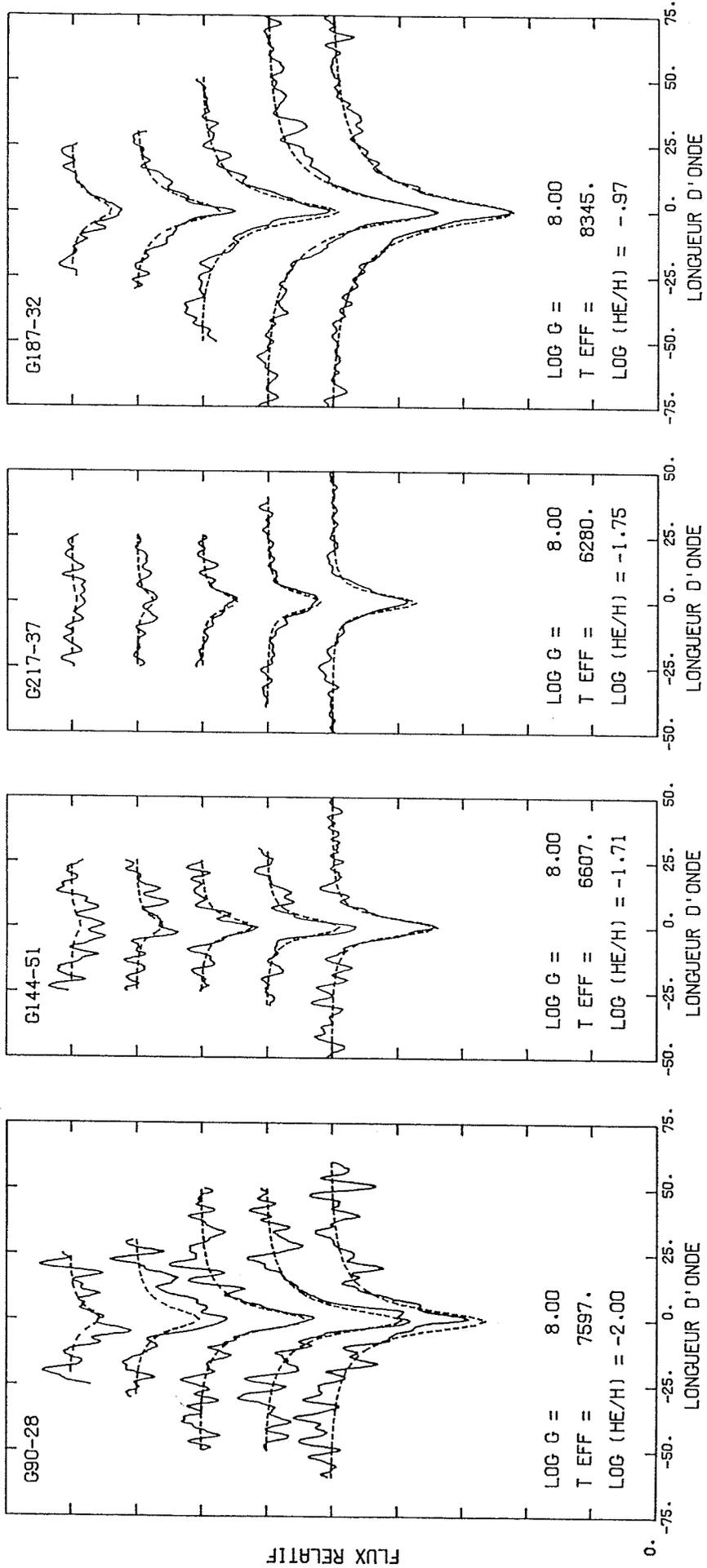


FLUX RELATIF



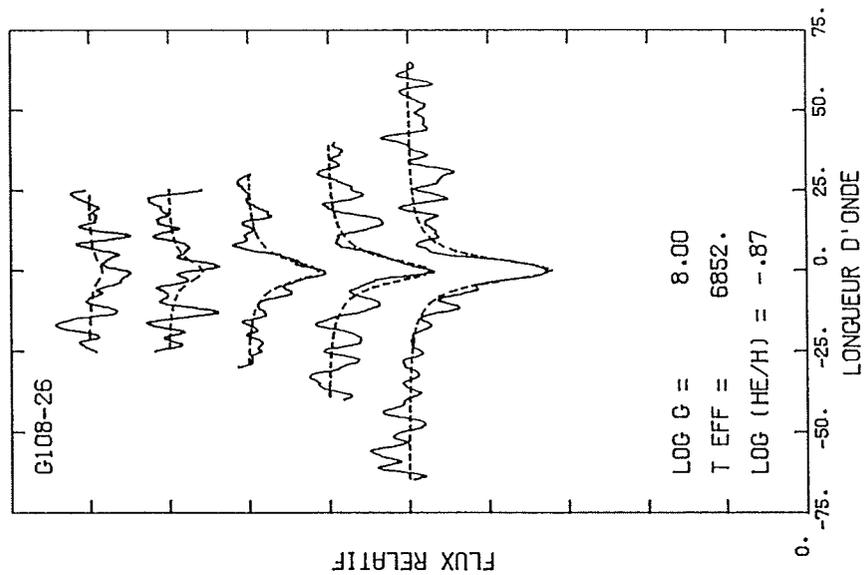
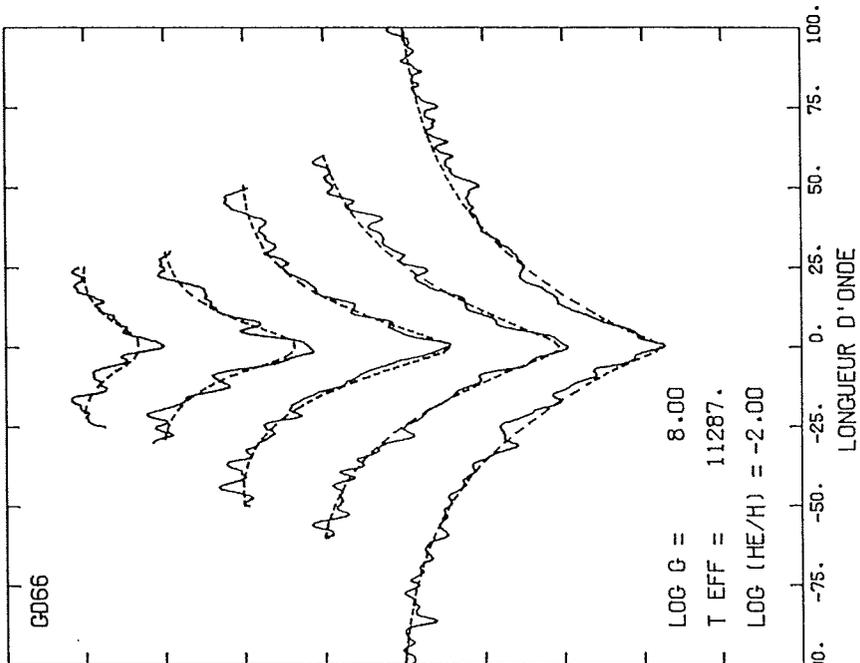


FLUX RELATIF



FLUX RELATIF

0.



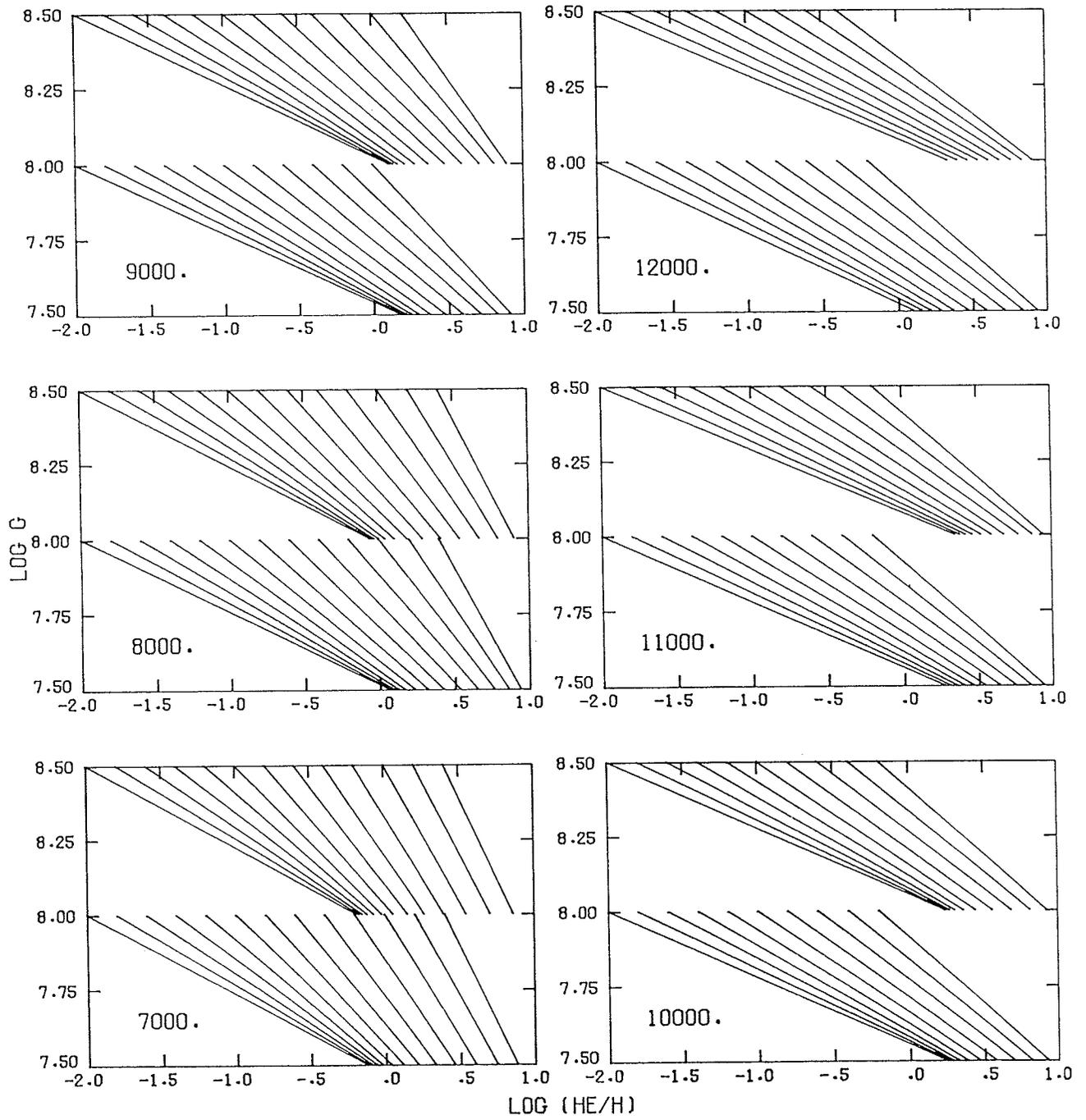
adéquatement les raies H_{β} et H_{γ} . La gravité de surface de ces objets est probablement inférieure à $\log g=8$. Bien que l'abondance d'hélium de G67-23 soit supérieure à la valeur maximum de la grille de modèle d'atmosphère calculée ($He/H=10$), la solution présentée montre que l'abondance d'hélium ne doit pas être beaucoup plus grande que cette limite supérieure. On remarquera aussi la contamination de la raie H_{ϵ} de G74-7 par la raie de calcium, rapportée par Lacombe *et al.* (1983).

6.1.6 Corrélations entre la gravité de surface et l'abondance d'hélium

Il semble important d'examiner un peu plus en détail le choix que nous avons fait sur la gravité moyenne de surface. En particulier, on peut se demander quels seraient les changements apportés à la détermination de l'abondance d'hélium, si la gravité de surface était différente de $\log g=8$. Pour répondre à cette question, nous avons entrepris de déterminer l'équivalence entre la gravité de surface et l'abondance d'hélium dans l'espace complet des paramètres couverts dans ce travail. Les résultats de ce calcul sont illustrés graphiquement sur la Figure 42 pour les gravités de $\log g=7.5$, 8.0 , et 8.5 , et pour différentes températures effectives (les résultats pour $T_e < 7000K$ sont identiques aux résultats à $7000K$).

Pour une température effective donnée, les droites de la Figure 42 relient les spectres synthétiques identiques. Par exemple, le spectre d'une étoile de température effective $T_e=8000K$ à $[\log g=8.5, \log(He/H)=-2]$ sera rigoureusement équivalent au spectre d'une étoile de même température mais à $[\log g=8.0, \log(He/H)\sim 0.]$, qui lui même est

Figure 42 Correspondance entre la gravité de surface et l'abondance d'hélium à différentes températures effectives. Les droites relient les spectres synthétiques identiques.



équivalent à un spectre à $[\log g=7.5, \log(\text{He}/\text{H})\sim 0.75]$. La similarité de la pente de ces droites pour les ensembles (7.5, 8.0) et (8.0, 8.5) à une température effective donnée permet d'extrapoler les conclusions à des gravités intermédiaires.

En utilisant ces résultats, il est intéressant de remarquer que l'étoile G67-23 ($\text{He}/\text{H}\sim 10$ à $\log g=8$) aurait quand même une abondance d'hélium de $\text{He}/\text{H}\sim 1$ si la gravité de surface était aussi élevée que $\log g=8.5$. En général, si la gravité de surface est variée de ± 0.5 dex autour de $\log g=8$, l'erreur sur notre détermination de l'abondance d'hélium se situera autour de +1 et -2 dans l'échelle logarithmique ($\log \text{He}/\text{H}$). Par conséquent, la corrélation observée dans la Figure 39 implique que la distribution en gravité de surface de notre échantillon est très étroite. Cette conclusion est en accord avec les résultats obtenus par Shipman et Sass (1980), et Weidemann et Koester (1984) qui estiment respectivement des gravités moyennes de surface de $\log g=8.04\pm 0.25$ et $\log g=8.06\pm 0.05$, pour un ensemble de naines blanches froides de type DA.

6.1.7 Détermination de la température par la photométrie visuelle

La Figure 31 a montré la faible sensibilité des indices de couleurs à la gravité de surface, ou à l'abondance d'hélium, pour des étoiles de faible température effective ($T_{\text{e}} < 8000\text{K}$; voir aussi les résultats de Shipman et Sass 1980). Par contre, la sensibilité à la température est très grande, et il devient alors important d'estimer la précision des températures effectives déterminées à partir de la photométrie visuelle,

et plus particulièrement à partir de l'indice (g-r).

Nous avons donc calculé l'indice de couleur (g-r) pour tous les spectres synthétiques. La Figure 43 montre la calibration des modèles avec $\text{He}/\text{H}=10^{-2}$ (trait plein) ainsi qu'avec $\text{He}/\text{H}=10$ (trait pointillé). La calibration obtenue par Shipman (1979) est aussi illustrée (trait en tirets). La comparaison entre notre calibration et celle de Shipman est en très bon accord; elle implique entre autres que les températures obtenues de calibrations (g-r)- T_{e} sont relativement indépendantes du traitement détaillé de l'occupation des niveaux. Les couleurs de Shipman sont générées dans un contexte physique extrêmement différent de celui de Hummer-Mihalas. Les différences observées à $T_{\text{e}} < 5000\text{K}$ sont probablement reliées à l'inclusion dans les modèles de Shipman des opacités moléculaires de l'hydrogène (H_2^- et H_2), que nous avons négligées dans nos calculs. La comparaison entre les calibrations obtenues avec différentes abondances d'hélium montre que la température effective n'est pas affectée de façon significative, sauf peut être dans les modèles les plus chauds. Ceci est entièrement compatible avec les diagrammes couleur-couleur de la Figure 31.

La Figure 44 illustre la comparaison entre les températures effectives obtenues de l'analyse spectroscopique, et celles obtenues par les valeurs de la photométrie (g-r) du Tableau I et de notre calibration (g-r)- T_{e} de la Figure 43 ($\text{He}/\text{H}=10^{-2}$). Ce calcul montre l'excellent accord entre les températures obtenues par les deux méthodes, la différence dans tous les cas étant inférieure à ~6%.

Figure 43 Calibration $(g-r)-T_e$ de nos modèles avec $\text{He}/\text{H}=10^{-2}$ (trait plein) ainsi qu'avec $\text{He}/\text{H}=10$ (trait pointillé). La calibration obtenue par Shipman (1979) avec $\text{He}/\text{H}=0$ est aussi illustrée (trait en tirets).

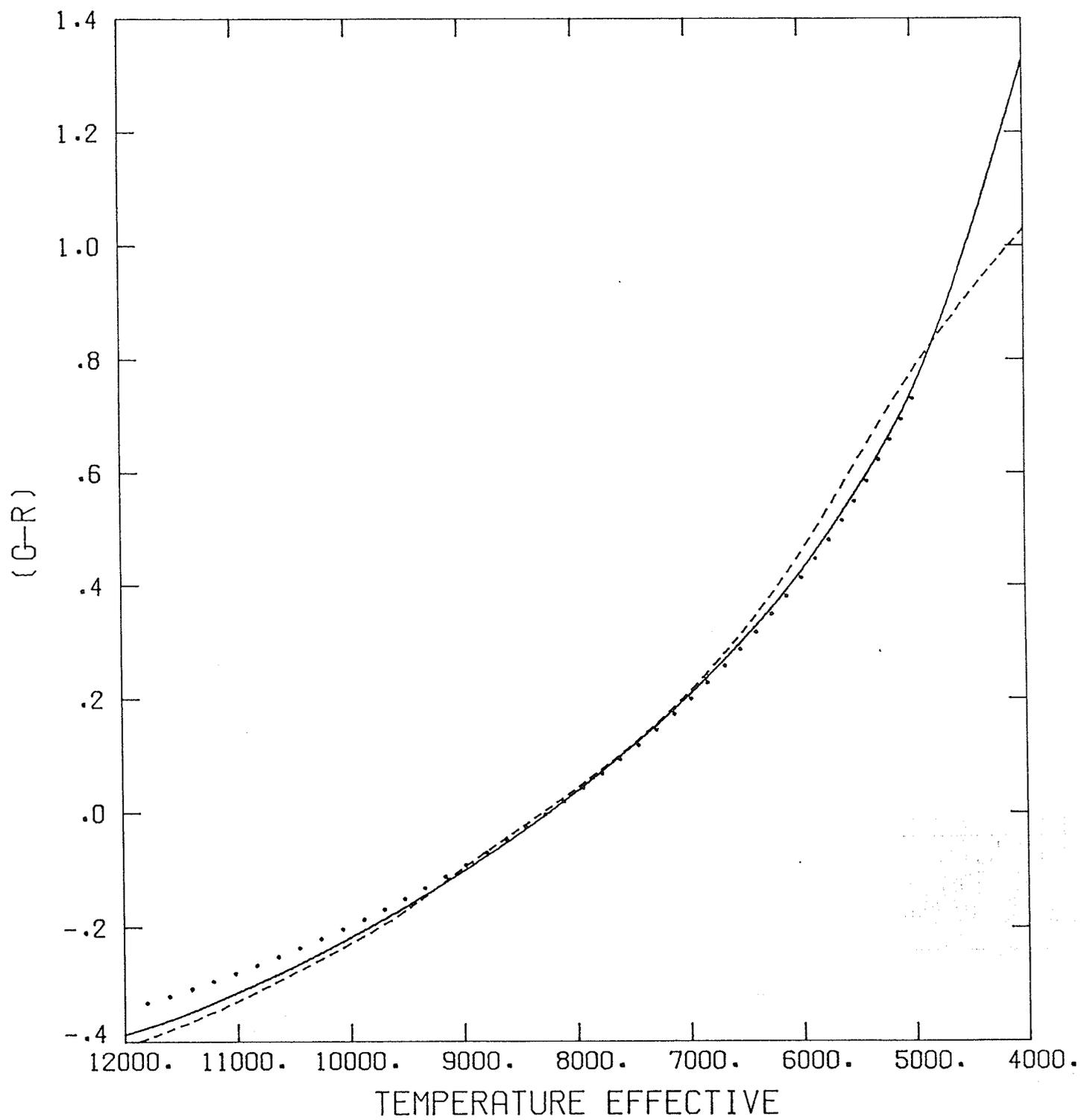
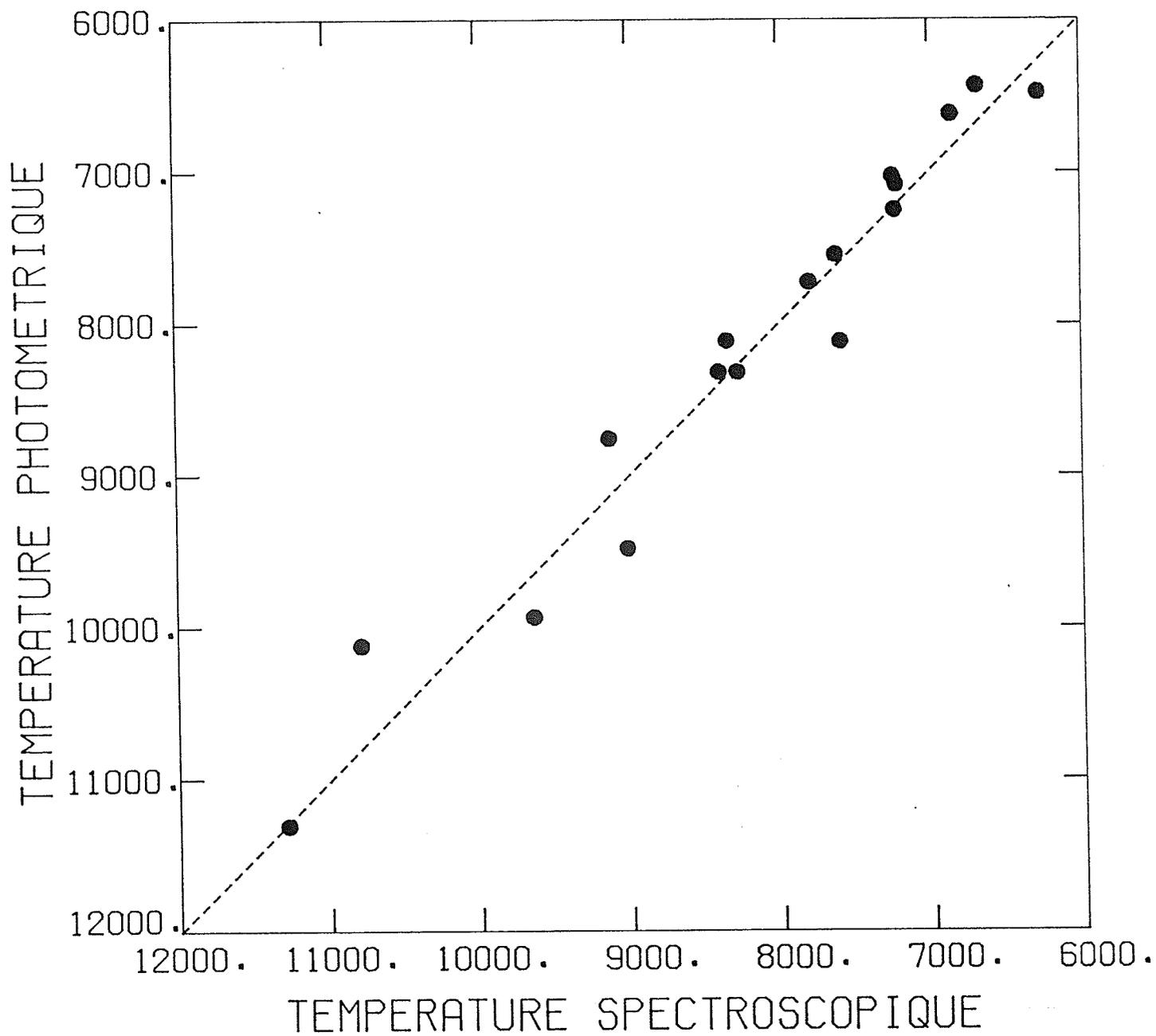


Figure 44 Comparaison entre les températures effectives obtenues de l'analyse spectroscopique, et celles obtenues par les valeurs de la photométrie (g-r) et la calibration (g-r)- T_e , pour l'échantillon de LWL.



6.1.8 Détermination des paramètres atmosphériques par les largeurs équivalentes

Schulz et Wegner (1981) ont démontré que les largeurs équivalentes des raies de Balmer pouvaient être utilisées pour déterminer les gravités de surface et les températures effectives des étoiles naines blanches. Dans cette section, nous allons démontrer qu'il est possible de retrouver les paramètres atmosphériques déterminés précédemment en utilisant une technique similaire à celle de Schulz et Wegner.

Les mesures des largeurs équivalentes des raies H_γ à H_δ sont données dans le Tableau VIII pour l'échantillon de LML. Ces valeurs ont été obtenues directement à partir des spectres normalisés de la Figure 41 (le flux continu est égal à 1 dans ce cas). Les largeurs équivalentes des spectres synthétiques sont données dans le Tableau VI. La température effective peut être obtenue en comparant les largeurs équivalentes des raies H_γ et H_δ . Pour diminuer l'incertitude reliée à la mesure des largeurs équivalentes, nous utilisons la suggestion de Schulz et Wegner, et préférons utiliser le produit des largeurs équivalentes des raies H_γ et H_δ plutôt que les largeurs individuelles. Cette procédure tend à réduire l'incertitude sur la mesure des largeurs équivalentes de chacune des raies.

Nous avons comparé ces largeurs équivalentes moyennes $W_{\gamma\delta}$ et estimé les températures en supposant 1) que l'abondance d'hélium est posée égale à $He/H=10^{-2}$, et 2) que l'abondance d'hélium est spécifiée par les valeurs du Tableau VII. Ces résultats sont présentés sur la

Tableau VIII

Largeurs équivalentes de l'échantillon de Lacombe-Wesemael-Liebert

Nom	$W(H_{\gamma})$	$W(H_{\delta})$	$W(H_{\epsilon})$	$W(H_{\theta})$	$W(H_{\eta})$
G217-37	2.1	2.0	1.2	1.0	0.5
G1-45	12.7	11.4	6.7	3.7	1.5
G271-115	6.0	5.2	4.0	2.1	1.2
G74-7	6.3	5.1	2.4	2.0	0.9
GD25	18.7	15.7	8.4	3.7	0.6
L587-77A	19.4	20.6	11.9	6.7	2.4
G175-46	12.1	12.3	7.2	4.3	1.3
GD66	41.1	28.7	14.0	7.0	2.3
GD69	8.3	7.3	4.1	2.7	1.0
GD290	25.2	20.5	10.9	6.0	1.8
G108-26	5.4	4.5	2.1	0.7	0.8
G90-28	6.4	7.5	4.3	4.2	1.7
G259-21	5.4	5.6	3.3	2.2	1.1
G92-40	8.6	8.2	5.0	2.2	1.0
L710-30	22.6	20.9	11.7	6.2	1.8
G144-51	3.2	2.5	1.0	1.2	1.0
G187-32	13.3	13.3	6.6	4.5	1.6
G93-53	18.1	16.6	8.4	5.1	1.9
G28-13	17.0	18.3	9.7	5.3	1.4
G67-23	29.3	22.7	10.2	3.2	0.8
G156-64	3.7	2.9	1.7	1.2	1.5

Figure 45 pour le cas 1 avec des cercles pleins, et pour le cas 2 avec des cercles vides. Les deux symboles associés à une même étoile sont reliés par un trait pointillé. L'accord entre les températures est excellent. Cependant, dans les cas où l'abondance d'hélium est élevée, la température effective peut être sous-estimée de façon importante si l'analyse est effectuée en supposant une abondance d'hélium faible.

La détermination de l'abondance d'hélium se fait de façon similaire en multipliant les largeurs équivalentes des raies H_ϵ et H_δ . Une méthode efficace pour déterminer *simultanément* l'abondance d'hélium *et* la température effective est de générer dans un diagramme ($T_e - \log \text{He}/\text{H}$) les courbes de largeurs équivalentes qui reproduisent les valeurs observées. De tels diagrammes sont présentés sur la Figure 46 pour des cas typiques. Les traits pleins indiquent la position des spectres synthétiques dont les largeurs équivalentes $W_{\gamma\delta}$ sont identiques à celles observées. Les traits en tirets représentent le cas de $W_{\epsilon\delta}$. L'intersection de ces deux courbes fournit la solution optimale. La position des paramètres atmosphériques déterminés par l'analyse spectroscopique détaillée de la section §6.1.5 est aussi indiquée sur chaque diagramme par un point noir. Encore une fois, l'accord entre les deux méthodes est remarquable. Deux de ces diagrammes représentent des cas extrêmes: G67-23 ($\text{He}/\text{H} > 10$), et G74-7 ($\log g < 8$). Cette méthode simple permet donc en principe de déterminer les paramètres atmosphériques d'un échantillon d'étoiles, par la simple mesure des largeurs équivalentes, et avec une précision relativement accrue. Cependant, cette méthode basée sur

Figure 45 Comparaison des températures obtenues par les largeurs équivalentes moyennes $\Psi_{\gamma\delta}$, et celles obtenues de l'analyse spectroscopique de l'échantillon de LWL. Dans le premier cas, les températures sont estimées en supposant 1) que l'abondance d'hélium est posée égale à $\text{He}/\text{H}=10^{-2}$, et 2) que l'abondance d'hélium est spécifiée par les valeurs du Tableau VII. Ces résultats sont présentés sur la Figure 45 pour le cas 1 avec des cercles pleins, et pour le cas 2 avec des cercles vides. Les deux symboles associés à une même étoile sont reliés par un trait pointillé.

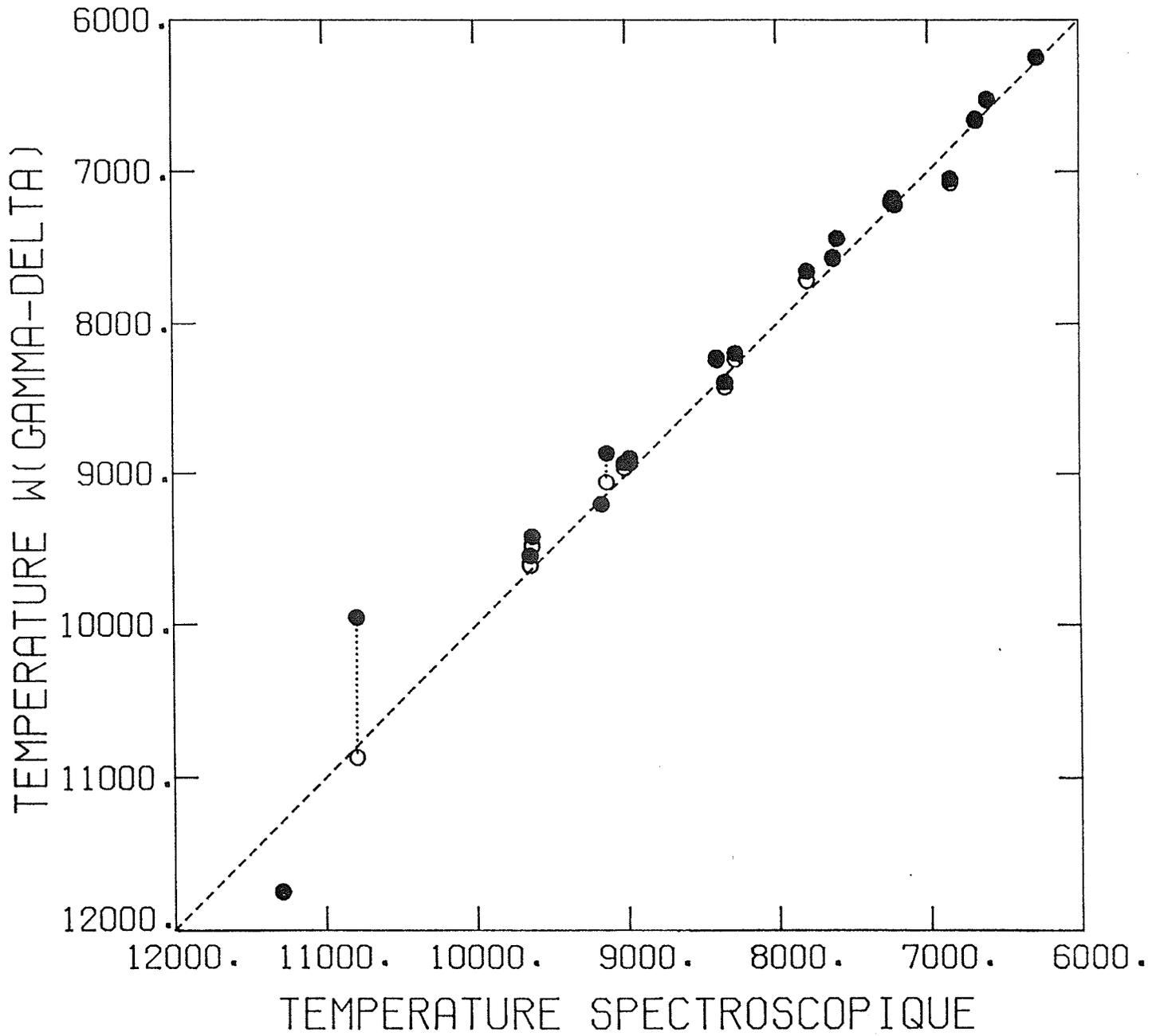
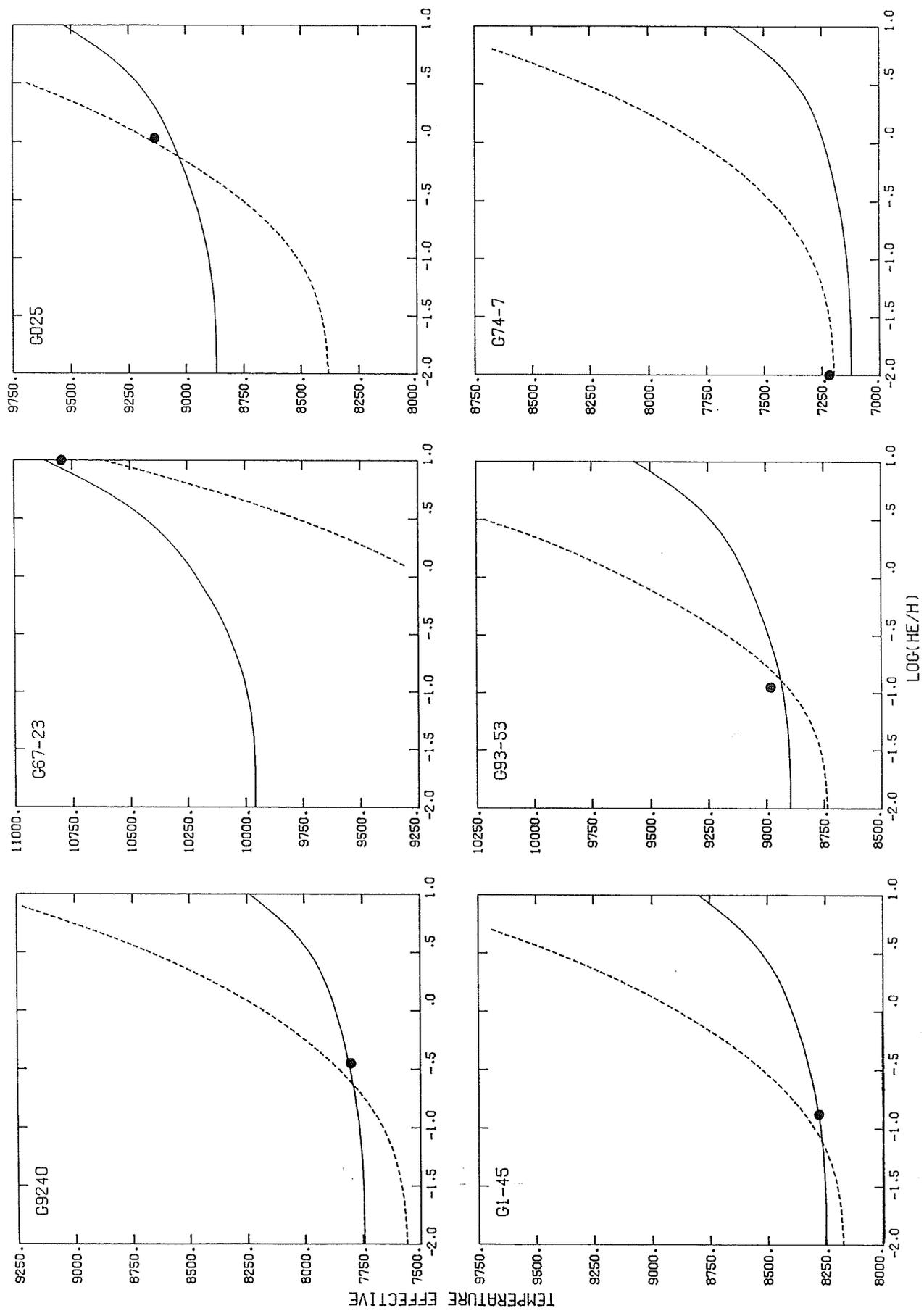


Figure 46 Diagramme de détermination des paramètres atmosphériques à partir des largeurs équivalentes. Les traits pleins indiquent la position des spectres synthétiques dont les largeurs équivalentes $W_{\gamma\delta}$ sont identiques à celles observées. Les traits en tirets représentent le cas de W_{eB} . L'intersection de ces deux courbes fournit la solution optimale. La position des paramètres atmosphériques déterminés par l'analyse spectroscopique détaillée de la section §6.1.5 est aussi indiquée sur chaque diagramme par un point noir.



la mesure des largeurs équivalentes devient relativement imprécise quand $\text{He}/\text{H} < 10^{-1}$. Par exemple le cas de G156-64 ($T_{\text{e}} = 6684\text{K}$, $\log \text{He}/\text{H} = -1.26$) donne, par les largeurs équivalentes, $T_{\text{e}} \sim 6700\text{K}$, et $\text{He}/\text{H} < 10^{-2}$; aussi le cas de G108-26 ($T_{\text{e}} = 6852\text{K}$, $\log \text{He}/\text{H} = -0.87$) donne, par les largeurs équivalentes, $T_{\text{e}} \sim 7250\text{K}$, et $\text{He}/\text{H} \sim 1$.

6.2 Analyse de l'échantillon de Greenstein

L'analyse de l'échantillon de Greenstein est beaucoup plus complexe, inhomogène, et incertaine, en comparaison avec celle de l'échantillon de LWL. Dans les étoiles très froides où les seules raies spectrales visibles sont H_{α} et parfois H_{β} , il est difficile de tirer des contraintes significatives sur les paramètres atmosphériques.

La détermination de la température effective dans les objets froids est relativement précise. Aux basses températures, la largeur équivalente de H_{α} varie très rapidement en fonction de la température effective. Dans les objets plus chauds cependant, la détermination de la température à partir des raies H_{α} et H_{β} est beaucoup moins précise. La position du continu de ces raies très larges est incertaine, et dépend fortement de la qualité spectrophotométrique du spectre observé.

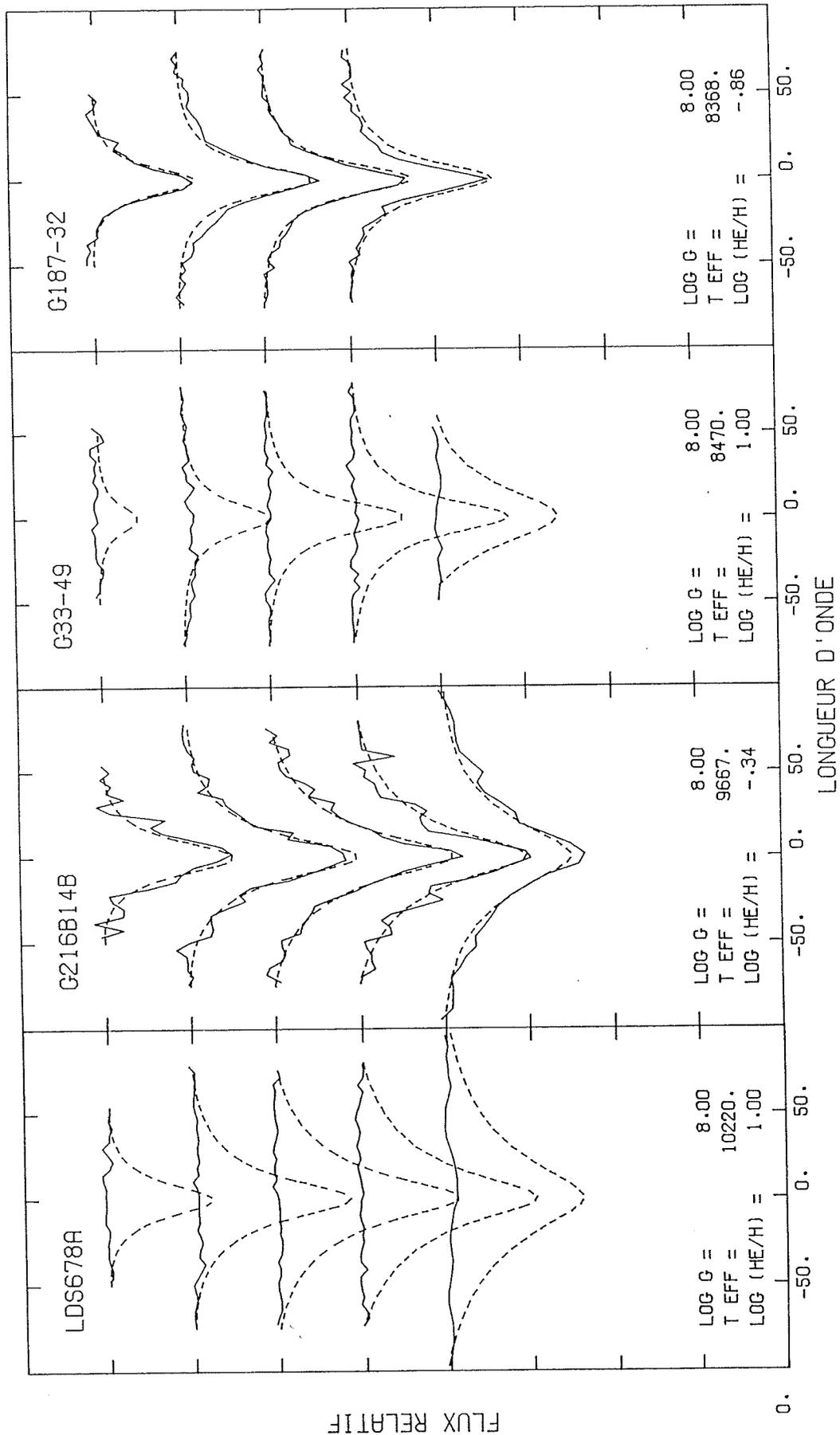
La détermination de l'abondance d'hélium à partir de l'analyse des raies excitées de Balmer n'est possible que dans certains cas seulement. Les profils des raies H_{α} et H_{β} sont sensibles à l'abondance d'hélium, mais dépendent alors très fortement de la précision des théories

d'élargissement van der Waals et par résonance. En général, uniquement des limites inférieures et supérieures pourront être établies. La Figure 47 illustre les solutions obtenues pour un échantillon dont les spectres couvrent les raies H_α à H_ϵ . Notons qu'un nombre additionnel de modèles d'atmosphères et de spectres synthétiques ont été calculés pour reproduire le profil des étoiles les plus froides.

LDS678A, et G33-49. La température de ces étoiles est estimée uniquement par la photométrie (g-r), et par la calibration obtenue dans la section §6.1.7. La comparaison montre que l'abondance d'hélium de ces objets est beaucoup plus grande que la limite supérieure de notre grille de modèles d'atmosphères; ils sont donc considérés comme des objets faisant classe à part par rapport aux autres objets étudiés dans cette étude. Comme la calibration en température a été obtenue avec des modèles riches en hydrogène, les températures effectives estimées sont très incertaines. Aucun effort supplémentaire n'a été fait pour déterminer une limite supérieure de l'abondance d'hydrogène présente. Une telle détermination nécessiterait de générer des modèles d'atmosphères avec des densités d'hélium beaucoup plus élevées.

G216-B14B, et G187-32. La qualité de ces spectres est suffisamment bonne pour employer une méthode similaire à celle utilisée pour l'échantillon de LWL. Ainsi, la température effective est estimée par les raies H_γ et H_δ , et l'abondance d'hélium par les raies H_δ et H_ϵ . Les raies plus excitées risquent d'être affectées par la calibration des spectres (voir Figure 6). La solution obtenue pour G187-32 est compatible avec celle de l'échantillon de LWL ($T_e=8345K$, $\log He/H=-0.97$). Les

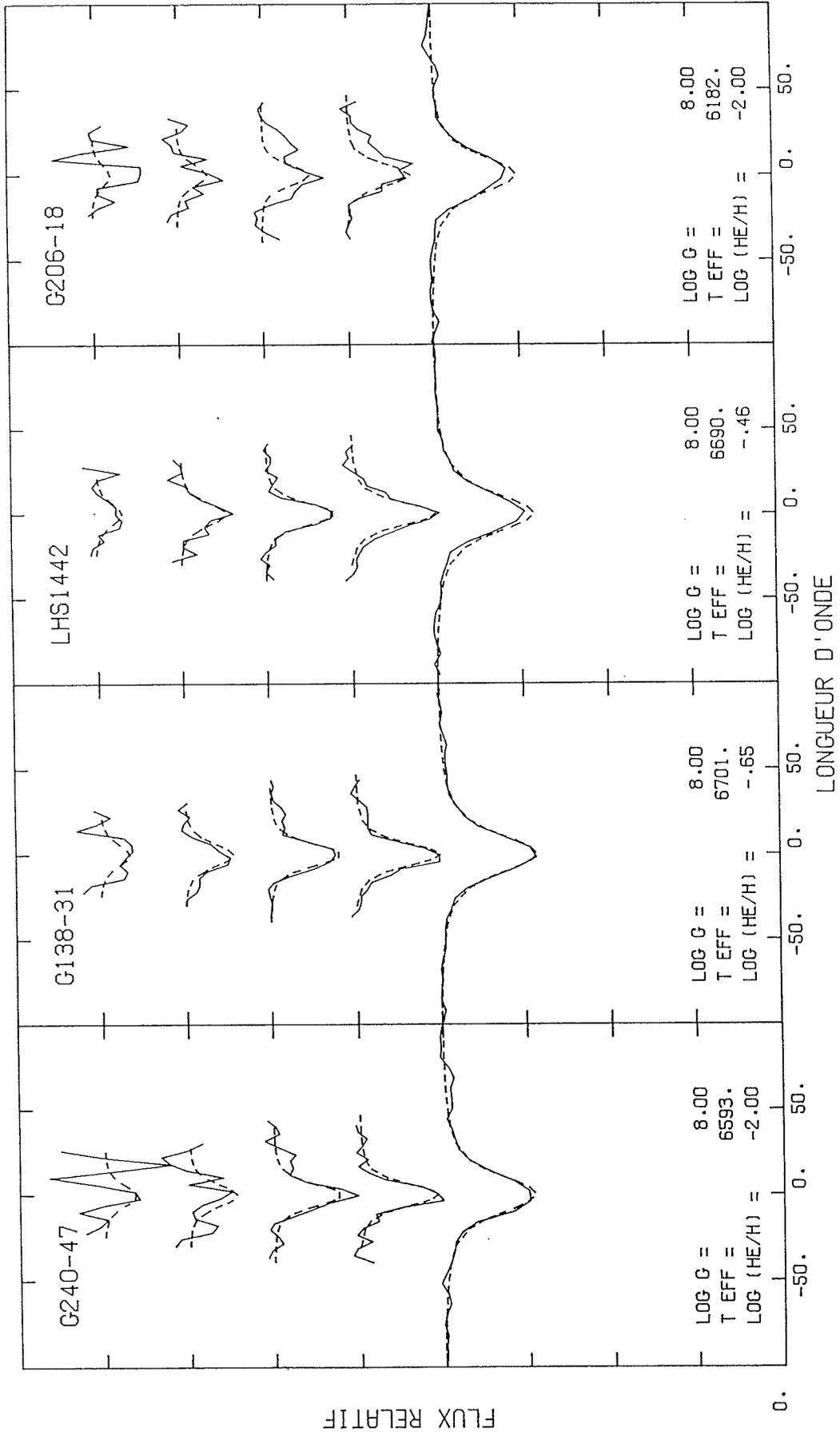
Figure 47 Comparaison des raies H_α à H_e (H_β à H_e pour G187-32; de bas en haut) entre les spectres observés et les spectres synthétiques interpolés aux valeurs des paramètres atmosphériques déterminées pour un sous-ensemble des étoiles de l'échantillon de Greenstein.

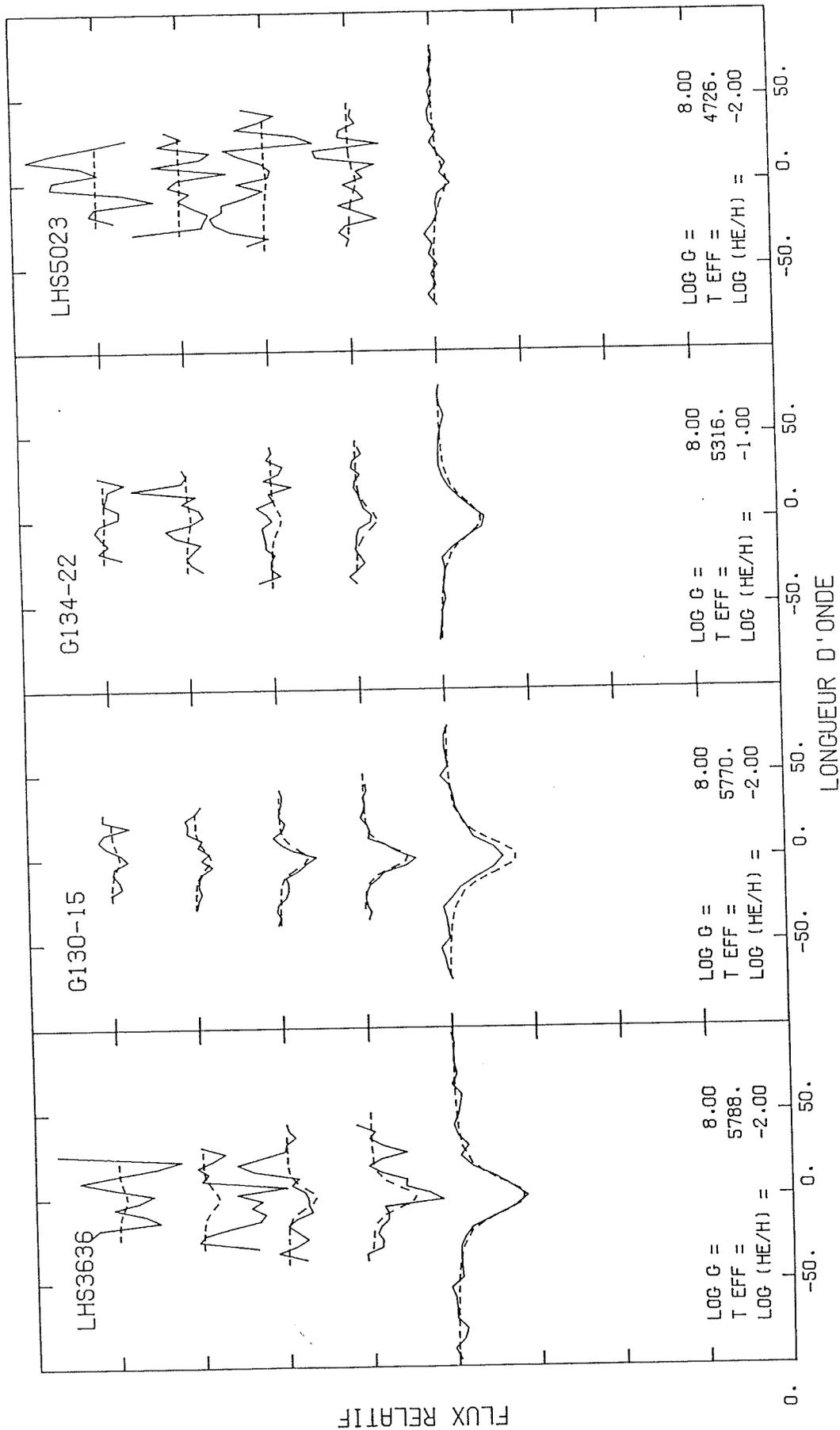


FLUX RELATIF

0.

LONGUEUR D'ONDE





températures obtenues par les raies H_α et H_β sont relativement différentes de celles obtenues par H_γ et H_δ ($T_\alpha=10237\text{K}$, $T_\beta=9454\text{K}$ pour G216-B14B ; $T_\beta=7880\text{K}$ pour G187-32). Les solutions présentées démontrent toutefois que les profils de ces raies sont partiellement bien reproduits.

G240-47, G138-31, LHS1442, et G206-18. Les températures de ces étoiles sont obtenues d'une moyenne pondérée des raies H_α et H_β . L'abondance d'hélium est ajustée pour reproduire les raies H_γ à H_ϵ . Les solutions obtenues reproduisent bien le profil de toutes les raies. Les abondances de $\text{He}/\text{H}=10^{-2}$ obtenues pour G240-47 et G206-18 sont significatives, et impliquent que ces objets sont riches en hydrogène.

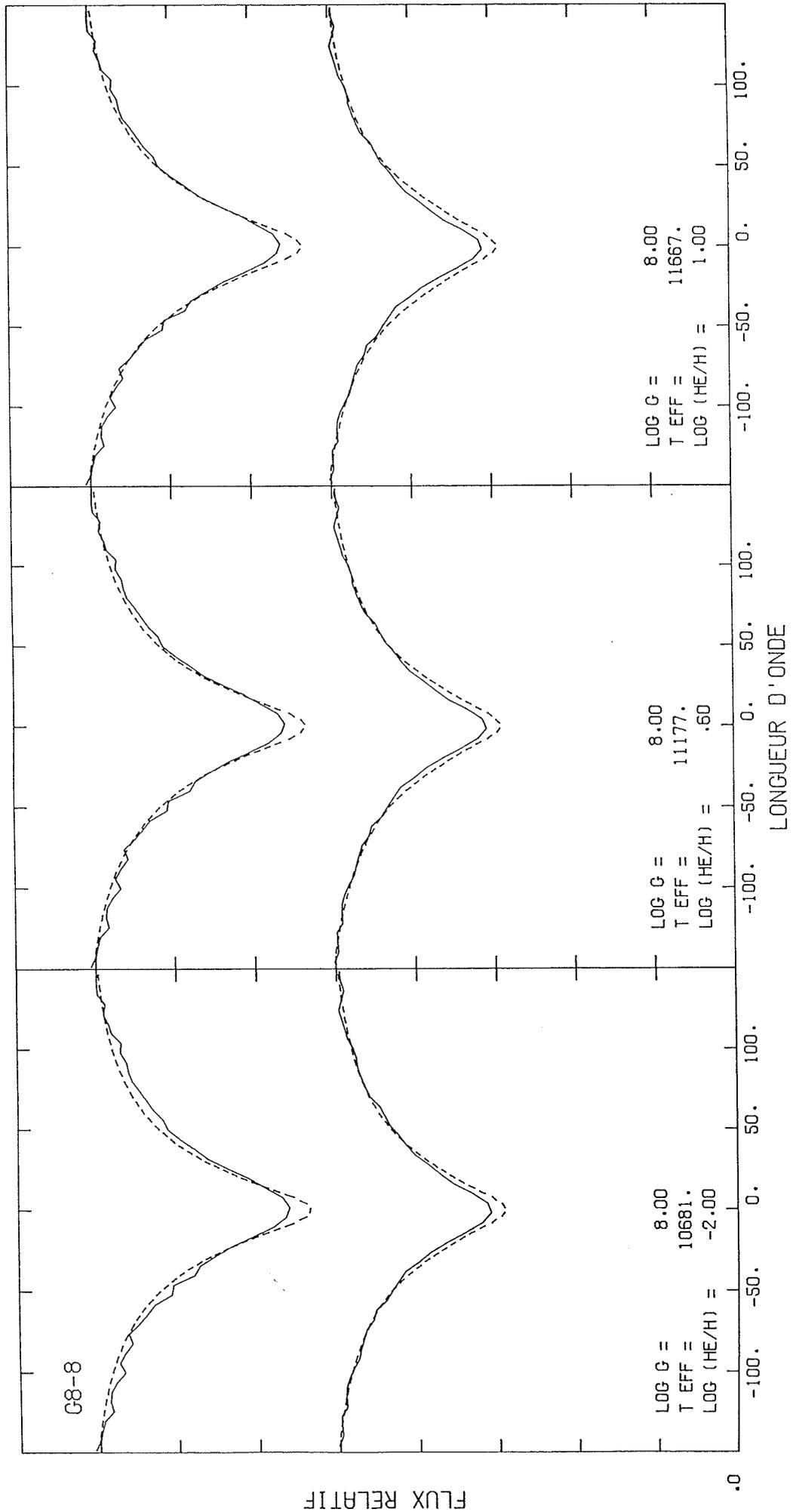
LHS3636, G134-22, LHS5023, et LHS5024. Les températures sont estimées à partir de la raie H_α uniquement. Les abondances d'hélium sont difficiles à mesurer et très approximatives à cause du bruit dans les raies H_β et H_γ . Les solutions présentées montrent toutefois que certains de ces objets sont probablement riches en hydrogène. Le fort décrétement des raies de Balmer observé peut être reproduit dans une atmosphère riche en hydrogène, *et ne requiert pas la présence de l'hélium*. La diminution du rapport $W(H_\alpha)/W(H_\beta)$ en fonction de la température effective est souvent interprétée dans la littérature comme une évidence de la présence de l'hélium (Greenstein 1986). Cependant, les spectres de ces objets froids montrent que cette diminution est une conséquence inévitable *même dans des atmosphères riches en hydrogène*. Enfin, dans le cas de LHS5024 (non-montré), l'absence de la raie H_α implique $T_e < 4000\text{K}$ (voir aussi le cas de G99-44).

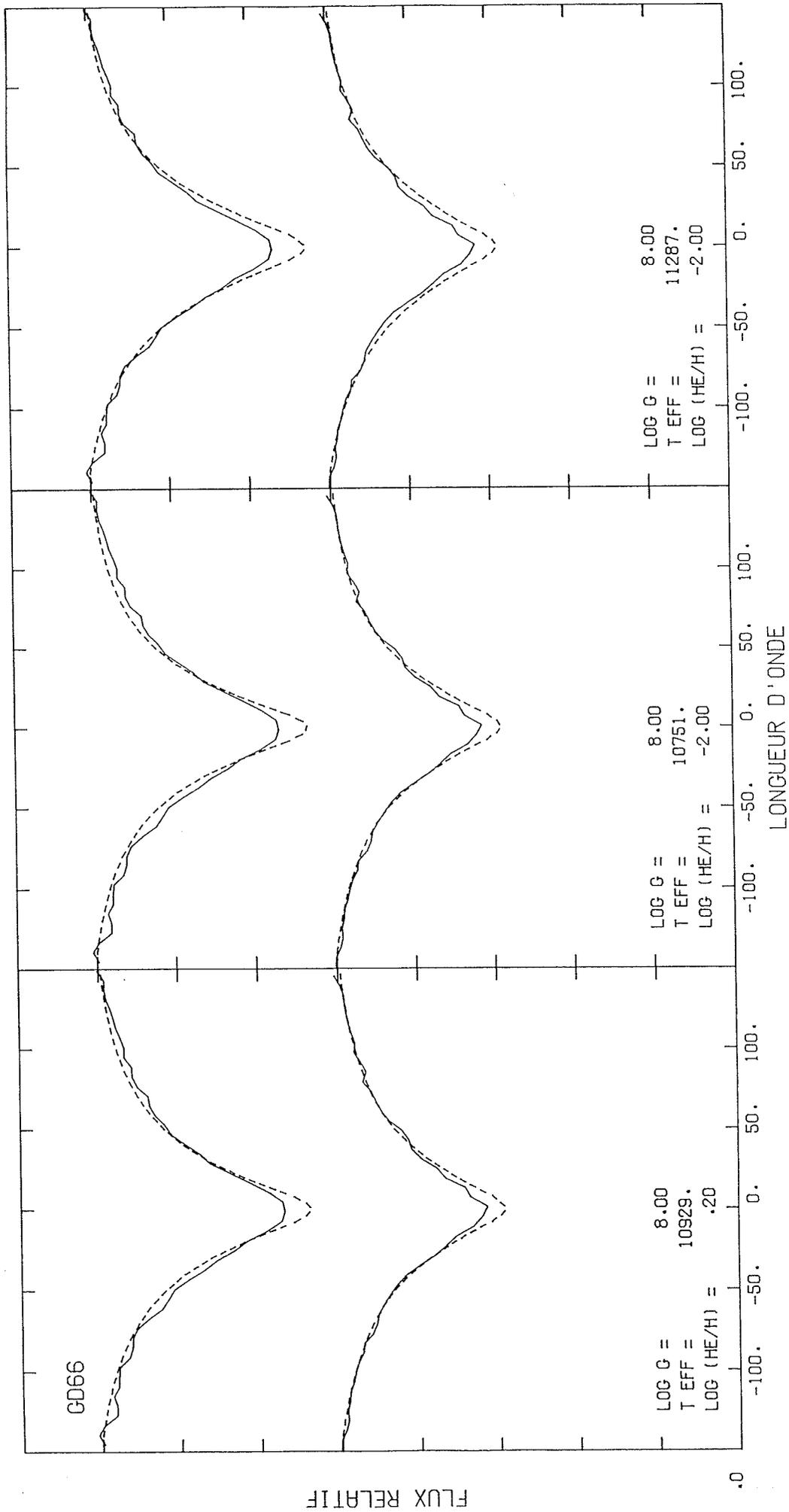
G130-15. La température est obtenue d'une moyenne des températures des raies H_{β} et H_{γ} . Le profil de la raie H_{α} n'est toutefois pas reproduit convenablement. La solution obtenue en utilisant la température fournie par H_{α} ($T_e=5486K$) reproduit mieux la raie H_{α} , mais donne une solution complètement inacceptable pour les autres raies.

Un autre ensemble de spectres de l'échantillon de Greenstein, ne permet que l'utilisation des raies H_{α} et H_{β} . La raie H_{δ} souffre des problèmes causés par le filtre dichroïque. Aux températures effectives des étoiles de ce sous-échantillon, il est impossible de déterminer avec précision l'abondance d'hélium seulement à partir des raies H_{α} et H_{β} . Nous nous proposons donc d'analyser ce sous-échantillon en utilisant certains des résultats suggérés par l'analyse de l'échantillon de LWL.

G8-8, *GD66*, et *Sandu B*. Les solutions obtenues pour ces trois étoiles sont illustrées sur la Figure 48. Les températures effectives sont estimées à partir de la moyenne pondérée des raies H_{α} et H_{β} . Les solutions de *G8-8* sont montrées pour trois abondances d'hélium différentes. Cette comparaison montre la faible sensibilité des raies à une variation de l'abondance d'hélium. On remarque aussi que le coeur des raies n'est jamais bien reproduit. Les résultats de l'analyse de l'échantillon de LWL suggèrent que *G8-8* est dans une phase récente du mélange convectif de son atmosphère d'hydrogène; la température élevée de cet objet implique que l'abondance en hélium pourrait être aussi élevée que $He/H=10$. *G8-8* devient ainsi un candidat excellent pour vérifier l'enrichissement en hélium en obtenant un spectre des raies H_{γ} à H_{δ} . Alternativement, il est aussi possible que cette étoile soit du côté

Figure 48 Comparaison des raies H_{α} à H_{β} (de bas en haut) entre les spectres observés et les spectres synthétiques interpolés aux valeurs des paramètres atmosphériques déterminées pour un sous-ensemble des étoiles de l'échantillon de Greenstein.

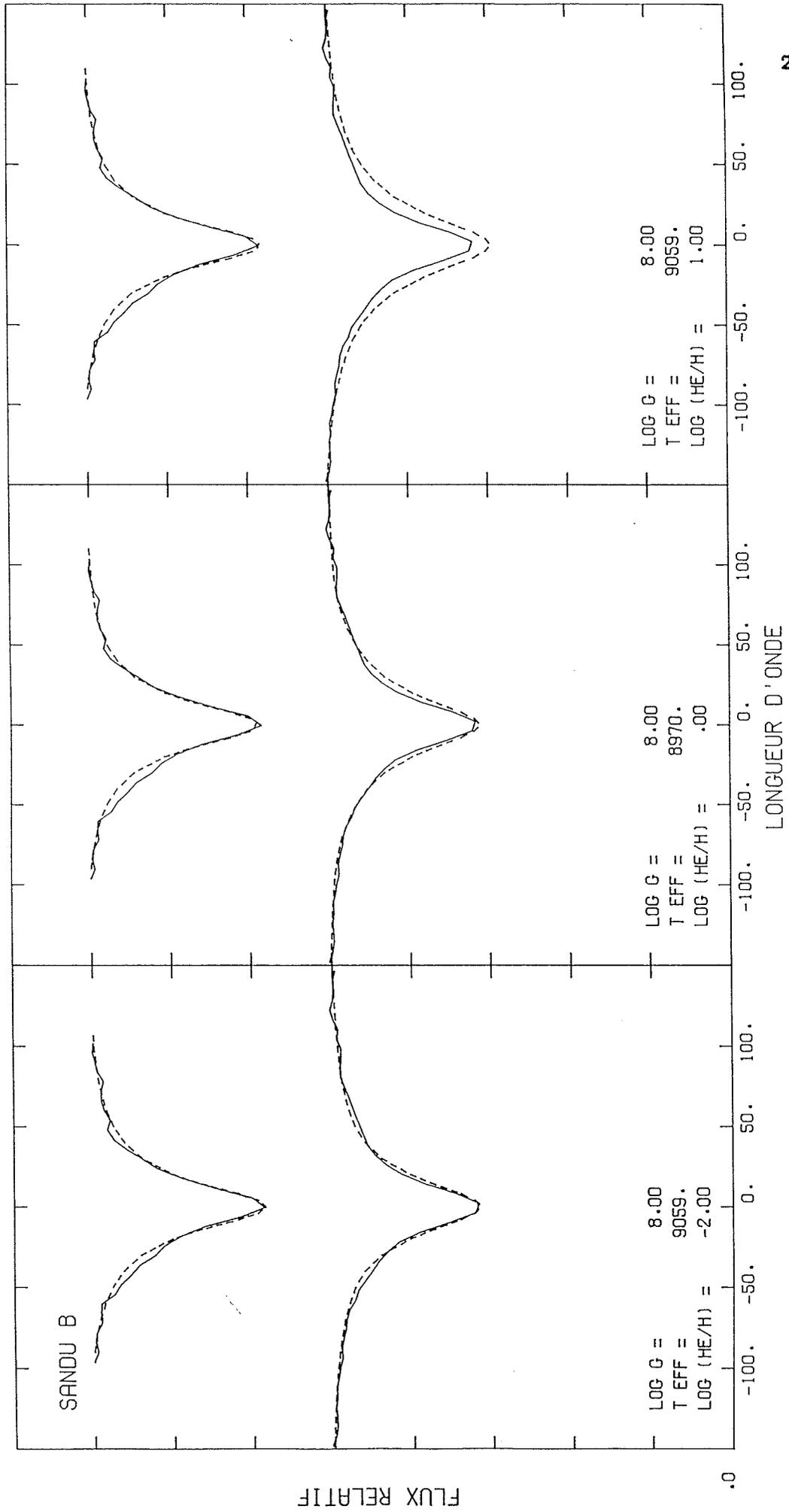


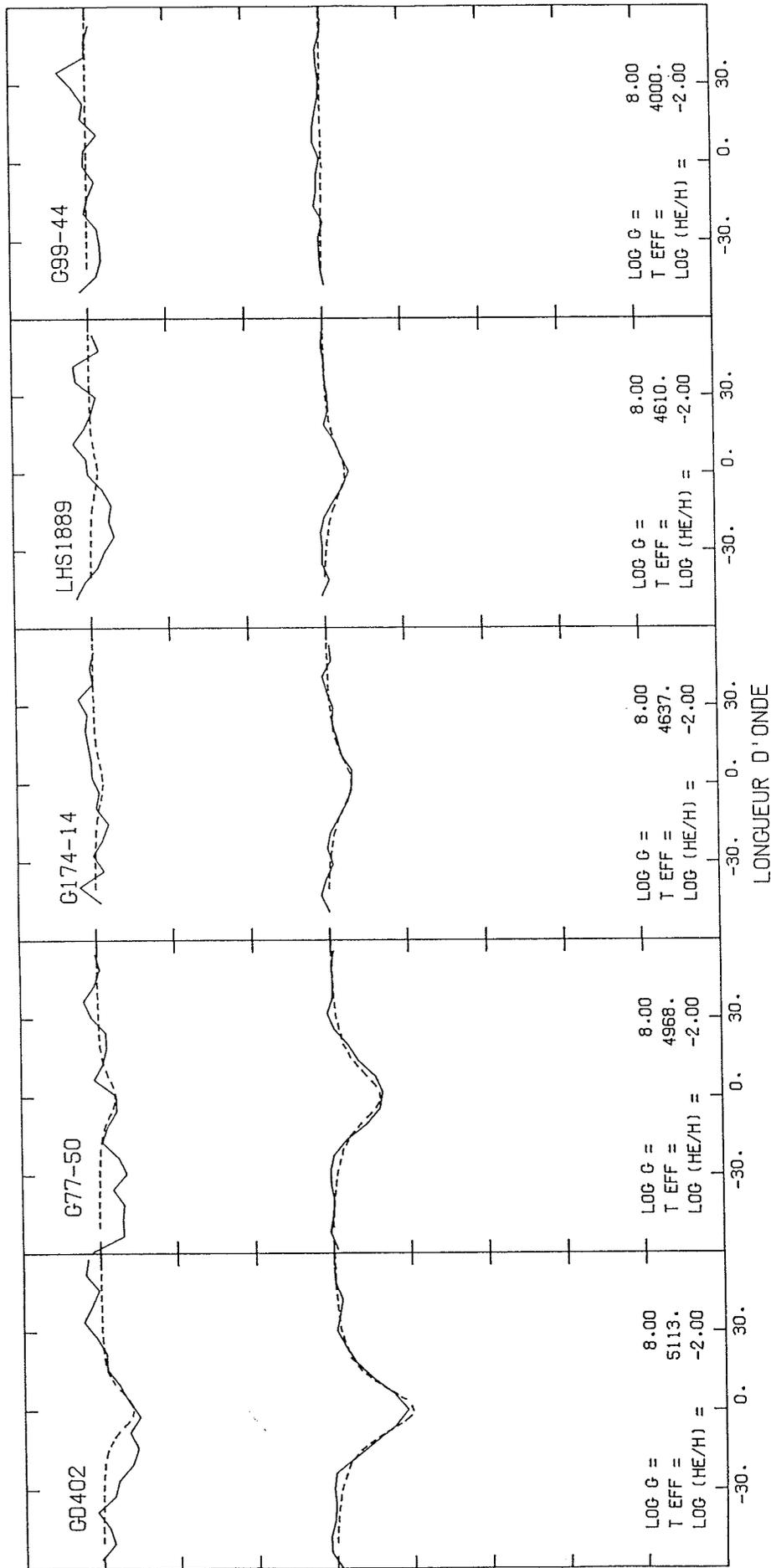


FLUX RELATIF

.0

LONGUEUR D'ONDE





chaud de la bande d'instabilité des ZZ Ceti ($T_e \sim 12000-13000K$). Pour GD66, nous montrons d'abord i) la solution obtenue du minimum du χ^2 ($T_e=10929K$, $\log He/H=0.2$), ii) la solution obtenue en imposant $He/H=10^{-2}$, et iii) la solution obtenue de l'analyse de l'échantillon de LWL. Cette comparaison démontre la faible sensibilité à la fois de la température effective et de l'abondance d'hélium. Encore une fois, cependant, le coeur des raies n'est pas bien reproduit. Pour GD66, Fontaine *et al.* 1985 avait obtenu $T_e=10800K$ et $\log g=7.7$. Dans le cas de Sandu B, la situation est différente. Les solutions présentées montrent que l'abondance d'hélium doit être inférieure ou égale à $He/H=1$. Pour des abondances supérieures, la raie H_α est prédite trop large. Cette sensibilité à l'abondance d'hélium est présente dans le cas de Sandu B à cause de sa plus faible température effective, comme le démontrent les mesures de largeurs équivalentes de la raie H_α (Figure 30). Le plus remarquable dans ce cas particulier est que le profil de la raie H_α soit parfaitement reproduit. Greenstein, Dolez, et Vauclair (1983) avait adopté une température effective de 9500K. Nous reviendrons sur l'implication de ces résultats au prochain chapitre.

GD402, G77-50, G174-14, LHS1889, et G99-44. La température effective est obtenue pour ces cinq étoiles par la raie H_α . Dans ces cas aussi, il n'est pas possible de déterminer avec précision l'abondance d'hélium. Cependant, les résultats de l'analyse de l'échantillon de LWL nous suggèrent qu'à ces températures, le mécanisme d'accrétion interstellaire devrait avoir redonné à ces étoiles une atmosphère suffisamment riche en hydrogène. Les solutions calculées avec $He/H=10^{-2}$ reproduisent bien les observations, ainsi que le très fort décrement

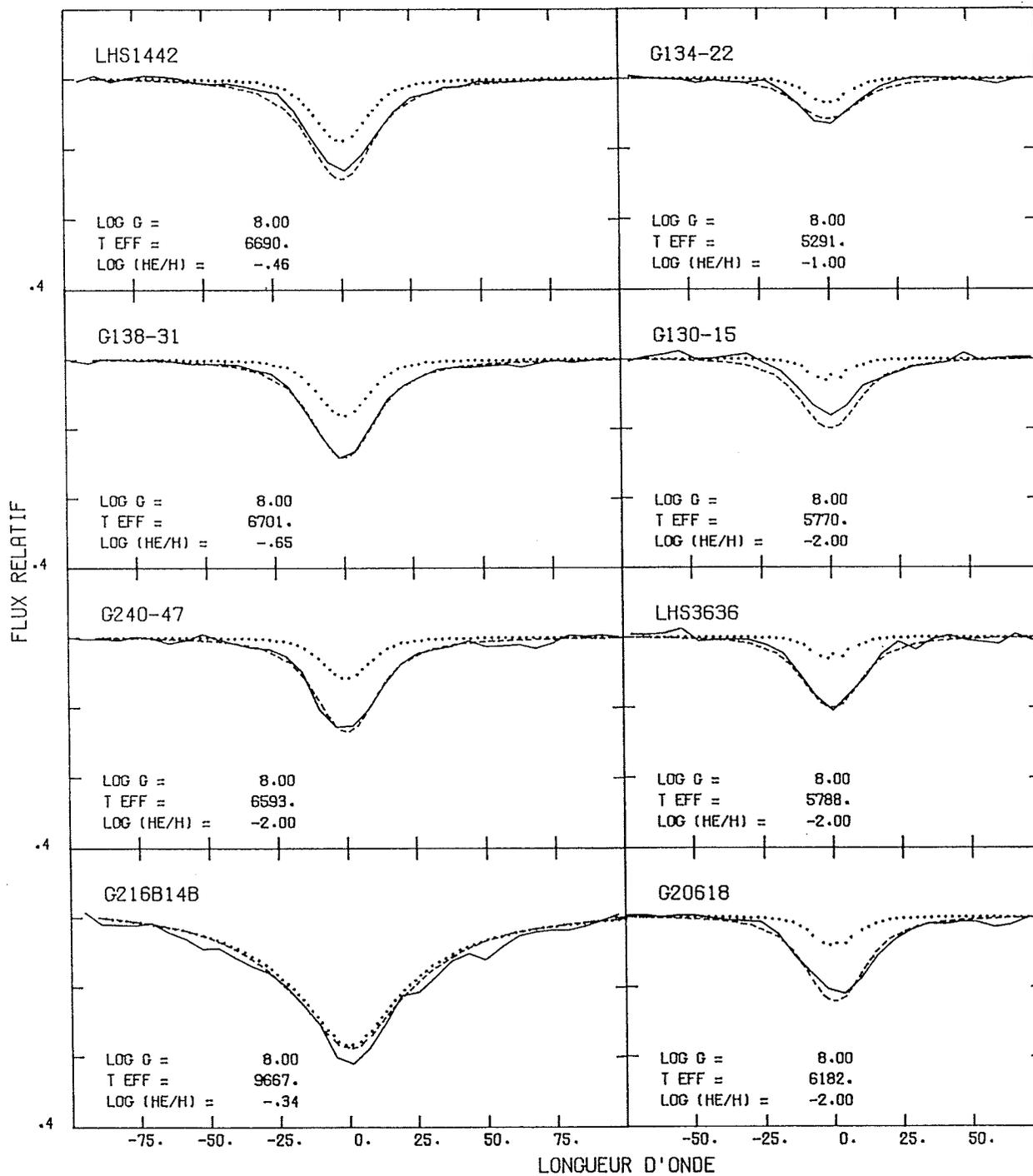
$W(H_{\alpha})/W(H_{\beta})$, sans avoir à invoquer la présence de l'hélium. Le cas de G99-44 demeure inévitablement très incertain à cause de l'absence totale de raies; une atmosphère pure en hydrogène *ne peut toutefois pas être excluse*. Parmi cet ensemble d'étoile se trouve la plus froide des DA formellement identifiée. Avec une température de $T_e \sim 4610K$, LHS1889 devient la naine blanche de type DA la plus froide jamais observée, et définit ainsi la limite technique de détection des raies d'hydrogène. Précisons encore une fois, que la solution adoptée est compatible avec une atmosphère riche en hydrogène. La précision des températures déterminées pour ces étoiles est très élevée. En effet, à d'aussi faibles températures effectives, la raie H_{α} varie rapidement en fonction de la température. La vallée du χ^2 dans ces cas est parfaitement bien définie, et les erreurs estimées ne sont que de $\sim 30-50K$. Il faut toutefois remarquer que cette erreur estimée ne tient pas compte des incertitudes sur l'omission des opacités moléculaires de l'hydrogène, et de l'équation d'état.

Les valeurs des paramètres atmosphériques adoptés pour toutes les étoiles sont résumées dans le Tableau IX. Il faut bien noter que la plupart de ces valeurs sont très incertaines, et représentent souvent pour l'abondance d'hélium des limites inférieures ou supérieures, et dans certains cas des valeurs imposées par les résultats de l'analyse de l'échantillon de LWL.

Tableau IXParamètres atmosphériques de l'échantillon de Greenstein

Nom	EG/Gr	Température (K)	Log He/H
LHS5023	Gr 462	4726 (39)	<-2.0
LHS5024	Gr 463	4000 :	<-2.0
G33-49	EG9	8470 :	>>1.0
G134-22	EG16	5316 (40)	-1.0 :
LHS1442	Gr 565	6690 (53)	-0.46 (0.24)
G174-14	Gr 473	4637 (34)	<-2.0
G77-50	Gr 566	4968 (35)	<-2.0
G8-8	EG28	11177 :	<0.6
GD66	Gr 572	11287 (159)	<-2.0
G99-44	EG45	4000 :	<-2.0
LHS1889	Gr 485	4610 (37)	<-2.0
G138-31	Gr 327	6701 (40)	-0.65 (0.43)
Sandu B	Gr 576	8970 :	<0.0
G240-47	Gr 369	6593 (66)	<-2.0
G206-18	Gr 330	6182 (51)	<-2.0
LDS678A	EG131	10220 :	>>1.0
LHS3636	Gr 581	5788 (39)	<-2.0
G187-32	Gr 447	8368 (62)	-0.86 (0.20)
GD402	Gr 452	5113 (29)	<-2.0
G216-B14B	EG263	9667 (64)	-0.34 (0.22)
G130-15	Gr 506	5770 (30)	<-2.0

Figure 49 Comparaison des profils H_{α} de la Figure 47 avec des spectres synthétiques calculés en incluant l'élargissement par résonance (courbes en tirets), et en le négligeant (courbes en pointillés).



6.2.1 Importance de l'élargissement par résonance

Il est intéressant à ce stade-ci de mesurer l'importance de l'élargissement par résonance à partir de la raie H_{α} . La Figure 49 illustre certaines des solutions obtenues précédemment, en comparant i) les spectres calculés en incluant l'élargissement par résonance (courbes en tirets), et ii) les spectres calculés en le négligeant (courbes en pointillés). Cette comparaison montre clairement l'importance de l'élargissement par résonance dans les objets les plus froids (voir aussi Figure 25). Wickramasinghe et Bessell (1979) ont aussi montré l'évidence de l'élargissement par résonance dans BPM4729 ($T_e \sim 5500K$). La Figure 49 montre aussi que dans la plupart des cas, l'élargissement par résonance domine l'élargissement total de la raie, et permet donc de mesurer la précision des théories d'élargissement par résonance. Notons aussi que le mauvais accord observé dans le cas de G216-B14B n'est pas dû aux incertitudes sur l'élargissement par résonance.

6.2.2 Détermination de la température par la photométrie visuelle

En utilisant la calibration en température effective de l'indice $(g-r)$ (Figure 43), et les valeurs de $(g-r)$ mesurées par Greenstein (1986) (Tableau II), nous avons déterminé pour tous les objets une température photométrique. La comparaison entre cette température et celle déterminée à partir de l'analyse spectroscopique est illustrée sur la Figure 50. La comparaison observée est excellente même pour les objets les plus froids, ou la différence entre les deux températures est inférieure à 6%. En particulier, la différence entre les deux températures

n'est que de 35K pour l'étoile DA la plus froide LHS1889. La température de G8-8 déterminée à partir de la photométrie indique une température supérieure à 12000K; cette étoile se situe donc probablement du côté chaud de la bande d'instabilité des ZZ Ceti.

La Figure 50 montre aussi un cas énigmatique, celui de GD402. La solution de la Figure 48 correspond à une température effective de $T_e=5113K$. Cependant, la température estimée à partir de $(g-r)$ est plutôt de $T_e=6900K$. En utilisant d'autres valeurs mesurées de $(g-r)$ publiées dans le catalogue de McCook et Sion (1987), la température peut être aussi élevée que 7480K. D'ailleurs, une comparaison simultanée des profils H_α et des distributions d'énergie de la Figure 6 met aussi en évidence le caractère particulier de GD402. L'hypothèse proposée est que GD402 soit membre d'un système binaire, dont la composante la plus chaude ne contribue pas significativement au profil H_α (une étoile de type DC par exemple). L'absence de raies autres que les raies de Balmer implique de plus que le compagnon doit avoir un spectre quasi-continu. Aucune étude publiée ne fait mention de ce cas particulier.

6.2.3 Détermination de la température effective à partir de $W(H_\alpha)$

Le Tableau X donne la mesure des largeurs équivalentes de la raie H_α pour toutes les étoiles de l'échantillon de Greenstein. En utilisant, les valeurs de $W(H_\alpha)$ des spectres synthétiques données dans le Tableau VI, il est possible de déterminer une température basée sur la largeur équivalente. La comparaison de cette température avec celle déterminée à partir de la spectroscopie est illustrée sur la Figure 51. Pour les

Figure 50 Comparaison entre les températures effectives obtenues de l'analyse spectroscopique, et celles obtenues par les valeurs de la photométrie (g-r) et la calibration (g-r)- T_e , pour l'échantillon de Greenstein.

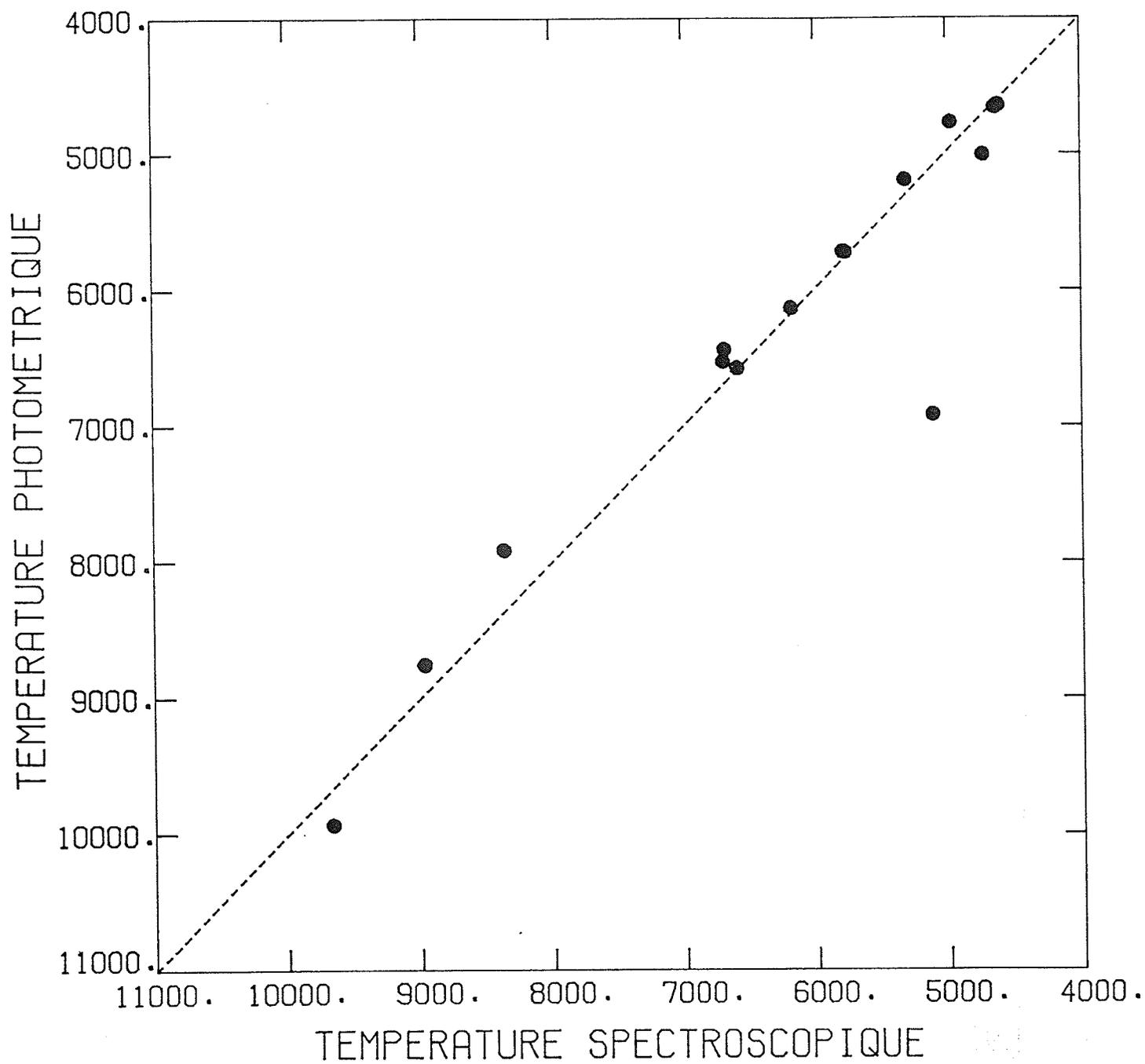
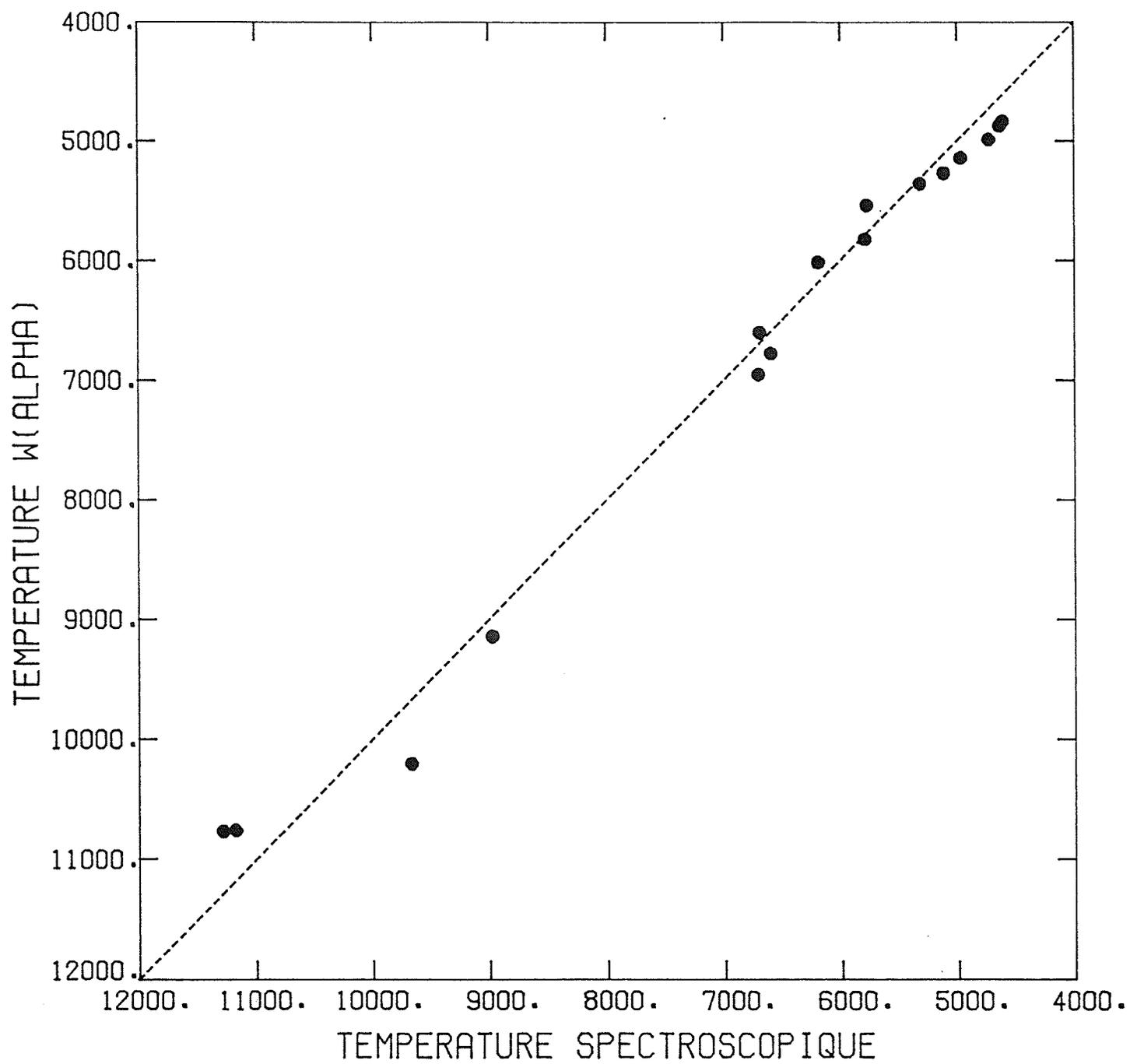


Tableau X

Largeurs équivalentes de l'échantillon de Greenstein

Nom	$W(H_{\alpha})$
LHS5023	1.2
G134-22	3.4
LHS1442	9.3
G174-14	0.8
G77-50	2.0
G8-8	49.1
GD66	49.2
LHS1889	0.7
G138-31	10.5
Sandu B	25.6
G240-47	9.9
G206-18	7.1
LHS3636	6.2
GD402	2.8
G216-B14B	41.7
G130-15	4.6

Figure 51 Comparaison des températures obtenues par les largeurs équivalentes moyennes V_{α} , et celles obtenues de l'analyse spectroscopique de l'échantillon de Greenstein. Les températures sont estimées en supposant que l'abondance d'hélium est posée égale à $\text{He}/\text{H}=10^{-2}$.



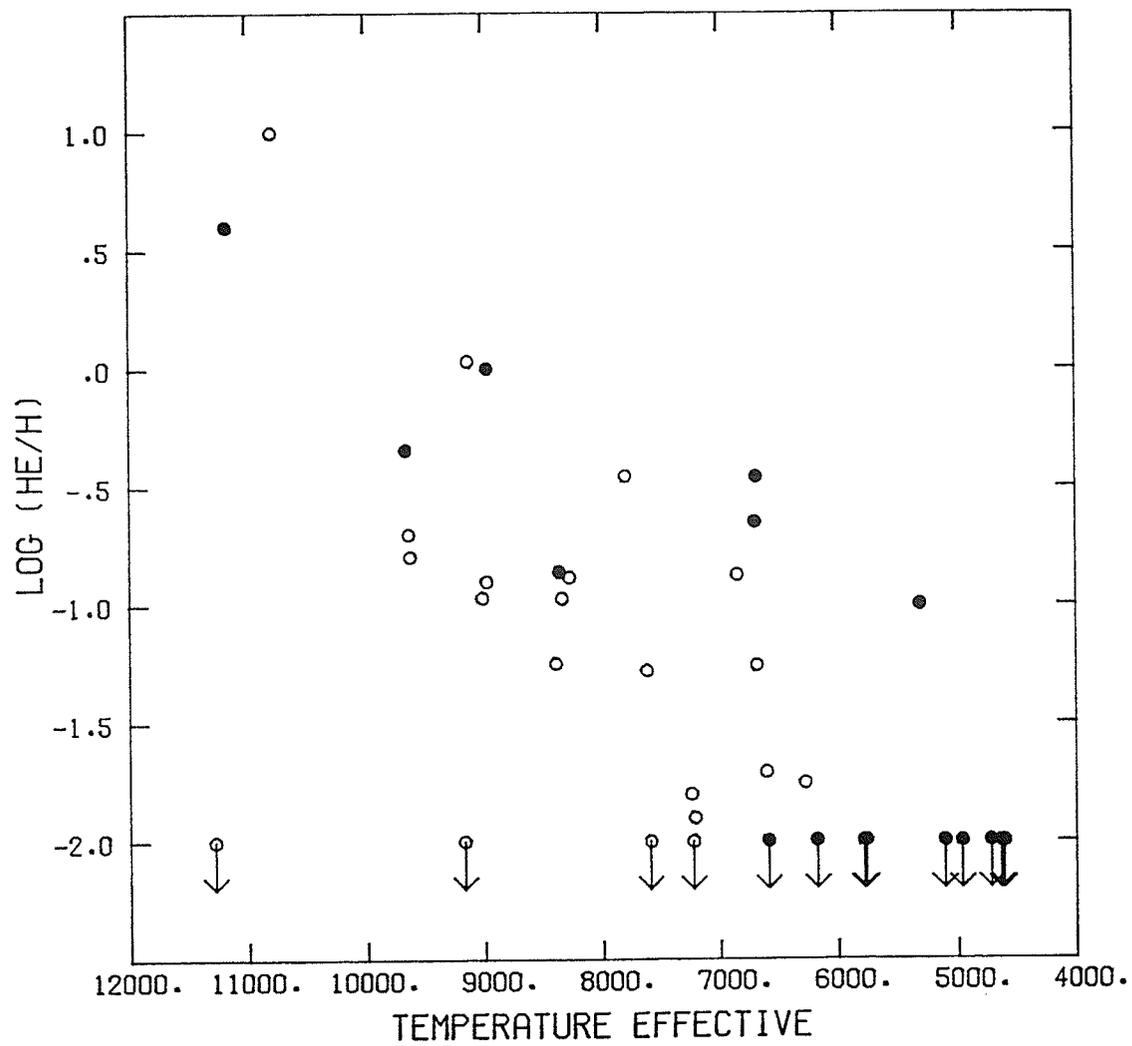
étoiles les plus froides, la corrélation est très bonne. Pour les étoiles plus chaudes cependant, les différences sont importantes. Ces différences sont reliées principalement au fait que les spectres synthétiques ne reproduisent pas correctement le coeur de la raie H_{α} . L'implication de ce résultat est discutée dans le prochain chapitre.

6.3 Comparaison avec les résultats de l'échantillon de LWL

La Figure 52 présente les résultats de l'analyse des étoiles de l'échantillon de Greenstein (cercles pleins), en comparaison avec ceux de l'échantillon de LWL (cercles vides). Comme plusieurs des abondances d'hélium ont été déterminées à partir des résultats obtenus de l'analyse de l'échantillon de LWL, l'accord observé n'a rien de surprenant. Cependant, l'analyse spectroscopique a montré que les valeurs adoptées des paramètres atmosphériques étaient *compatibles* avec le spectre observé. Les résultats précédents mettent aussi en valeur la nécessité d'étudier plus en détail le comportement des raies élevées des étoiles les plus chaudes. Le cas particulier de G8-8, illustré sur cette figure, est douteux étant donné l'incertitude sur la température exacte de l'étoile.

Figure 52 Résultats de la détermination des paramètres atmosphériques des étoiles de l'échantillon de Greenstein (cercles pleins), en comparaison avec ceux de l'échantillon de LWL (cercles vides).

LOG G = 8.0 F = 0.5



CHAPITRE 7

Conclusions

Notre analyse spectroscopique de l'échantillon de Lacombe-Wesemael-Liebert et de l'échantillon de Greenstein a permis de mieux cerner les propriétés atmosphériques des étoiles naines froides de type DA.

Nous avons développé, dans une première étape, les modèles d'atmosphères représentatifs des conditions physiques présentes dans les atmosphères de naines blanches froides. Ces modèles tiennent compte simultanément du transport d'énergie par radiation et par convection. Nous avons étudié l'influence sur le flux émergeant de variations de la théorie standard de la longueur de mélange de Böhm-Vitense (1958). En utilisant une théorie plus efficace, modifiée subséquemment par la prescription de Böhm-Stückl (1967), nous avons démontré que la différence entre les flux émergeants était négligeable aux basses températures effectives. Cependant, pour les étoiles plus chaudes, les changements dans le flux sont importants, et doivent être étudiés plus en détail. En particulier, la température effective observée à laquelle le mélange se produit pourrait être modifiée si une telle théorie plus efficace de mélange est utilisée dans l'analyse des spectres.

L'accord entre le profil observé des raies et celui prédit théoriquement a montré que les théories d'élargissement étaient adéquates pour l'étude de ces étoiles froides. Sur un grand domaine de températures effectives, l'élargissement est dominé par l'élargissement Stark pour les raies plus élevées que H_{α} . A plus basse température, nous avons démontré l'importance d'inclure l'élargissement par résonance pour calculer le profil de la raie H_{α} (voir aussi Wickramasinghe et Bessel 1979). La théorie d'élargissement par résonance utilisée s'est avérée satisfaisante pour reproduire les profils observés. L'absence de spectres observés de H_{α} dans le domaine où l'élargissement van der Waals est important ($T_{\text{eff}} < 10000\text{K}$, $\text{He}/\text{H} > 1$), n'a pas permis de vérifier les théories de ce type d'élargissement spectral dans nos étoiles.

Notre étude constitue la première application astrophysique du formalisme de probabilité d'occupation de Hummer-Mihalas. Nous avons démontré, en particulier, que leur traitement de l'interaction des sphères dures était trop rigide, et diminuait de façon trop draconienne l'occupation des niveaux. Pour reproduire le profil des raies élevées de la série de Balmer, nous avons été contraint de réduire considérablement le rayon d'interaction des sphères dures associé à chaque atome. Cette réduction arbitraire rend la détermination des abondances d'hélium des étoiles froides plus imprécises. L'amélioration des résultats présents devra attendre le développement de meilleurs potentiels d'interaction pour décrire le comportement des atomes neutres. Les abondances d'hélium déterminées dans les étoiles chaudes ne sont toutefois pas affectées par cette incertitude. Le formalisme de Hummer-Mihalas a aussi mis en évidence l'importance accrue de l'opacité pseudo-continue dans les

objets chauds, ou ceux riches en hélium. Une comparaison des Figures 23 et 33, pour les modèles à $T_e=10000K$ et $He/H=0$, montre que les changements apportés par l'inclusion de ces opacités sont du même ordre que ceux produits par une modification de la longueur de mélange. L'étude de ces deux effets combinés devrait permettre de mieux comprendre les propriétés atmosphériques des étoiles de type ZZ Ceti (Daou *et al.* 1988).

L'analyse des profils synthétiques et des couleurs Strömngren a permis de démontrer que les effets d'une diminution (augmentation) de la gravité de surface pouvaient être exactement compensés par une augmentation (diminution) de l'abondance d'hélium. Le fait que cette conclusion s'applique *simultanément* à toutes les raies de Balmer est surprenant, étant donné les processus physiques d'élargissement et les régions de formation qui diffèrent pour chacune des raies. L'équilibre entre ces processus d'élargissement nous a forcé à adopter une gravité moyenne de surface pour tous les objets. La détermination subséquente de l'abondance d'hélium a confirmé que la dispersion en gravité de l'échantillon analysé devait cependant être très étroite.

La comparaison entre l'analyse de l'échantillon de Lacombe-Wesemael-Liebert et celle de l'échantillon de Greenstein met en évidence l'importance de l'observation des *raies élevées de la série de Balmer* pour déterminer précisément l'abondance d'hélium. Les profils de H_{α} et H_{β} , et même celui de H_{γ} , sont relativement peu sensibles à une variation de l'abondance d'hélium. Par contre, pour les objets plus froids, l'observation du profil H_{α} est essentielle à une détermination de la

température effective, mais demeure peu utile pour déterminer l'abondance d'hélium. L'étude spectroscopique des étoiles froides de l'échantillon de Greenstein ($T_e < 6000\text{K}$) a toutefois démontré clairement que les atmosphères de ces étoiles étaient *compatibles* avec une composition riche en hydrogène. Les valeurs moyennes de $W(H_\beta)/W(H_\alpha) \sim 1.18$ à 13000K , et de ~ 0.1 à 5000K observées par Greenstein (1986), *ne sont pas une conséquence de l'enrichissement en hélium, mais représentent une conséquence naturelle de l'augmentation de la pression atmosphérique des étoiles froides, riches en hydrogène*. La limite observée de la présence des raies de Balmer est approximativement de $\sim 4600\text{K}$. L'incertitude sur cette température est très faible, environ $\sim 40\text{K}$.

Dans les étoiles naines blanches, la séparation chimique se révèle être un mécanisme très efficace (Paquette *et al.* 1986). Ce phénomène de tri gravitationnel explique bien l'extrême pureté des atmosphères de naines blanches riches en hydrogène. Si la masse de la couche superficielle d'hydrogène est suffisamment massive, l'étoile demeurera riche en hydrogène pendant toute son évolution (Fontaine et Wesemael 1987). La présence de traces d'éléments plus lourds, en particulier de l'hélium, est expliquée en termes de mécanismes compétitifs qui empêchent ces éléments de sombrer à l'intérieur de l'étoile. Le support radiatif représente un de ces mécanismes. Il est toutefois complètement négligeable pour l'hélium (Vennes *et al.* 1988). L'accrétion de matière interstellaire représente un second mécanisme pouvant polluer les régions atmosphériques (Wesemael 1979; Alcock et Illarionov 1980). La présence d'hélium dans les DBA est expliqué en termes de ce mécanisme (Liebert, Fontaine, et Wesemael 1987). Toutefois, la séparation chimique efficace de

l'hydrogène et de l'hélium ne permet pas de développer de larges abondances d'hélium dans les régions atmosphériques.

Les résultats de notre étude des propriétés atmosphériques des naines blanches froides ont démontré que l'atmosphère de ces étoiles devait contenir une fraction importante d'hélium. En étudiant en détail le comportement des raies élevées de la série de Balmer, nous avons déterminé les abondances d'hélium dans un échantillon représentatif de ces étoiles. Des abondances aussi élevées que $\text{He}/\text{H} \sim 10$ ont été déterminées dans certains objets. Les considérations précédentes démontrent que la présence de tant d'hélium doit faire intervenir un mécanisme additionnel qui puisse entrer en compétition avec le tri gravitationnel.

Les travaux de Koester (1976), Vauclair et Reisse (1977), et D'Antona et Mazzitelli (1979) ont montré que le mélange convectif pouvait, sous certaines conditions, enrichir d'hélium les régions atmosphériques des étoiles DA froides. Ce mélange survient quand la zone de convection de la couche superficielle d'hydrogène entre en contact avec la zone convective sous-jacente d'hélium. Le mélange a pour effet de diluer l'hydrogène en surface, et de polluer simultanément l'atmosphère en hélium. Ces travaux ont aussi montré qu'il existe une limite à la masse de la couche d'hydrogène, au-dessus de laquelle le mélange convectif ne peut se produire. Bien que les détails de ce mélange ne soit pas encore complètement bien compris, nous pouvons quand même en tirer certaines conclusions préliminaires.

La Figure 2 illustre la variation de la température de mélange en fonction de l'épaisseur de la couche d'hydrogène. Pour une masse supérieure à $M_H \sim 10^{-8} M_*$, le mélange convectif ne se produit pas. Dans cette situation, la distance entre les zones convectives d'hydrogène et d'hélium est en effet trop grande pour que le contact entre ces zones soit possible. La présence d'hélium dans les étoiles que nous avons étudiées implique que *la masse de la couche superficielle d'hydrogène doit être inférieure à $10^{-8} M_*$* . Ce résultat va à l'encontre des modèles évolutifs de pré-naines blanches (Schönberner 1981, 1983; Iben 1984; Iben et Tutukov 1984; Iben et MacDonald 1985, 1986; Koester et Schönberner 1986), mais confirme la nécessité, mise en évidence par d'autres arguments, à la fois théoriques et observationnels, de l'existence de couches *minces* d'hydrogène dans les naines blanches (voir Chapitre 1). En excluant les naines blanches les plus froides de notre échantillon, on remarque que *toutes* les étoiles contiennent de l'hélium. Cet autre résultat implique que le mélange convectif se produit pour la grande majorité des étoiles, et que par conséquent, celles-ci doivent posséder des couches minces d'hydrogène au moment de l'épisode du mélange convectif.

La Figure 2 indique aussi que la température de mélange observée peut être utilisée pour mesurer l'épaisseur de la couche d'hydrogène. De plus, l'absence de naines blanches riches en hydrogène dans l'intervalle $11000\text{K} < T_e < 7000\text{K}$, et l'étroite corrélation observée entre l'abondance d'hélium et la température effective, suggèrent que le spectre de valeurs possibles de l'épaisseur de la couche d'hydrogène est relativement étroit. Les abondances d'hélium observées montrent que la température de

mélange se situe aux environs de $\sim 11000\text{K}$. Les considérations précédentes impliquent donc que cette température représente la température de mélange de la majorité des étoiles.

Pour que le mélange convectif se produise à une température aussi élevée, l'épaisseur de la couche d'hydrogène doit se situer autour de $\sim 10^{-13}M_{\odot}$. Ce résultat est en accord avec les déterminations des épaisseurs des couches d'hydrogène dans les DA chaudes (Vennes *et al.* 1988). La température de mélange observée est en accord avec la théorie des pulsations des ZZ Ceti, et soutient l'hypothèse selon laquelle l'arrêt des pulsations aux alentours de $\sim 10000-11000\text{K}$ serait associé au début du mélange convectif dans l'enveloppe de ces étoiles (Winget et Fontaine 1982). Cette température indique aussi que la masse de la couche d'hydrogène des ZZ Ceti doit être près de la limite inférieure de l'intervalle de masse compatible avec la théorie des pulsations (voir Figure 2).

On peut se demander aussi quelle serait la stratification de la composition atmosphérique d'une étoile récemment mélangée. La zone convective d'hydrogène s'étend jusqu'à des profondeurs optiques de $\tau_{\text{Ross}} \sim 0.1$; le mélange convectif se produit-il plus haut dans l'atmosphère par des phénomènes d'*overshooting*? Il serait intéressant de comparer les profils synthétiques de la raie H_{α} , formée très haut dans l'atmosphère, en utilisant des distributions réalistes de la stratification chimique d'une atmosphère récemment mélangée, seule région accessible aux observations.

Les abondances d'hélium déterminées dans les naines blanches très froides peuvent également être interprétées en terme évolutif. La corrélation observée montre que pendant son évolution le long de la séquence de refroidissement, *l'étoile redevient graduellement riche en hydrogène*. Ce phénomène est certainement la signature du mécanisme d'accrétion interstellaire. En traversant le milieu interstellaire, l'étoile amasse, dans les temps caractéristiques de refroidissement, une quantité importante de matière. Par ce processus, la quantité d'hydrogène diluée dans la zone de convection mixte d'hydrogène et d'hélium augmente. Une simulation du processus de mélange convectif, et d'accrétion de matière interstellaire, permettrait de contraindre i) les valeurs possibles de l'épaisseur de la couche d'hydrogène, et ii) le taux moyen (ou épisodique) d'accrétion nécessaire pour reproduire les observations. Notons aussi que le mécanisme d'accrétion a déjà été invoqué par Lacombe *et al.* (1983) pour expliquer la présence de calcium dans l'étoile de type DZ, G74-7. Cette interprétation est entièrement compatible avec la composition extrêmement riche en hydrogène de cette étoile, déterminée dans notre analyse.

Si l'accrétion est un phénomène commun à toutes les étoiles de notre échantillon, pourquoi les étoiles de type DC subsistent-elles à des températures aussi faibles que $T_e \sim 6000\text{K}$? Le taux d'accrétion requis pour que les étoiles DA mélangées redeviennent riches en hydrogène à cette température, est certainement suffisant pour redonner à une étoile DC le caractère d'une DA. Greenstein (1986) a montré que plusieurs de ces étoiles DC montraient la raie H_{α} , quand elles étaient observées avec un rapport signal sur bruit suffisamment élevé. Ces étoiles ont donc été

reclassifiées DA. Il a aussi montré que malgré cette réduction du nombre d'étoiles DC, cette dernière classe d'étoiles persistait. De plus, si l'atmosphère de ces étoiles, présumément riche en hélium, est essentiellement polluée par de faibles quantités d'hydrogène accréte du milieu interstellaire, on devrait s'attendre à observer des étoiles de type DA très riches en hélium ($\text{He}/\text{H} \sim 10$) même aux basses températures. La Figure 39 montre qu'il n'y en a aucune. Il semble exister des mécanismes qui empêchent l'accrétion de l'hydrogène dans les atmosphères d'étoiles DC. Un mécanisme d'écran très efficace serait une solution possible.

Enfin, un plus grand nombre d'étoiles devrait éventuellement être observé près de la température de mélange afin de mieux définir la corrélation dans ce domaine. Ces observations permettraient, entre autre, de déterminer avec plus de précision la température de mélange, ainsi que le taux maximum de pollution atmosphérique d'hélium lors du mélange.

LISTE DES REFERENCES

- Alcock, C., et Illarionov, A. 1980, *Ap. J.*, **235**, 541.
- Ali, A.W., et Griem, H.R. 1965, *Phys. Rev.*, **140A**, 1044.
- Ali, A.W., et Griem, H.R. 1966, *Phys. Rev.*, **144A**, 366.
- Auer, L.H., et Mihalas, D. 1969, *Ap. J.*, **158**, 641.
- Auer, L.H., et Mihalas, D. 1970, *M. N. R. A. S.*, **149**, 65.
- Bergeron, P., Wesemael, F., et Fontaine, G. 1987, *95^e Colloque UAI, The Second Conference on Faint Blue Stars*, ed. A.G.D. Philip, D.S. Hayes, et J. Liebert (Shenectady: Davis), p. 661.
- Bergeron, P., Wesemael, F., et Fontaine, G. 1988, *114^e Colloque UAI, White Dwarfs*, ed. G. Wegner (Springer Verlag), sous presse.
- Bergeron, P., Wesemael, F., Liebert, J., Fontaine, G., et Lacombe, P. 1988, *114^e Colloque UAI, White Dwarfs*, ed. G. Wegner (Springer Verlag), sous presse.
- Bethe, H.A., et Salpeter, E.E. 1955, *Handbuch der Physik*, **35**, 362 (ed. S. Flügge, Springer-Verlag, Berlin).
- Böhm, K.-H., et Stückl, E. 1967, *Zs. f. Ap.*, **66**, 487.
- Böhm-Vitense, E. 1958, *Zs. f. Ap.*, **46**, 108.
- Cox, A.N., et Stewart, J.N. 1969, *Ap. J. Suppl.*, **19**, 261.
- D'Antona, F., et Mazzitelli, I. 1979, *Astr. Ap.*, **74**, 161.
- Daou, D., Wesemael, F., Bergeron, P., Fontaine, G., et Holberg, J.B. 1988, *114^e Colloque UAI, White Dwarfs*, ed. G. Wegner (Springer Verlag), sous presse.
- Däppen, W., Anderson, L., et Mihalas, D. 1987, *Ap. J.*, **319**, 195.
- Däppen, W., Mihalas, D., Hummer, D.G., et Mihalas, B.W. 1988, *Ap. J.*,

332, 261.

Drilling, J.S., et Schönberner, D. 1985, *Astr. Ap.*, **146**, L23.

Edmonds, F.N., Schlüter, H., et Wells, D.C. 1967, *Mem. R. Astr. Soc.*, **71**,
271.

Eggen, O.J., et Greenstein, J.L. 1965, *Ap. J.*, **141**, 83.

Feautrier, P. 1964, *C. R. Sci. Paris*, **258**, 3189.

Fermi, E. 1924, *Zs. Phys.*, **26**, 54.

Fleming, T.A., Liebert, J., et Green, R. 1986, *Ap. J.*, **308**, 176.

Foley, H. 1946, *Phys. Rev.*, **69**, 616.

Fontaine, G. 1973, Thèse de Doctorat, Université de Rochester.

Fontaine, G., Graboske, H.C., et Van Horn, H.M. 1977, *Ap. J. Suppl.*, **35**,
293.

Fontaine, G., McGraw, J.T., Dearborn, D.S.P., Gustafson, J., et Lacombe, P.
1982, *Ap. J.*, **258**, 651.

Fontaine, G., Tassoul, M., Wesemael, F. 1984, *25 Liège Astrophysical
Colloquium, Theoretical Problems in Stellar Stability and
Oscillations*, ed. A. Noels and M. Gabriel, (Liège: Université
de Liège), p. 328.

Fontaine, G., et Van Horn, H.M. 1976, *Ap. J. Suppl.*, **31**, 467.

Fontaine, G., Van Horn, H.M., Bohm, K.-H., et Grenfell, T.C. 1974, *Ap. J.*,
193, 205.

Fontaine, G., Villeneuve, B., et Wilson, J. 1981, *Ap. J.*, **243**, 550.

Fontaine, G., et Wesemael, F. 1987, *95^e Colloque UAI, The Second
Conference on Faint Blue Stars*, ed. A.G.D. Philip, D.S. Hayes,
et J. Liebert (Shenectady: Davis), p. 319.

Fontaine, G., Wesemael, F., Bergeron, P., Lacombe, P., Lamontagne, R., et
Saumon, D. 1985, *Ap. J.*, **294**, 339.

- Fursow, W., et Wlassow, A. 1936, *Physik. Z. Sowjetunion*, **10**, 378.
- Greenstein, J.L. 1986, *Ap. J.*, **304**, 334.
- Greenstein, J.L., Dolez, N., et Vauclair, G. 1983, *Astr. Ap.*, **127**, 25.
- Grenfell, T.C. 1972, *Astr. Ap.*, **20**, 293.
- Griem, H.R. 1964, *Plasma Spectroscopy*, (McGraw-Hill: New York).
- Gustafsson, B. 1971, *Astr. Ap.*, **10**, 187.
- Hamada, T., et Salpeter, E.E. 1961, *Ap. J.*, **134**, 683.
- Holberg, J.B. 1987, *95^e Colloque UAI, The Second Conference on Faint Blue Stars*, ed. A.G.D. Philip, D.S. Hayes, et J. Liebert (Shenectady: Davis), p. 285.
- Holberg, J.B., Wesemael, F., et Basile, J. 1986, *Ap. J.*, **306**, 629.
- Holtsmark, J. 1919, *Ann. d. Phys.*, **58**, 577.
- Hummer, D.G. 1986, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, **36**, 1.
- Hummer, D.G., et Mihalas, D. 1988, *Ap. J.*, **331**, 794.
- Iben, I. 1984, *Ap. J.*, **277**, 333.
- Iben, I., et Macdonald, J. 1985, *Ap. J.*, **296**, 540.
- Iben, I., et Macdonald, J. 1986, *Ap. J.*, **301**, 164.
- Iben, I., et Tutukov, A.V. 1984, *Ap. J.*, **282**, 615.
- Inglis, D.R., et Teller, E. 1939, *Ap. J.*, **90**, 439.
- Jordan, S., Koester, D., Wulf-Mathies, C., et Brunner, H. 1987, *Astr. Ap.*, **185**, 253.
- Kahn, S.M., Wesemael, F., Liebert, J., Raymond, J.C., Steiner, J.E., et Shipman, H.L. 1984, *Ap. J.*, **278**, 255.
- Kapranidis, S.P. 1982, Thèse de Doctorat, Université de Washington.
- Kapranidis, S. 1983, *Ap. J.*, **275**, 342.
- Kodaira, K. 1975, *Problems in Stellar Atmospheres and Envelopes*, éd. B. Baschek, W.H. Kegel, et G. Traving (Springer Verlag: Berlin),

p.149.

- Koester, D. 1976, *Astr. Ap.*, **52**, 415.
- Koester, D. 1980, *Astr. Ap. Suppl.*, **39**, 401.
- Koester, D., et Schönberner, D. 1986, *Astr. Ap.*, **154**, 125.
- Koester, D., Schulz, H., et Weidemann, V. 1979, *Astr. Ap.*, **76**, 262.
- Kurucz, R.L. 1970, *Smithsonian Ap. Obs. Spec. Report 309*.
- Lacombe, P., Liebert, J., Wesemael, F., Fontaine, G. 1983, *Ap. J.*, **272**, 660.
- Lamb, D.Q., et Van Horn, H.M. 1975, *Ap. J.*, **200**, 306.
- Lang, K.R. 1980, *Astrophysical Formulae*, 2^e édition (Springer Verlag:Berlin).
- Lebowitz, J.L., Helfand, E., et Praestgaard, E. 1965, *J. Chem. Phys.*, **43**, 774.
- Liebert, J. 1986, *IAU Colloquium No. 87, Hydrogen Deficient Stars and Related Objects*, éd. K. Rao et K. Hunger, p. 367.
- Liebert, J. 1987, *IAU Colloquium No. 105, Planetary Nebulae*, ed. J.B. Kaler, sous presse.
- Liebert, J., Fontaine, G., et Wesemael, F. 1987, *Mem. S. A. It.*, **58**, 17.
- Liebert, J., et Wehrse, R. 1983, *Astr. Ap.*, **122**, 297.
- Liebert, J., Wesemael, F., Hansen, C.J., Fontaine, G., Shipman, H.L., Sion, E.M., Winget, D.E., et Green, R.F. 1986, *Astr. Ap.*, **309**, 241.
- Liebert, J., Wesemael, F., Sion, E.M., et Wegner, G. 1984, *Ap. J.*, **277**, 692.
- Lindholm, E. 1941, *Arkiv f. Math. Astron. och Fysik*, **28B** (no 3).
- Lindholm, E. 1945, *Arkiv f. Math. Astron. och Fysik*, **32A** (no 17).
- Lorentz, H.A. 1906, *Proc. Am. Acad. Sci.*, **8**, 591.
- Margenau, H. 1939, *Rev. Mod. Phys.*, **11**, 1.

- McCook, G.P., et Sion, E.M. 1977, *A Catalogue of Spectroscopically Identified White Dwarfs*, (1^{ère} éd.: Villanova Univ. Obs. Contr., No. 2).
- McCook, G.P., et Sion, E.M. 1987, *Ap. J.*, **65**, 603.
- Mihalas, D. 1978, *Stellar Atmospheres*, 2^e édition, (San Francisco: Freeman).
- Mihalas, D., Däppen, W., et Hummer, D.G. 1988, *Ap. J.*, **331**, 815.
- Moore, C.E. 1949, *Atomic Energy Levels (N. B. S. Pub. No. 467, Vol. 1)*, Washington, D.C.: U.S. Dept. of Commerce.
- Mozer, B., et Baranger, M. 1960, *Phys. Rev.*, **118**, 626.
- Oke, J.B. 1974, *Ap. J. Suppl.*, **27**, 21.
- Oke, J.B., Weidemann, V., et Koester, D. 1984, *Ap. J.*, **281**, 276.
- Olson, E.C. 1974, *P.A.S.P.*, **86**, 80.
- Paquette, C., Pelletier, C., Fontaine, G., et Michaud, G. 1986, *Ap. J. Suppl.*, **61**, 197.
- Pelletier, C. 1986, Thèse de Doctorat, Université de Montréal.
- Pelletier, C., Fontaine, G., Wesemael, F., Michaud, G., et Wegner, G. 1986, *Ap. J.*, **307**, 242.
- Petre, R., Shipman, H.L., et Canizares, C.R. 1986, *Ap. J.*, **304**, 356.
- Rogers, F.J., Graboske, H.C., and Harwood, D.J. 1970, *Phys. Rev.*, **1**, 1577.
- Rybicki, G.B. 1971, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, **11**, 589.
- Saffer, R.A., Liebert, J., et Olszewski, E.W. 1988, *Ap. J.*, sous presse.
- Schönberner, D. 1981, *Astr. Ap.*, **103**, 119.
- Schönberner, D. 1983, *Ap. J.*, **272**, 708.
- Schulz, H. 1978, *Astr. Ap.*, **68**, 75.
- Schulz, H., et Wegner, G. 1981, *Astr. Ap.*, **94**, 272.
- Shipman, H.L. 1972, *Ap. J.*, **177**, 723.

- Shipman, H.L. 1977, *Ap. J.*, **213**, 138.
- Shipman, H.L. 1979, *Ap. J.*, **228**, 240.
- Shipman, H.L., et Greenstein, J.L. 1983, *Ap. J.*, **266**, 761.
- Shipman, H.L., Liebert, J., et Green, R.F. 1987, *Ap. J.*, **315**, 239.
- Shipman, H.L. et Sass, C.A. 1980, *Ap. J.*, **235**, 177.
- Sion, E.M. 1984, *Ap. J.*, **282**, 612.
- Sion, E.M., Greenstein, J.L., Landstreet, J.D., Liebert, J., Shipman, H.L.,
et Wegner, G.A. 1983, *Ap. J.*, **269**, 253.
- Sion, E.M., et Liebert, J. 1977, *Ap. J.*, **213**, 468.
- Tassoul, M., Fontaine, G., et Winget, D.E. 1989, in preparation.
- Traving, G. 1968, *Plasma Diagnostics*, W. Lochte-Holtgreven, Hollande du
Nord, Amsterdam, p. 66.
- Underhill, A., et Waddell, J. 1959, *Stark Broadening Functions for the
Hydrogen Lines*, (N. B. S. Circular No. 603), Washington, D.C.:
U.S. Dept. of Commerce.
- Unsöld, A. 1948, *Zs. Ap.*, **24**, 355.
- Vauclair, G., et Liebert, J. 1986, *Scientific Accomplishments of the IUE
Satellite*, éd. Y. Kondo, p. 355.
- Vauclair, G., et Reisse, C. 1977, *Astr. Ap.*, **61**, 415.
- Vauclair, G., Vauclair, S., et Greenstein, J.L. 1979, *Astr. Ap.*, **80**, 79.
- Vennes, S., Pelletier, C., Fontaine, G., et Wesemael, F. 1987, *95^e
Colloque UAI, The Second Conference on Faint Blue Stars*, ed.
A.G.D. Philip, D.S. Hayes, et J. Liebert (Shenectady: Davis), p.
665.
- Vennes, S., Pelletier, C., Fontaine, G., et Wesemael, F. 1988, *Ap. J.*,
331, 876.
- Vidal, C.R., Cooper, J., et Smith, E.W. 1970, *J. Quant. Spectrosc.*

- Radiat. Transfer*, **10**, 1011.
- Vidal, C.R., Cooper, J., et Smith, E.W. 1970, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, **11**, 263.
- Vidal, C.R., Cooper, J., et Smith, E.W. 1970, *Ap. J. Suppl.*, **25**, 37.
- Wegner, G.A. 1972, *Ap. J.*, **172**, 451.
- Wegner, G.A., et Yackovich, F.H. 1983, *Ap. J.*, **275**, 240.
- Wegner, G.A., et Yackovich, F.H. 1984, *Ap. J.*, **284**, 257.
- Wehrse, R. 1975, *Astr. Ap.*, **39**, 169.
- Wehrse, R. 1977, *Mem. S. A. It.*, **13**.
- Wehrse, R., et Liebert, J. 1980a, *Astr. Ap.*, **83**, 184.
- Wehrse, R., et Liebert, J. 1980b, *Astr. Ap.*, **86**, 139.
- Weidemann, V., et Koester, D. 1984, *Astr. Ap.*, **132**, 195.
- Weisskopf, V. 1932, *Z. für Phys.*, **75**, 287.
- Wesemael, F. 1979, *Astr. Ap.*, **72**, 104.
- Wesemael, F. 1981, *Ap. J. Suppl.*, **45**, 177.
- Wesemael, F., Auer, L.H., Van Horn, H.M., et Savedoff, M.P. 1980, *Ap. J. Suppl.*, **43**, 159.
- Wesemael, F., Green, R., et Liebert, J. 1985, *Ap. J.*, **58**, 379.
- Wesemael, F., Liebert, J., et Green, R.F. 1984, *P. A. S. P.*, **96**, 981.
- Wesemael, F., et Truran, J. 1982, *Ap. J.*, **260**, 807.
- Wickramasinghe, D.T. 1972, *Mem. R. Astr. Soc.*, **76**, 129.
- Wickramasinghe, D.T., et Bessell, M.S. 1979, *M. N. R. A. S.*, **186**, 399.
- Wiese, W.L., Kelleher, D.E., et Paquette, D.R. 1972, *Phys. Rev. A*, **6**, 1132.
- Wiese, W., Smith, M., et Glennon, B. 1966, *Atomic Transition Probabilities, Vol. 1: Hydrogen to Neon*, Washington, D.C.: U.S. Dept. of Commerce.
- Winget, D.E., et Fontaine, G. 1982, *Pulsations in Classical and*

Cataclysmic Variable Stars, éd. J.P. Cox et C.J. Hansen
(University of Colorado, Boulder), p.46.

Winget, D.E., Van Horn, H.M., Tassoul, M., Hansen, C.J., Fontaine, G., et
Carroll, B.W. 1982, *Ap. J.*, **252**, 165.

Zimmerman, G.B., More, R.M. 1980, *J. Quant. Spectrosc. Radiat.
Transfer*, **23**, 517.

Appendice A

Conditions limites au bas de l'atmosphère

Les conditions limites au bas de l'atmosphère pour l'équation du transfert radiatif et pour l'équation de la conservation du flux sont respectivement

$$J_\nu = B_\nu \quad (\text{A1})$$

$$\frac{\sigma T_e^4}{4\pi} = H_{\text{conv}} + \int_0^\infty \frac{\partial(f_k J_\nu)}{\partial \tau_\nu} dv \quad . \quad (\text{A2})$$

Ces conditions limites ne sont formellement valides que lorsque la dernière couche est *convective* (Grenfell 1972). Si cette dernière couche est *radiative*, les conditions limites doivent être modifiées: l'équation de la conservation du flux est remplacée par celle de l'équilibre radiatif

$$\int_0^\infty \kappa_\nu (J_\nu - B_\nu) dv = 0 \quad , \quad (\text{A3})$$

et dans le cas de l'équation du transfert radiatif, l'approximation de diffusion est utilisée pour écrire (Mihalas 1978, p.157)

$$\left. \frac{\partial(f_k J_\nu)}{\partial \tau_\nu} \right|_{\tau_{\text{max}}} = \frac{1}{3} \left. \frac{\partial B_\nu}{\partial \tau_\nu} \right|_{\tau_{\text{max}}} \quad . \quad (\text{A4})$$

Cette dernière condition est réécrite de la façon suivante

$$\frac{\partial(f_K J_\nu)}{\partial \tau_\nu} \Big|_{\tau_{\max}} = \frac{H}{X_\nu} \left(\frac{\partial B_\nu}{\partial \tau_\nu} \right) \Big|_{\tau_{\max}} \quad (A5)$$

$$= \frac{H}{\int_0^\infty \frac{1}{X_\nu} \left(\frac{\partial B_\nu}{\partial \tau_\nu} \right) \Big|_{\tau_{\max}}}$$

afin de pouvoir spécifier la valeur du flux total de l'étoile $H = \frac{\sigma T_e^4}{4\pi}$. La linéarisation de l'équation A5 est toutefois laborieuse, relativement complexe, et difficile à traiter (Mihalas, Auer, et Heasley 1975).

Une alternative plus simple aux conditions limites dans le cas d'une zone radiative peut cependant être tirée des arguments suivants. Dans le bas de l'atmosphère, l'approximation de diffusion est toujours valide et de ce fait, l'équation A1 s'applique en tout temps. Ceci implique donc que si $J_\nu = B_\nu$ à toutes les fréquences, la contrainte imposée par l'équilibre radiatif est *automatiquement* respectée et devient redondante. Donc, si l'on utilise pour le transfert radiatif l'équation A1 au lieu de l'équation A5, le flux total de l'étoile doit alors être spécifié dans une autre équation. La solution est d'utiliser l'équation A2 en posant $H_{\text{conv}} = 0$

$$\frac{\sigma T_e^4}{4\pi} = \int_0^\infty \frac{\partial(f_K J_\nu)}{\partial \tau_\nu} dv \quad (A6)$$

De cette façon, i) l'équilibre radiatif est atteint, et ii) le flux total de l'étoile est spécifié. Ces dernières expressions sont triviales à linéariser, et correspondent aux mêmes conditions limites dans le cas où la dernière couche est convective. Des expériences numériques ont montré que les stratifications thermodynamiques obtenues en utilisant l'un ou l'autre des ensembles de conditions limites, étaient rigoureusement identiques.

Appendice B

Elements des matrices de linéarisation

Dans les équations qui suivent, les vecteurs δP , δT , et δJ_1 sont ordonnés couche par couche de la façon suivante

$$\delta P = \begin{pmatrix} \delta P_{d=1} \\ \delta P_{d=2} \\ \dots \\ \dots \\ \delta P_{d=0} \end{pmatrix} \quad \delta T = \begin{pmatrix} \delta T_{d=1} \\ \delta T_{d=2} \\ \dots \\ \dots \\ \delta T_{d=0} \end{pmatrix} \quad \delta J_1 = \begin{pmatrix} \delta J_{\nu, d=1} \\ \delta J_{\nu, d=2} \\ \dots \\ \dots \\ \delta J_{\nu, d=0} \end{pmatrix}$$

Les autres matrices sont toutes tridiagonales, ou diagonales centrées / sous-diagonales. Chaque ligne représente une équation Q_d à une couche d donnée. Dans les matrices de l'équation de la conservation du flux, un trait pointillé indique la transition du régime radiatif au régime convectif. Les matrices de linéarisation sont de la forme suivante

$$Q = \begin{pmatrix} Q1_1 & Q1_2 & 0 & 0 & 0 \\ Q2_{d-1} & Q2_d & Q2_{d+1} & 0 & 0 \\ 0 & Q3_{d-1} & Q3_d & Q3_{d+1} & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & QD_{D-1} & QD_D \end{pmatrix}$$

Equation du transfert radiatif

$$T_i \delta J_i + U_i \delta P + V_i \delta T = K_i$$

$$T_i = \begin{pmatrix} f_K^{i+1} + f_H \Delta\tau_{3/2} + e_1 \frac{\Delta\tau_{3/2}^2}{2} & -f_K^2 & 0 & 0 \\ \frac{-f_K^{i-1}}{\Delta\tau_{i-1/2} \Delta\tau_i} & \frac{f_K^i}{\Delta\tau_i} \left(\frac{1}{\Delta\tau_{i+1/2}} + \frac{1}{\Delta\tau_{i-1/2}} \right) + e_i & \frac{-f_K^{i+1}}{\Delta\tau_{i+1/2} \Delta\tau_i} & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$U_i = \begin{pmatrix} D1 \left(\frac{\partial Z}{\partial P} \right)_1 + e_1 \frac{\Delta\tau_{3/2}^2}{2} \varphi_1^P & D1 \left(\frac{\partial Z}{\partial P} \right)_2 & 0 & 0 \\ -c_1 \left(\frac{\partial Z}{\partial P} \right)_{i-1} & e_i \varphi_i^P - b_1 \left(\frac{\partial Z}{\partial P} \right)_i & -a_1 \left(\frac{\partial Z}{\partial P} \right)_{i+1} & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$u_i = \begin{pmatrix} D1 \left(\frac{\partial Z}{\partial T} \right)_i + \varepsilon_1 \frac{\Delta \tau_{3/2}^2}{2} \left[\varphi_i^T - \left(\frac{\partial B}{\partial T} \right)_i \right] & D1 \left(\frac{\partial Z}{\partial T} \right)_2 & 0 & 0 \\ -c_i \left(\frac{\partial Z}{\partial T} \right)_{i-1} & -b_i \left(\frac{\partial Z}{\partial T} \right)_i + \varepsilon_i \left[\varphi_i^T - \left(\frac{\partial B}{\partial T} \right)_i \right] & -a_i \left(\frac{\partial Z}{\partial T} \right)_{i+1} & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & - \left(\frac{\partial B}{\partial T} \right)_0 \end{pmatrix}$$

$$K_i = \begin{pmatrix} f_K^2 J_2 - \left(f_K^1 + f_H \Delta \tau_{3/2} + \varepsilon_1 \frac{\Delta \tau_{3/2}^2}{2} \right) J_1 + \frac{\Delta \tau_{3/2}^2}{2} \varepsilon_1 B_1 \\ \varepsilon_i (B_i - J_i) - \beta_i \\ \dots \\ B_0 - J_0 \end{pmatrix}$$

$$\text{où } \varphi_i^Q = (J_i - B_i) \left[\frac{1}{Y_i} \left(\frac{\partial Y}{\partial Q} \right)_i - \frac{1}{Z_i} \left(\frac{\partial Z}{\partial Q} \right)_i \right]$$

Equation d'équilibre hydrostatique

$$C\delta P + D\delta T = M$$

$$C = \begin{pmatrix} \frac{1}{\tau_1} + \frac{g}{X_{R,1}^2} \left(\frac{\partial X_R}{\partial P} \right)_1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-1}{\tau_d - \tau_{d-1}} + D2_d \left(\frac{\partial X_R}{\partial P} \right)_{d-1} & \frac{1}{\tau_d - \tau_{d-1}} + D2_d \left(\frac{\partial X_R}{\partial P} \right)_d & 0 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{\tau_0 - \tau_{0-1}} + D2_0 \left(\frac{\partial X_R}{\partial P} \right)_{0-1} & \frac{1}{\tau_0 - \tau_{0-1}} + D2_0 \left(\frac{\partial X_R}{\partial P} \right)_0 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} \frac{g}{X_{R,1}^2} \left(\frac{\partial X_R}{\partial T} \right)_1 & 0 & 0 & 0 \\ D2_d \left(\frac{\partial X_R}{\partial T} \right)_{d-1} & D2_d \left(\frac{\partial X_R}{\partial T} \right)_d & 0 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & D2_0 \left(\frac{\partial X_R}{\partial T} \right)_{0-1} & D2_0 \left(\frac{\partial X_R}{\partial T} \right)_0 \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} \frac{g}{X_{R,1}} - \frac{P_1}{\tau_1} & & & \\ & \frac{2g}{X_{R,d} + X_{R,d-1}} - \frac{P_d - P_{d-1}}{\tau_d - \tau_{d-1}} & & \\ & & \dots & \\ & & & \frac{2g}{X_{R,D} + X_{R,D-1}} - \frac{P_D - P_{D-1}}{\tau_D - \tau_{D-1}} \end{pmatrix}$$

Equation de la conservation du flux

$$\sum_v W_i \delta J_i + A \delta P + B \delta T = L$$

$$W_i = \begin{pmatrix} w_v Z_1 e_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w_v Z_i e_1 & 0 & 0 \\ \hline \frac{-w_v f_K^{i-1}}{\Delta \tau_{i-\frac{1}{2}}} & \frac{w_v f_K^i}{\Delta \tau_{i-\frac{1}{2}}} & 0 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-w_v f_K^{D-1}}{\Delta \tau_{D-\frac{1}{2}}} & \frac{w_v f_K^D}{\Delta \tau_{D-\frac{1}{2}}} \end{pmatrix}$$

$$A = \left(\begin{array}{cccc} \sum_{\nu} w_{\nu} e_1 (J_1 - B_1) \left(\frac{\partial Z}{\partial P} \right)_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sum_{\nu} w_{\nu} e_1 (J_1 - B_1) \left(\frac{\partial Z}{\partial P} \right)_1 & 0 & 0 \\ \hline -E_{d-1} - \sum_{\nu} E_5 e_1 \left(\frac{\partial Z}{\partial P} \right)_{i-1} & E_{3d} - \sum_{\nu} E_5 e_1 \left(\frac{\partial Z}{\partial P} \right)_i & 0 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -E_{d-1} - \sum_{\nu} E_5 e_1 \left(\frac{\partial Z}{\partial P} \right)_{d-1} & E_{3d} - \sum_{\nu} E_5 e_1 \left(\frac{\partial Z}{\partial P} \right)_d \end{array} \right)$$

$$B = \left(\begin{array}{cccc} \sum_{\nu} w_{\nu} e_1 (J_1 - B_1) \left(\frac{\partial Z}{\partial T} \right)_1 - \sum_{\nu} w_{\nu} Z_1 e_1 \left(\frac{\partial B}{\partial T} \right)_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sum_{\nu} w_{\nu} e_1 (J_1 - B_1) \left(\frac{\partial Z}{\partial T} \right)_1 - \sum_{\nu} w_{\nu} Z_1 e_1 \left(\frac{\partial B}{\partial T} \right)_1 & 0 & 0 \\ \hline -E_{d-1} - \sum_{\nu} E_5 e_1 \left(\frac{\partial Z}{\partial T} \right)_{i-1} & E_{2d} - \sum_{\nu} E_5 e_1 \left(\frac{\partial Z}{\partial T} \right)_i & 0 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -E_{d-1} - \sum_{\nu} E_5 e_1 \left(\frac{\partial Z}{\partial T} \right)_{d-1} & E_{2d} - \sum_{\nu} E_5 e_1 \left(\frac{\partial Z}{\partial T} \right)_d \end{array} \right)$$

$$L = \left(\begin{array}{c} \sum_v w_v \varepsilon_i Z_i (B_i - J_i) \\ \sum_v w_v \varepsilon_i Z_i (B_i - J_i) \\ \hline \frac{\sigma T_e^4}{4\pi} - H_{\text{conv}}(d - \frac{1}{2}) - \sum_v \frac{w_v (f_K^i J_i - f_K^{i-1} J_{i-1})}{\Delta \tau_{i-1/2}} \\ \dots \\ \frac{\sigma T_e^4}{4\pi} - H_{\text{conv}}(D - \frac{1}{2}) - \sum_v \frac{w_v (f_K^D J_D - f_K^{D-1} J_{D-1})}{\Delta \tau_{D-1/2}} \end{array} \right)$$

$$E1_d = \frac{2T_d}{T_d^2 - T_{d-1}^2} \nabla \left(\frac{\partial H_{\text{conv}}}{\partial \nabla} \right)_{d-1/2} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial H_{\text{conv}}}{\partial T} \right)_{d-1/2}$$

$$E2_d = \frac{2T_{d-1}}{T_d^2 - T_{d-1}^2} \nabla \left(\frac{\partial H_{\text{conv}}}{\partial \nabla} \right)_{d-1/2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial H_{\text{conv}}}{\partial T} \right)_{d-1/2}$$

$$E3_d = \frac{-2P_{d-1}}{P_d^2 - P_{d-1}^2} \nabla \left(\frac{\partial H_{\text{conv}}}{\partial \nabla} \right)_{d-1/2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial H_{\text{conv}}}{\partial P} \right)_{d-1/2}$$

$$E4_d = \frac{-2P_d}{P_d^2 - P_{d-1}^2} \nabla \left(\frac{\partial H_{\text{conv}}}{\partial \nabla} \right)_{d-1/2} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial H_{\text{conv}}}{\partial P} \right)_{d-1/2}$$

$$E5_i = w_v \frac{(T_d - T_{d-1})}{2} \frac{(f_K^i J_i - f_K^{i-1} J_{i-1})}{\Delta \tau_{i-1/2}^2}$$

Appendice C

Définition du profil Stark

Cet appendice a pour but de clarifier la notation utilisée dans la littérature et dans ce présent ouvrage, concernant la définition du profil Stark.

Lorsqu'un champ électrique est appliqué à un plasma d'hydrogène, chaque niveau quantique n de l'atome se subdivise en ses $2n^2$ sous-niveaux orbitaux. La séparation en énergie de chacun de ces sous-niveaux est directement proportionnelle au champ électrique appliqué. Les transitions électroniques s'effectueront donc entre les sous-niveaux de niveaux atomiques principaux différents. A chacune de ces transitions sont associés un indice k et une intensité relative I_k définie par

$$I_k = \frac{f_k}{n^2 f} \quad (C1)$$

et

$$I_o = \frac{f_o}{f} \quad (C2)$$

où n' est le niveau inférieur de la transition. Les différentes valeurs de f sont discutées à la section §4.7. Les composantes k sont distribuées symétriquement autour de la longueur d'onde centrale, et normalisées telles que

$$\sum_k I_k = 1 . \quad (C3)$$

Le déplacement en longueur d'onde de chacune des composantes Stark est donné par l'équation 4.35. A cause de la perturbation par le champ électrique, l'énergie de chaque composante Stark sera étalée sur un certain intervalle défini par une distribution de Holtsmark (équation 4.31). Ainsi le profil Stark total est une superposition de toutes les composantes, pondérées par une distribution de Holtsmark

$$S(\alpha)d\alpha = \sum_k I_k W(\beta) d\beta = \sum_k I_k W(\beta) \frac{d\alpha}{c_k} . \quad (C4)$$

Le profil Stark total ainsi défini est normalisé à 1.

Dans la notation de Underhill, les composantes déplacées et la composante centrale sont traitées séparément. Comme la composante centrale n'est pas perturbée par le champ électrique, la distribution de Holtsmark associée à cette composante est remplacée par une fonction delta à $\beta=0$. Ainsi, on écrit

$$S(\alpha)d\alpha = \sum_{\pm} I_k W(\beta) d\beta + \frac{f_0}{f} \delta(\beta) \quad (C5)$$

où la somme ne s'étend que sur les composantes déplacées. L'intégration de l'équation C5 montre que

$$\int_{-\infty}^{\infty} \sum_{\pm} I_k W(\beta) d\beta = 1 - \frac{f_0}{f} = \frac{f_{\pm}}{f} . \quad (C6)$$

Underhill a donc redéfini le profil Stark comme

$$S_U(\alpha)d\alpha = \sum_{\pm} \frac{f}{f_{\pm}} I_k W(\beta) d\beta = \sum_{\pm} \frac{f_k}{n^2 f_{\pm}} I_k W(\beta) d\beta . \quad (C7)$$

Ce nouveau profil est donc aussi normalisé à 1. Le profil Stark total s'exprime alors

$$S(\alpha)d\alpha = \frac{f_{\pm}}{f} S_U(\alpha) + + \frac{f_o}{f} \delta(\beta) . \quad (C8)$$

En multipliant ce profil par la force d'oscillateur totale, et en le convoluant avec un profil de Voigt, nous obtenons

$$f S^*(\alpha)d\alpha = f_{\pm} S_U^*(\alpha) + + \frac{f_o H(a, \nu)}{\sqrt{\pi}} d\nu , \quad (C9)$$

ou encore en unité de fréquence

$$f S^*(\alpha)d\alpha = \left[\frac{\lambda^2}{c} f_{\pm} S_U^*(\alpha) \frac{d\alpha}{d\Delta\lambda} + f_o \frac{H(a, \nu)}{\sqrt{\pi} \Delta\nu_D} \right] d\nu , \quad (C10)$$

ce qui est le résultat obtenu dans l'équation 4.57.

Remerciements

Je voudrais exprimer toute ma gratitude envers mon directeur de recherche, François Wesemael, pour l'intérêt constant qu'il a su manifester tout au long de ce travail. Je le remercie aussi pour tous ses conseils scientifiques et humains, toujours bien pondérés, qui ont mené à la complétion de cette thèse. Je lui promets de cesser d'être juvénile.

J'aimerais aussi remercier Gilles Fontaine de m'avoir éclairé plus d'une fois sur les théories évolutives des naines blanches, et de m'avoir enseigné le bienfait d'explorer l'espace des paramètres. Je remercie aussi Pierre Lacombe, François Wesemael, Jim Liebert, et Jesse Greenstein pour l'acquisition des données. Je remercie particulièrement Pierre Lacombe de m'avoir suggéré de comparer ces observations aux modèles théoriques.

Je voudrais profiter de l'occasion pour remercier mon amie Chantal pour son appui, sa compréhension, sa patience, et surtout son endurance pendant toutes ces années. Je remercie aussi tous ceux qui ont su contribuer de près ou de loin à la réalisation de ce travail (Robert, Paul, Claude, et surtout Daniel). Je voudrais remercier mes parents, et toute ma famille pour leurs encouragements toujours constants.

Enfin, je remercie le CRSNG et les fonds FCAR pour leur soutien financier, et aussi le Centre de Calcul de l'Université de Montréal pour m'avoir permis de réaliser ce travail.

